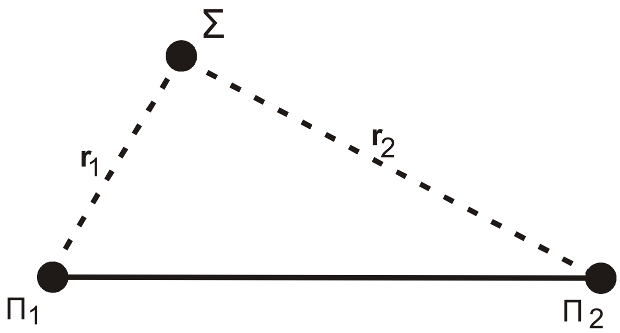
Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΣΑΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΣΥΝΘΕΣΗΣ ΔΥΟ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

1. ΣΥΜΒΟΛΗ

Για την ταλάντωση του σημείου Σ, εξαιτίας του κύματος που «φτάνει» από την πηγή $Π_1$ έχουμε,

$y_1=Αημ2π(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{λ})=Αημ(ωt-\frac{2πr_1}{λ})\Rightarrow$

$\Rightarrow y_1=Αημ(ωt-φ_1)$ με $φ_1=\frac{2πr_1}{λ}$ και $t\geq\frac{r_1}{υ}$.



Παρόμοια για την ταλάντωση του σημείου Σ, εξαιτίας του κύματος που «φτάνει» από την πηγή $Π_2$ έχουμε,

$y_2=Αημ2π(\frac{t}{T}-\frac{r_2}{λ})=Αημ(ωt-\frac{2πr_2}{λ})\Rightarrow y_2=Αημ(ωt-φ_2)$ με $φ_2=\frac{2πr_2}{λ}$ και $t\geq\frac{r_2}{υ}$.

Έστω $r_2>r_1$ τότε και $φ_2>φ_1$.

Άρα το σημείο Σ όταν φτάσουν τα δυο κύματα πραγματοποιεί δυο ταλαντώσεις, $y_1=Αημ(ωt-φ_1)$ και $y_2=Αημ(ωt-φ_2)$, με την ίδια συχνότητα γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στον ίδιο άξονα y΄y, με $Δφ=φ=φ_2-φ_1=2π\frac{r_2-r_1}{λ}$. Τότε το αποτέλεσμα της σύνθεσης των δυο ταλαντώσεων είναι μια α.α.τ με γενική εξίσωση $y=Α΄\cdot ημ(ωt\pm θ)$

Από το διανυσματικό διάγραμμα έχουμε:

$Α΄=\sqrt{A_1^2+A_1^2+2A_1A_2συνφ}$ με $Α_1=Α_2=Α$. Τότε

$Α΄=\sqrt{2A^2+2A^2συνφ}=A\sqrt{2(1+συνφ)}$.

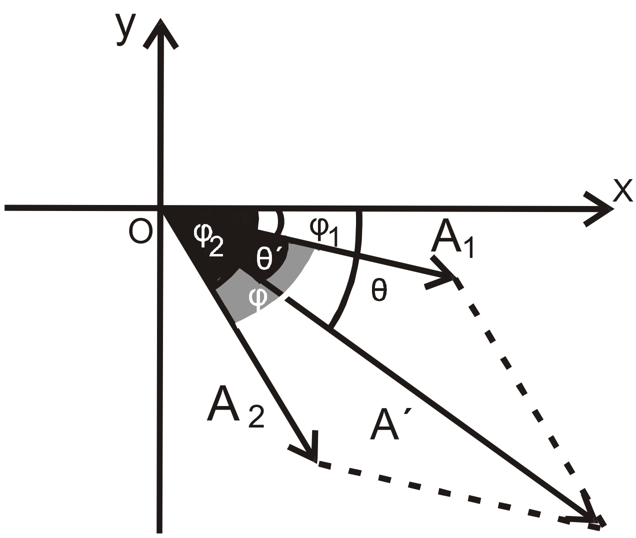
Όμως $συν2α=2συν^2α-1\Rightarrow$

$\Rightarrow 1+συν2α=2συν^2α$, άρα

$1+συνφ=2συν^2\frac{φ}{2}$. Τελικά έχουμε,

$Α΄=A\sqrt{2(1+συνφ)}=2Aσυν\frac{φ}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow Α΄=2Aσυν(π\frac{r_2-r_1}{λ})$.



Ακόμη από το σχήμα είναι $θ΄=\frac{φ}{2}=π\frac{r_2-r_1}{λ}$ και $θ=φ_1+θ΄=\frac{2πr_1}{λ}+π\frac{r_2-r_1}{λ}\Rightarrow θ=\frac{π}{λ}(r_1+r_2)$.

