Κύματα

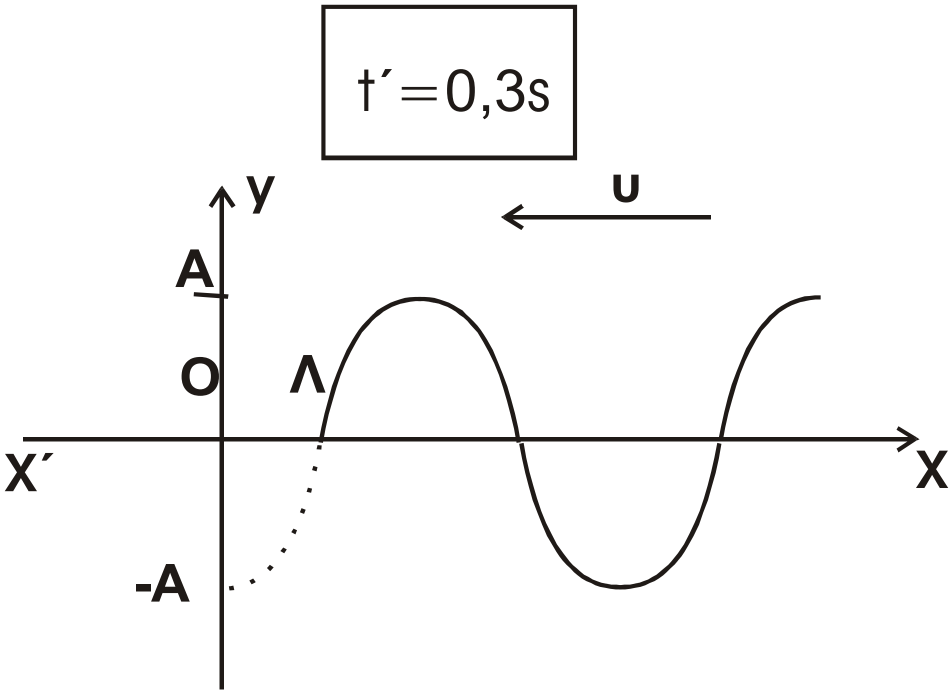
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t'=0,3s αρμονικού κύματος πλάτους $A=10cm$, και περιόδου $T=0,4s$, που διαδίδεται στην αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν του ημιάξονα Ox με ταχύτητα υ=10m/s.

α. Προσδιορίστε το σημείο K της ευθείας x'x που αρχίζει να ταλαντεύεται τη χρονική στιγμή t=0.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο του σημείου 0, $y_{(0)}$=f(t), και να την παραστήσετε γραφικά.

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος και να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση του σημείου M με x_M=-3m.

δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t''=0,5s.



Λύση:

α) $y=A\cdot ημ2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi})$

Για t=0,3s είναι $x=\frac{\lambda}{4}$, τότε $\varphi=0 \Rightarrow \frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi}=0 \Rightarrow \frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{\varphi_0}{2\pi}=0 \Rightarrow \varphi_0= -2\pi$ rad.

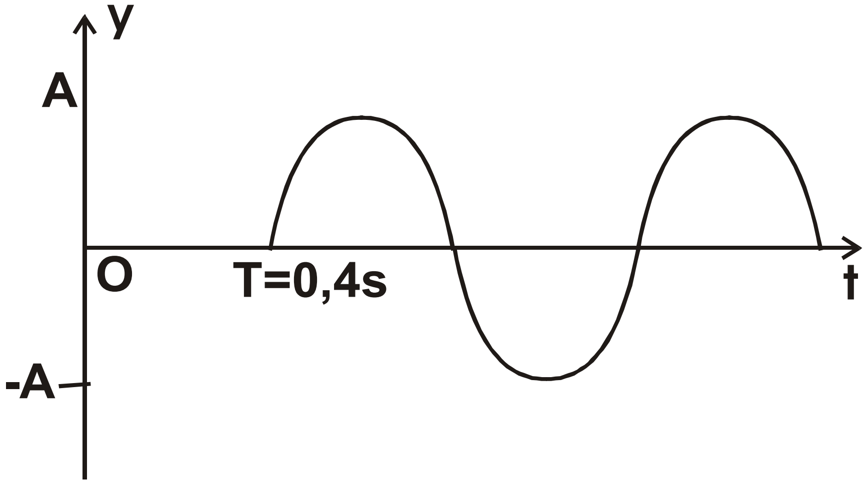
Άρα γενικά για τη φάση φ ισχύει $\varphi=2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi}) \Rightarrow \varphi=2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}-1)$.

