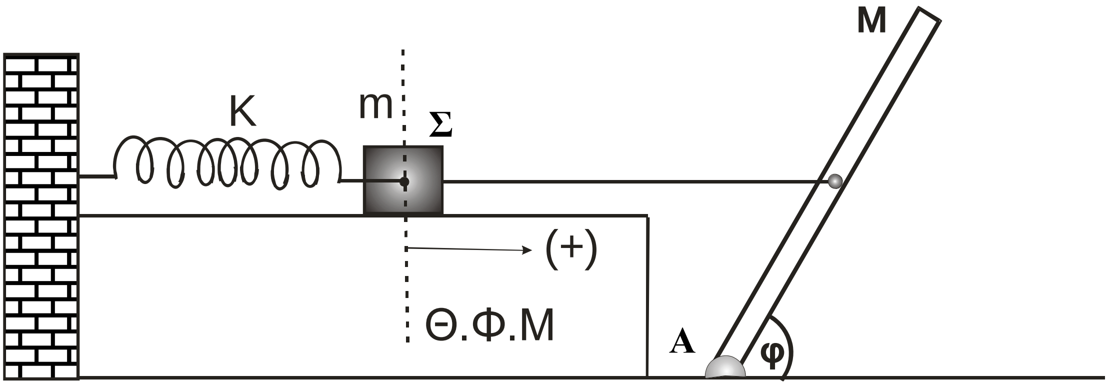
ΡΑΒΔΟΣ ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ…

Ο κύβος Σ του σχήματος έχει μάζα m=1Kg και είναι δεμένος σε ελατήριο σταθεράς K=100N/m και μπορεί να ταλαντώνεται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ακόμη ο κύβος Σ είναι δεμένος μέσω μη εκτατού και αβαρούς νήματος με ράβδο μάζας M=3Kg και μήκους L=2m που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά το νήμα είναι οριζόντιο το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και η ράβδος σχηματίζει γωνία $\varphi=60^0$ με το οριζόντιο έδαφος. Εκείνη τη στιγμή (t=0), αφήνουμε τη μάζα ελεύθερη να κινηθεί και αρχίζει να ταλαντώνεται. Αν τη στιγμή t=1s, που ο κύβος απομακρύνεται μέγιστα από την αρχική του θέση, η ράβδος έχει περιστραφεί κατά 30^0, τότε:

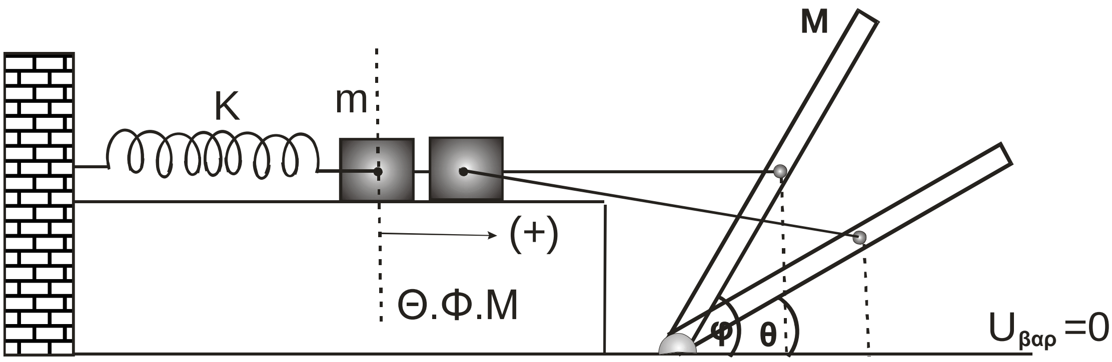


α) Ποια είναι η σταθερά D της ταλάντωσης του κύβου;
β) Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης που πραγματοποιεί ο κύβος.
γ) Αν τη στιγμή που ο κύβος μάζας m, βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση κόβεται το νήμα τότε ποια είναι η εξίσωση της νέας ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει ο κύβος; Θεωρείστε ότι τη στιγμή που κόβεται το νήμα είναι t=0.
δ) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που συγκρούεται με το οριζόντιο έδαφος; Δίνονται $\sqrt{3}=1{,}7$, $\pi^2=10$ και ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από τον άξονα περιστροφής της είναι $I=\frac{1}{3}\cdot M\cdot L^2$.

Λύση:

α) Α.Δ.Ε: $K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}+U_{ελ}\Rightarrow M\cdot g\cdot\frac{L}{2}\cdot ημ60^0= M\cdot g\cdot\frac{L}{2}\cdot ημ30^0+\frac{1}{2}\cdot K\cdot x^2\Rightarrow$

$\Rightarrow 15\cdot\sqrt{3}=15+50\cdot x^2\Rightarrow 15\cdot(\sqrt{3}-1)=50\cdot x^2\Rightarrow x=0{,}46m.$



Τότε όμως επειδή η μάζα m ξεκινάει από την ηρεμία, η θέση ισορροπίας θα βρίσκεται στο μέσο της απόστασης x που διανύει μέχρι στιγμιαία να μηδενιστεί ξανά η ταχύτητά της. Άρα το πλάτος της ταλάντωσής της είναι $A=\frac{x}{2}=0{,}23m$ ή 23cm. Ακόμη είναι $\frac{T}{2}=1 \Rightarrow T=2s$. Τότε $\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi$ rad/s και $D=m\cdot\omega^2=\pi^2=10N/m$.

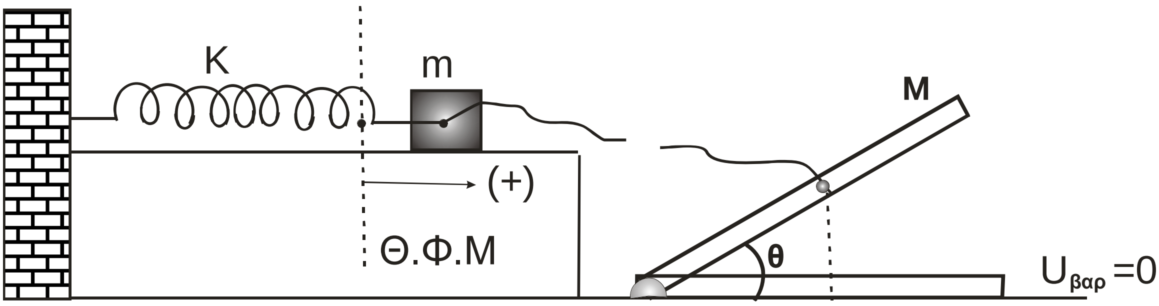
β) για t=0s είναι x=-A, άρα $\varphi_0=\frac{3\pi}{2}$ rad. Τελικά έχουμε $x=A\cdot ημ(\omega t+\varphi_0) \Rightarrow$

$\Rightarrow x=0{,}23\cdot ημ(\pi t+\frac{3\pi}{2})$ (S.I).

γ) Τη στιγμή που κόβεται το νήμα ο κύβος βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση, άρα $\varphi_0'=\frac{\pi}{2}$ rad και $K=m\cdot\omega'^2 \Rightarrow \omega'=10$rad/s. Τότε η Θ.Ι.Τ είναι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, άρα το καινούργιο πλάτος είναι A΄=0,46m

Τελικά $x'=0{,}46\cdot ημ(\pi t+\frac{3\pi}{2})$ (S.I).

δ)



Α.Δ.Μ.Ε$\Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ} \Rightarrow M\cdot g\cdot\frac{L}{2}\cdot ημ30^0=\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2 \Rightarrow 15=2\cdot\omega^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega=\frac{\sqrt{30}}{2}$ rad/s.