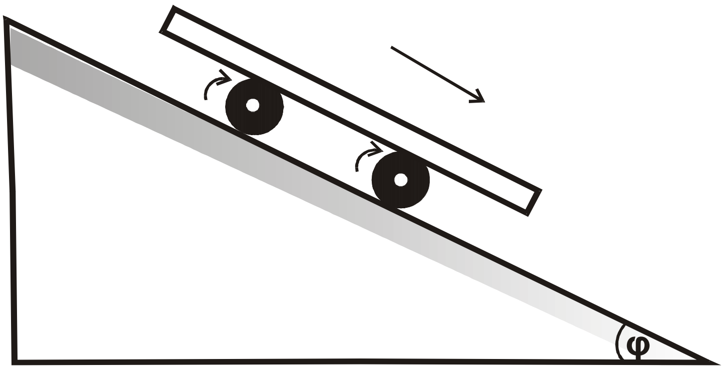
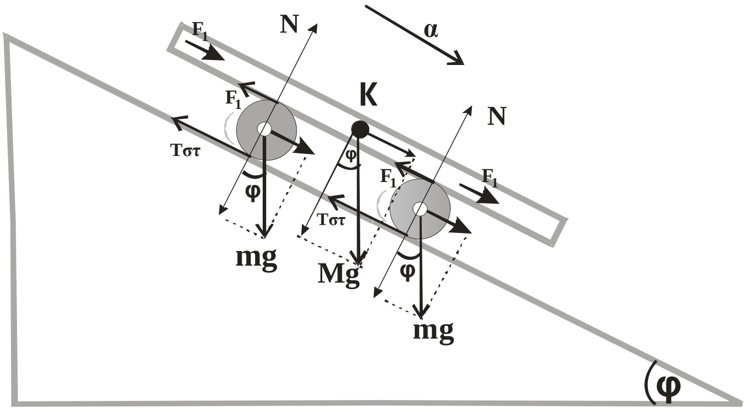
Ράβδος_ κύλινδροι_ κεκλιμένο επίπεδο



Μια ράβδος μάζας M=12Kg στηρίζεται πάνω σε δυο όμοιους κυλίνδρους μάζας m=4Kg ο καθένας και ακτίνα r =4cm.
Το σύστημα των σωμάτων βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $\varphi=30^0$, όπως φαίνεται στο σχήμα και κινείται προς τα κάτω. Υποθέτοντας ότι οι κύλινδροι κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν τότε, να υπολογιστούν:
α) Η επιτάχυνση της ράβδου,
β) Η γωνιακή επιτάχυνση του κάθε κυλίνδρου
γ) Η δύναμη που ασκείται μεταξύ του κάθε κυλίνδρου και της δοκού
δ) Η στατική τριβή ανάμεσα στον κάθε κύλινδρο και το κεκλιμένο επίπεδο
ε) Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος μετά από χρόνο t=0,3s από τη στιγμή που ξεκίνησε η κίνησή του.

Δίνεται η ροπή αδράνειας κυλίνδρου μάζας m και ακτίνας r, $I_{cm}=\frac{1}{2}mr^2$ και $g=10m/s^2$.

Λύση:



α) Για τη ράβδο που κάνει μόνο μεταφορική κίνηση ισχύει:

$\Sigma F=M\alpha \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi+2F_1=M\alpha$ (1)

Για τον κάθε κύλινδρο που κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει έχουμε:
Για τη μεταφορική κίνηση: $\Sigma F=m\alpha_{cm}\Rightarrow$
$\Rightarrow mg\eta\mu\varphi-T_{\sigma\tau}-F_1= m\alpha_{cm}\Rightarrow$
$\Rightarrow mg\eta\mu\varphi-T_{\sigma\tau}-F_1= m\frac{\alpha}{2}$ (2).
Για τη στροφική κίνηση έχουμε,

$\Sigma\tau=I\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow(T_{\sigma\tau}-F_1)r=\frac{1}{2}mr^2\frac{\alpha_{cm}}{r}\Rightarrow T_{\sigma\tau}-F_1=\frac{1}{2}m\frac{\alpha}{2}$ (3)