Τότε τη χρονική στιγμή t=0 το κύμα θα έχει φτάσει εκεί όπου $\varphi=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{\lambda}-1=0 \Rightarrow \frac{x}{\lambda}=1 \Rightarrow x=\lambda$. Όμως $\upsilon=\lambda\cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{\upsilon}{f}$=4m. Τελικά x=λ=4m.

β) Η εξίσωση του κύματος είναι y=A·ημ2π($\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}$-1), για x=0 είναι

y=A·ημ2π($\frac{t}{T}$-1)⇒y=A·ημ2π(2,5t-1) t≥0,4s μια και το σημείο αυτό θα αρχίσει να ταλαντώνεται όταν φ=0⇒2π($\frac{t}{T}$-1)=0⇒$\frac{t}{T}$=1⇒t=T=0,4s. Η γραφική παράσταση y(t) θα είναι η παρακάτω:

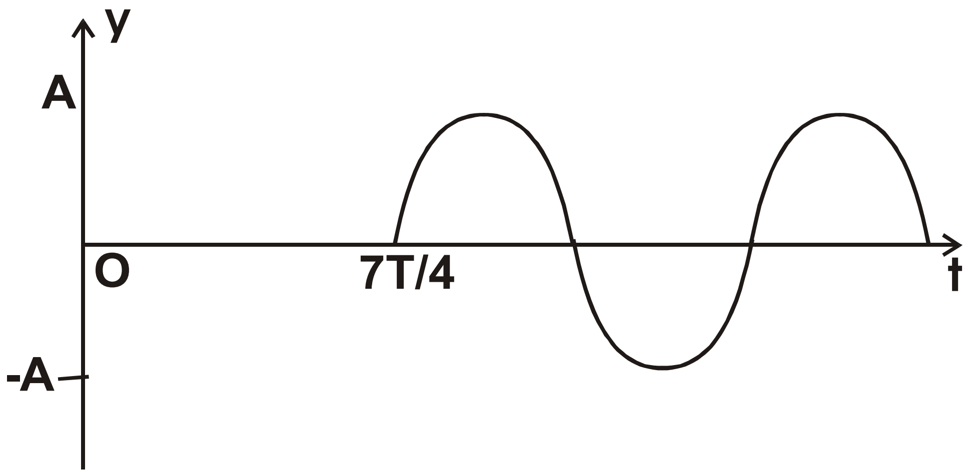


γ) y=A·ημ2π($\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}-\frac{\varphi_0}{2\pi}$)⇒y=0,1·ημ2π(2,5t+$\frac{x}{4}$-1) (S.I), για x_M =-3m είναι

y=0,1·ημ2π(2,5t-$\frac{3}{4}$-1)⇒y=0,1·ημ2π(2,5t-$\frac{7}{4}$)⇒y=0,1·ημ(5πt-$\frac{7\pi}{2}$) t≥0,7s μια και το σημείο αυτό θα αρχίσει να ταλαντώνεται όταν φ=0⇒2,5t-$\frac{7}{4}$=0⇒2,5t=$\frac{7}{4}$⇒

⇒t=0,7s=$\frac{7}{4}$T.

Η γραφική παράσταση y(t) θα είναι η παρακάτω:



δ) Τη χρονική στιγμή t''=0,5s η εξίσωση της απομάκρυνσης y(x) γίνεται

$y=0{,}1\cdot ημ2π(\frac{5}{4}+\frac{x}{4}-1) \Rightarrow y=0{,}1\cdot ημ2π(\frac{x}{4}+\frac{1}{4})$. Για $φ=0 \Rightarrow \frac{x}{4}+\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{4}=-\frac{1}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=-1m=-\frac{1}{4}λ$.

Τότε για x=0⇒ $y=0{,}1\cdot ημ2π(\frac{x}{λ}+\frac{1}{4}) \Rightarrow y=0{,}1\cdot ημ\frac{π}{2}=0{,}1m$ και v=0.