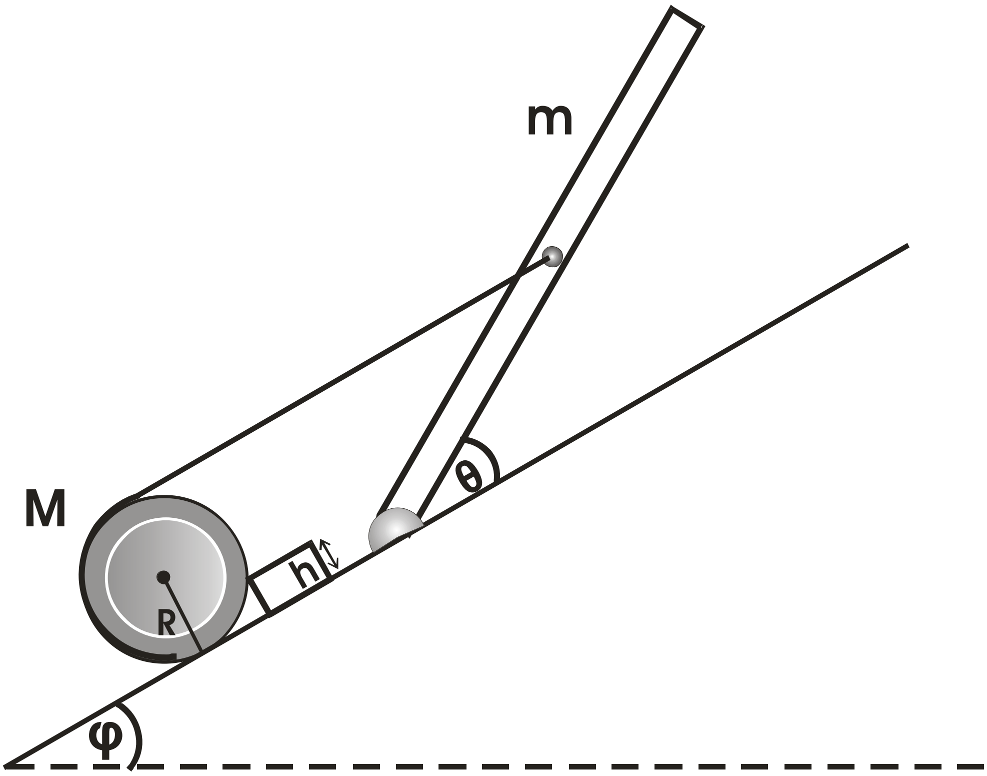
Κύλινδρος και …ράβδος σε κεκλιμένο επίπεδο

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα M=3Kg και ακτίνα R=10cm. Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ και ισορροπεί οριακά, ώστε ίσα – ίσα να μην υπερπηδά το εμπόδιο ύψους h=5cm.

