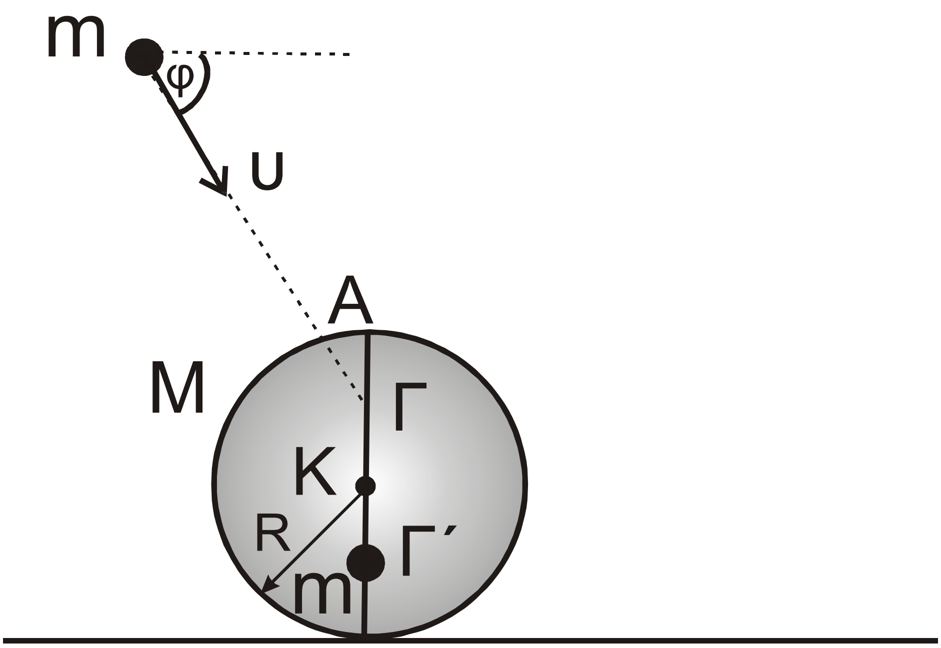
Πλάγια κρούση και κύλιση

Το βλήμα μάζας m=50g, πριν σφηνωθεί στη ξύλινη σφαίρα, έχει ταχύτητα υ=6m/s σε διεύθυνση που σχηματίζει με την οριζόντια γωνία $\varphi=60^0$. Το βλήμα σφηνώνεται ακαριαία στο σημείο Γ, μιας κατακόρυφης διαμέτρου της σφαίρας με (ΚΓ)=5cm. Στο σημείο Γ΄ της ίδιας κατακόρυφης διαμέτρου με (ΚΓ΄)=(ΚΓ), υπάρχει σφηνωμένο ένα όμοιο βλήμα μάζας m. Αν η σφαίρα έχει μάζα $M=\frac{1}{8}$Kg και ακτίνα R=10cm και παρουσιάζει με το οριζόντιο δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,1, τότε:



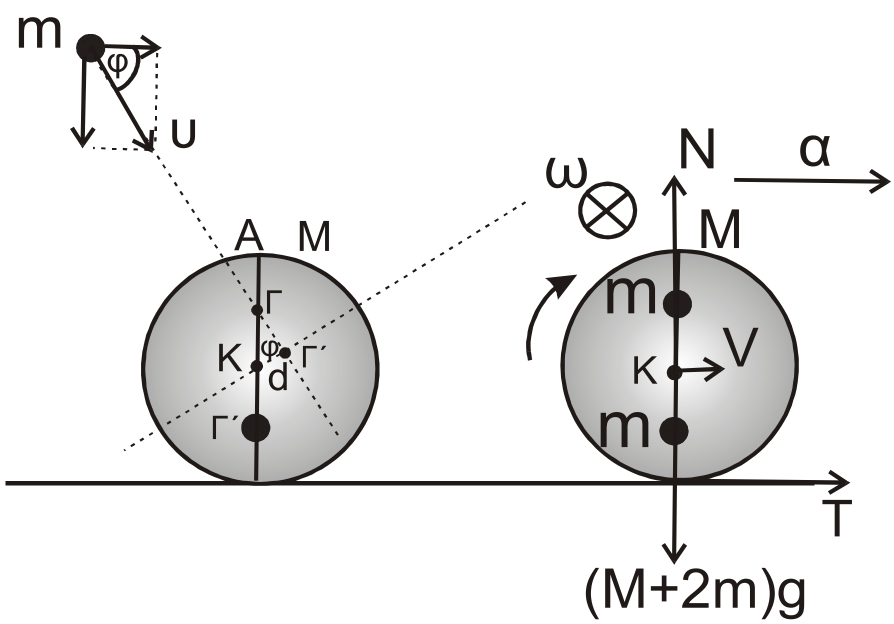
α) Να δείξετε ότι αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ολισθαίνει,