Τελικά $y=Α΄\cdot ημ(ωt-θ)\Rightarrow y=2Aσυν(π\frac{r_2-r_1}{λ})\cdot ημ2π(\frac{t}{T}-\frac{θ}{2π})\Rightarrow$

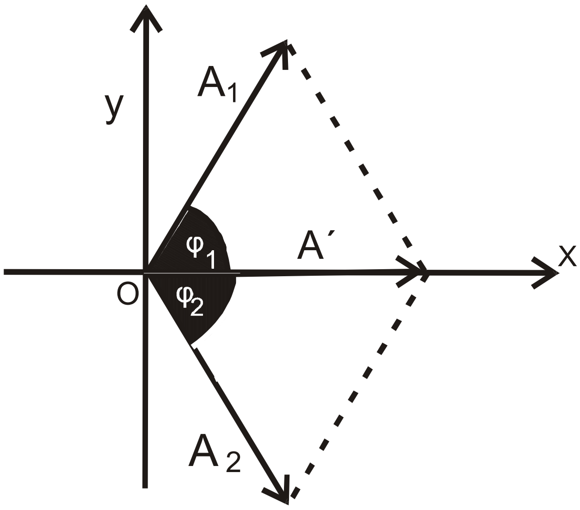
$\Rightarrow y=2Aσυν(π\frac{r_2-r_1}{λ})\cdot ημ2π(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2λ})$ που είναι η εξίσωση συμβολής.

2. ΣΤΑΣΙΜΟ «ΚΥΜΑ»

Έστω ότι η εξίσωση του αρμονικού κύματος y_1 που διαδίδεται κατά μήκος χορδής (άξονας x΄x) είναι $y_1=Αημ2π(\frac{t}{T}-\frac{x}{λ})$ και του δεύτερου κύματος y_2 που συμβάλλει με το πρώτο και παράγει τη ταλάντωση της χορδής είναι, $y_2=Αημ2π(\frac{t}{T}+\frac{x}{λ})$. Τότε για την ταλάντωση ενός σημείου της χορδής στην οποία διαδίνονται τα δυο κύματα και εξαιτίας του κύματος y_1 σε απόσταση x από την αρχή Ο έχουμε, $y_1=Αημ(ωt-\frac{2πx}{λ})\Rightarrow$

$\Rightarrow y_1=Αημ(ωt-φ_1)$ με $φ_1=\frac{2πx}{λ}$.

Παρόμοια, για την ταλάντωση του ίδιου σημείου εξαιτίας του κύματος y_2 έχουμε,
$y_2=Αημ2π(\frac{t}{T}+\frac{x}{λ})=Αημ(ωt+\frac{2πx}{λ})\Rightarrow y_2=Αημ(ωt+φ_2)$ με $φ_2=φ_1=\frac{2πx}{λ}$.
Άρα το σημείο x όταν φτάσουν τα δυο κύματα πραγματοποιεί δυο ταλαντώσεις $y_1=Αημ(ωt-φ_1)$ και $y_2=Αημ(ωt-φ_2)$ με την ίδια συχνότητα γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στον ίδιο άξονα y΄y με $Δφ=φ=φ_2+φ_1=2φ_1$. Τότε το αποτέλεσμα της σύνθεσης των δυο ταλαντώσεων είναι μια α.α.τ με γενική εξίσωση $y=Α΄\cdot ημ(ωt\pm θ)$



Από το διανυσματικό διάγραμμα προκύπτει:
$Α΄=\sqrt{A_1^2+A_1^2+2A_1A_2συνφ}$ με
$A_1=A_2=A$ και $φ=2φ_1$.Τότε
$Α΄=\sqrt{2A^2+2A^2συνφ}=A\sqrt{2(1+συνφ)}$. Όμως
$συν2α=2συν^2α-1\Rightarrow 1+συν2α=2συν^2α$,
Άρα $1+συνφ=2συν^2\frac{φ}{2}$. Τελικά έχουμε,
$Α΄=A\sqrt{2(1+συνφ)}=2Aσυν\frac{φ}{2}=2Aσυνφ_1$ ή
$Α΄=2Aσυνφ_1=2Aσυν\frac{2πx}{λ}$. Ακόμη είναι $θ=0$, άρα έχουμε $y=Α΄\cdot ημ(ωt\pm θ)\Rightarrow$
$\Rightarrow y=Α΄\cdot ημ(ωt)\Rightarrow y=2Aσυν\frac{2πx}{λ}\cdot ημ(\frac{2πt}{T})$ που είναι η εξίσωση του στάσιμου «κύματος».