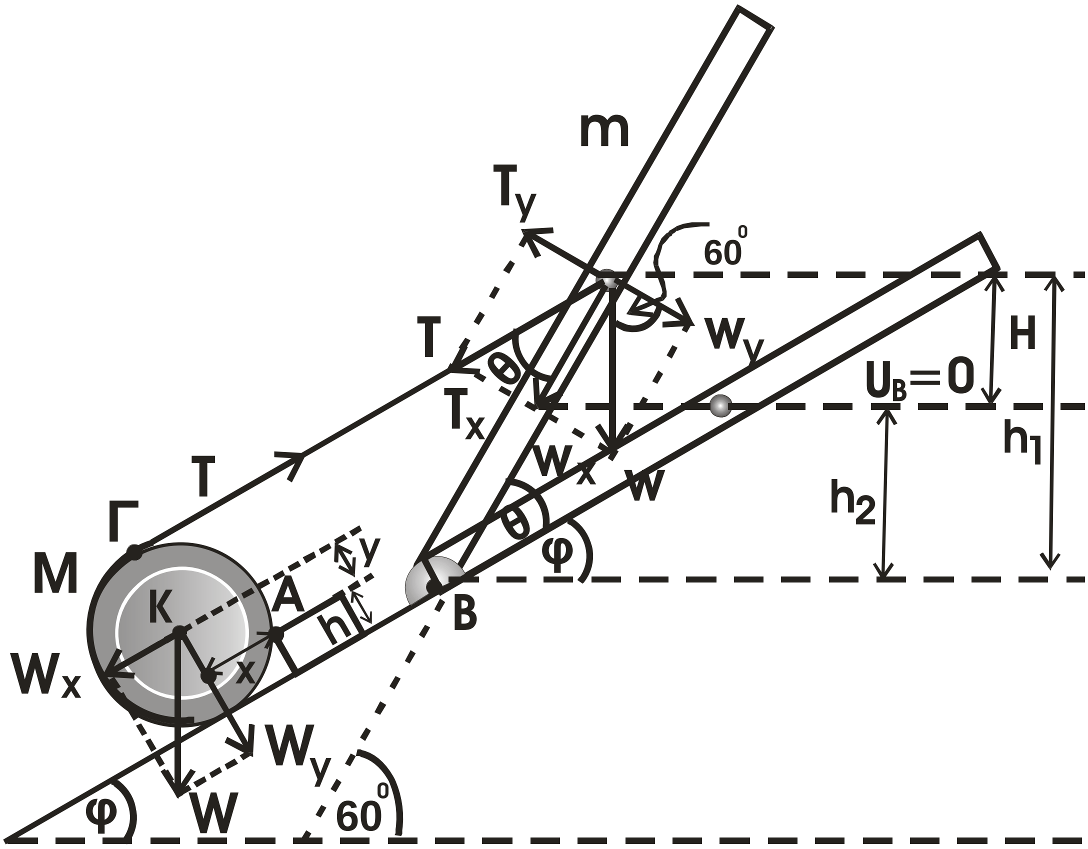


Από το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου περνά αβαρές σχοινί το οποίο δένεται από το μέσο ράβδου μάζας m και μήκους L=0,8m. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με το κεκλιμένο επίπεδο γωνία κλίσης $\theta=30^0$. Τότε:

1) Να υπολογιστεί η μάζα m της ράβδου.
2) Να υπολογιστεί η δύναμη N, που ασκείται από την άρθρωση στη ράβδο.
3) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της ράβδου τη στιγμή που συγκρούεται με το κεκλιμένο επίπεδο.
4) Αν υποθέσουμε ότι το κεκλιμένο επίπεδο έχει αρκετό μήκος τότε, να υπολογίσετε σε πόσο διάστημα ο κύλινδρος, από τη στιγμή που θα κόψουμε το νήμα, αποκτά την ίδια κινητική ενέργεια, με αυτή που απέκτησε η ράβδος στο προηγούμενο ερώτημα. Θεωρείστε ότι έχουμε κύλιση.

Δίνονται για τον κύλινδρο $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$, για τη ράβδο $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$, $\sqrt{3}=1{,}7$ και $g=10m/s^2$.

Λύση:



1. Για τον κύλινδρο και για την οριακή του ισορροπία (N=0),θα έχουμε:
$\Sigma\tau_{(A)}=0 \Rightarrow T\cdot(2R-h)=W_x\cdot y+W_y\cdot x \Rightarrow T\cdot(2R-h)=Mg\eta\mu\varphi\cdot y+Mg\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot x$,
όπου $y=R-h=5cm$ και $x^2=R^2-y^2 \Rightarrow x=5\cdot\sqrt{3}\,cm$. Άρα έχουμε,
$15\cdot T=15\cdot 5+30\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 5\cdot\sqrt{3} \Rightarrow T=20N$. Για την ισορροπία της ράβδου είναι,
$\Sigma\tau_{(B)}=0 \Rightarrow w_y\cdot\frac{L}{2}=T_y\cdot\frac{L}{2} \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu 60^0=T\eta\mu 30^0 \Rightarrow m=\frac{T}{g} \Rightarrow m=2Kg$.

2. $N=T_x+w_x \Rightarrow N=T\sigma\upsilon\nu 30^0+mg\eta\mu 60^0 \Rightarrow T=20\sqrt{3}\,N$.

3. Ισχύει:

$h_1=\frac{L}{2}\cdot ημ60^0=\frac{L\sqrt{3}}{4}$ και $h_2=\frac{L}{2}\cdot ημ30^0=\frac{L}{4}$, άρα $H=h_1-h_2=\frac{L}{4}(\sqrt{3}-1)=0,14m$.

Θ.Μ.Κ.Ε: $K_{τελ}-K_{αρχ}=w_w \Rightarrow K=mgH \Rightarrow K=2,8J$.

4. Για τον κύλινδρο θα έχουμε:

Θ.Μ.Κ.Ε: $K_{τελ}-K_{αρχ}=W_w \Rightarrow K=Mgh' \Rightarrow h'=\frac{K}{Mg}$ και επειδή $ημ30^0=\frac{h'}{S} \Rightarrow$

$S=\frac{2K}{Mg} \Rightarrow S=\frac{2,8}{15} \Rightarrow S=0,186m$ ή 18,6cm.