β) να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση καθώς και η αρχική του γωνιακή επιτάχυνση,

γ) να βρείτε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που χάνεται κατά την κρούση και το ποσοστό της ίδιας αρχικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών της σφαίρας με το δάπεδο και μέχρι το στερεό να σταματήσει να κινείται.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=\frac{2}{5}\cdot M\cdot R^2$ ότι το βλήμα είναι αμελητέων διαστάσεων και $g=10m/s^2$.

Λύση:



α) Α.Δ.Ο(x): m·υ·συνφ=(M+2m)·V⇒V= $\frac{2}{3}$ m/s.

Α.Δ.Σ: m·υ·d=$I_{ολ}$·ω, όπου d=(ΚΓ΄)=(ΚΓ)·συνφ, και $I_{ολ}=\frac{2}{5}\cdot M\cdot R^2+2m(K\Gamma)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow I_{ολ}=\frac{3}{4}\cdot 10^{-3}$ Kg·m^2. Τότε προκύπτει ότι : m·υ·(ΚΓ)·συνφ =$I_{ολ}$·ω⇒

$\Rightarrow 0{,}05\cdot 6\cdot 5\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}5=\frac{3}{4}\cdot 10^{-3}\cdot\omega\Rightarrow 7{,}5\cdot 10^{-3}=0{,}75\cdot 10^{-3}\cdot\omega\Rightarrow\omega=10$rad/s.

Παρατηρούμε ότι ω·R=1m/s ενώ V= $\frac{2}{3}$ m/s, άρα ω·R> V, οπότε έχουμε ολίσθηση.

β) Αμέσως μετά την κρούση έχουμε:
Μεταφορική κίνηση: ΣF=(2m+M)·α⇒T=(2m+M)·α⇒μ·N=(2m+M)·α⇒
⇒μ·(2m+M)·g=(2m+M)·α⇒α=μ·g=1m/s^2,
Στροφική κίνηση: $\Sigma\tau=I_{ολ}\cdot\alpha_{γων}\Rightarrow T\cdot R=I_{ολ}\cdot\alpha_{γων}\Rightarrow \mu\cdot(2m+M)\cdot g\cdot R=I_{ολ}\cdot\alpha_{γων}\Rightarrow$
$\Rightarrow 0{,}225\cdot 10^{-1}=0{,}75\cdot 10^{-3}\cdot\alpha_{γων}\Rightarrow\alpha_{γων}=30$rad/s^2.

γ) Ισχύει $K_{αρχ}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon^2=\frac{1}{2}\cdot 0{,}05\cdot 36=0{,}9$J,

$K_{τελ}=\frac{1}{2}\cdot I_{ολ}\cdot\omega^2+\frac{1}{2}\cdot(2m+M)\cdot V^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot 10^{-3}\cdot 10^2+\frac{1}{2}\cdot 0{,}225\cdot\frac{4}{9}\Rightarrow K_{τελ}=\frac{7}{80}$ J.

Άρα $|\Delta E|=\frac{65}{80}$ J και το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που «χάνεται» κατά την κρούση είναι $\alpha=\frac{|\Delta E|}{K_{αρχ}}=\frac{65}{72}=0{,}9$. Τότε το ποσοστό της ίδιας αρχικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών της σφαίρας με το δάπεδο και μέχρι αυτή να σταματήσει να κινείται, θα είναι $\alpha'=1-\frac{65}{72}=\frac{7}{72}=0{,}1$