μια και η επιτάχυνση α, της ράβδου είναι ίση με την επιτάχυνση του ανώτερου σημείου του κάθε κυλίνδρου άρα ισχύει $\alpha=2\alpha_{cm}$ ή $\alpha_{cm}=\frac{\alpha}{2}$. Από τις σχέσεις (2) και (3) με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει τελικά, mgημφ-2F_1= 3m$\frac{\alpha}{4}$⇒2F_1= mgημφ-3m$\frac{\alpha}{4}$. Τότε από τη σχέση (1) θα έχουμε και Mgημφ+2F_1=Mα⇒(M+m)gημφ=Mα+3m$\frac{\alpha}{4}$⇒80=15α⇒α=$\frac{80}{15}$⇒α=$\frac{16}{3}$m/s^2.

β) Για τη γωνιακή επιτάχυνση του κάθε κυλίνδρου και για κύλιση χωρίς ολίσθηση ισχύει, $\alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{\alpha_{cm}}{r}$ με $\alpha_{cm}=\frac{\alpha}{2}=\frac{8}{3}$ m/s^2. Τελικά είναι $\alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{8}{3.4.10^{-2}}$ ⇒ $\alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{200}{3}$ rad/s^2.

γ) Από τη σχέση (1) προκύπτει, ⇒$F_1=\frac{M\alpha - Mg\eta\mu\varphi}{2}$ ⇒ $F_1=\frac{64-60}{2}$ ⇒ F_1=2N.

δ) Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι,

mgημφ-$T_{\sigma\tau}$-F_1= m$\frac{\alpha}{2}$⇒$T_{\sigma\tau}$= mgημφ- F_1-m$\frac{\alpha}{2}$⇒ $T_{\sigma\tau}=\frac{22}{3}$ N.

ε) Για την κινητική ενέργεια της ράβδου έχουμε

$K_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon}=\frac{1}{2}M\upsilon^2$, όπου υ=α·t⇒ υ=$\frac{16}{3}$·0,3⇒ υ=1,6m/s.

Άρα $K_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon}=\frac{1}{2}$·12·2,56⇒ $K_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon}$=15,36j.

Ο κάθε κύλινδρος πραγματοποιεί και μεταφορική και στροφική κίνηση. Για τη μεταφορική κίνηση του κάθε κυλίνδρου είναι $K_{\mu\epsilon\tau}=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2$ με $\upsilon_{cm}=\frac{\upsilon}{2}$=0,8 m/s. Άρα έχουμε $K_{\mu\epsilon\tau}=\frac{1}{2}$·4·0,64⇒ $K_{\mu\epsilon\tau}$=1,28j. Για την κινητική ενέργεια λόγω στροφικής κίνησης του κάθε κυλίνδρου έχουμε:

$K_{\sigma\tau\rho}=\frac{1}{2}\cdot I_{cm}\cdot\omega^2$⇒ $K_{\sigma\tau\rho.}=\frac{1}{4}\cdot m\cdot\upsilon_{cm}^2$⇒$K_{\sigma\tau\rho}=\frac{1}{4}$·4·0,64 ⇒ $K_{\sigma\tau\rho}$=0,64j. Τελικά για την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος έχουμε,

$K_{o\lambda}$= $K_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon}$+2 $K_{\mu\epsilon\tau}$+2 $K_{\sigma\tau\rho}$⇒ $K_{o\lambda}$=15,36+2,56+1,28⇒ $K_{o\lambda}$=19,2j.

Διαφορετικά έχουμε

Θ.Μ.Κ.Ε: $K_{\tau\epsilon\lambda}$-$K_{\alpha\rho\chi}$=W_W+2W_w⇒$K_{o\lambda}$=M·g·ημφ·x+2·m·gημφ·$\frac{x}{2}$=14,4+4,8⇒

⇒ $K_{o\lambda}$=19,2j, όπου x=$\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{16}{3}\cdot 0,3^2$=0,24m.