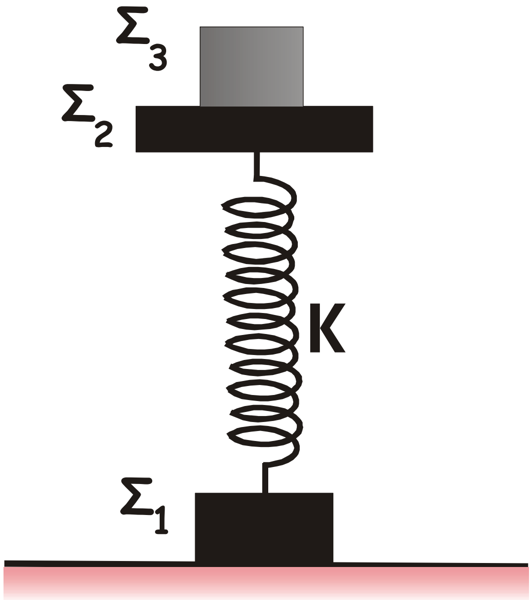
41. Ταλάντωση αποχωρισμός και ανύψωση.

Τα σώματα Σ_1, Σ_2 και Σ_3 του σχήματος έχουν μάζες $m_1=2Kg$, $m_2=1Kg$ και $m_3=0,5Kg$ αντίστοιχα.



Τα Σ_1 και Σ_2 είναι δεμένα στα άκρα του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K=150N/m$. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί.

Να βρείτε:

α) Ποια είναι η μέγιστη δύναμη F που μπορούμε να ασκήσουμε ώστε να μην αποχωριστούν τα Σ_2 και Σ_3 αλλά ούτε και να ανυψωθεί το Σ_1 από το έδαφος;

β) Για ποια τιμή της δύναμης F αποκολλάται το Σ_1 από το έδαφος;

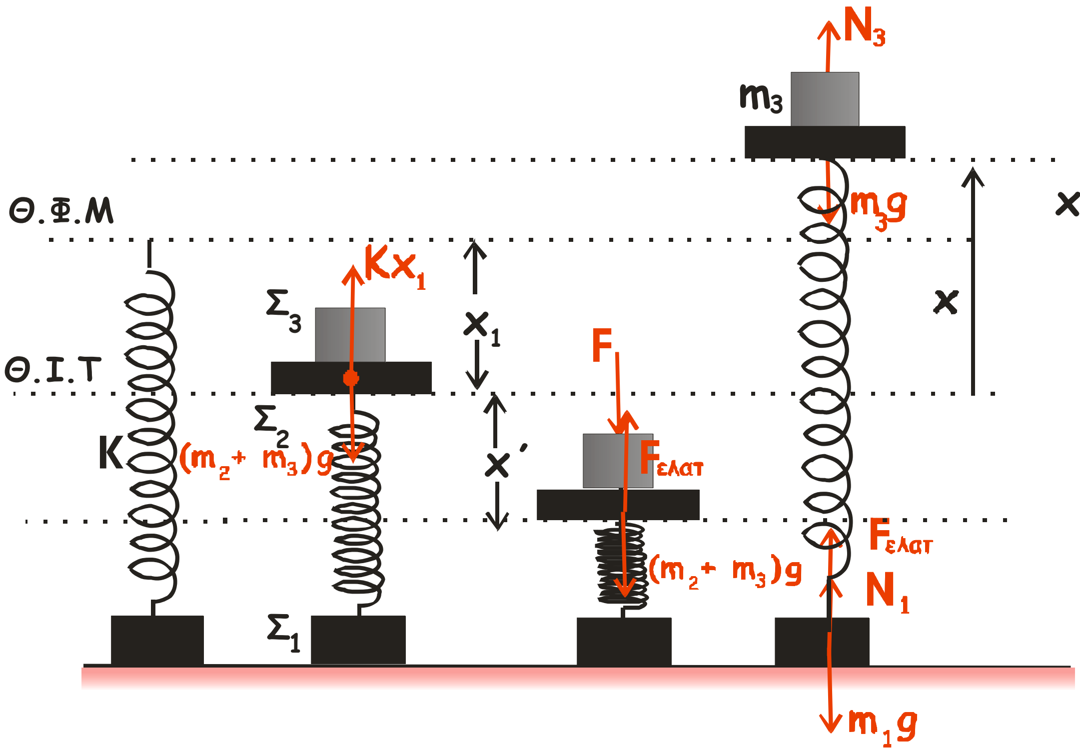
γ) Αν ρίξουμε κόλλα ανάμεσα στα Σ_2 και Σ_3, τότε τι τιμή πρέπει να έχει η η δύναμη F_κ που ασκεί η κόλλα στα δυο σώματα, ώστε τη στιγμή που το Σ_1 μόλις ανυψώνεται από το έδαφος να αποχωρίζεται και το σώμα Σ_3 από το Σ_2;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

Συνοπτική λύση:

α) Για τη Θ.Ι.Τ του συστήματος των μαζών έχουμε ,

$\Sigma F=0 \Rightarrow (m_2+m_3)\cdot g = K\cdot x_1 \Rightarrow x_1=\dfrac{(m_2+m_3)g}{K}=\dfrac{15}{150} \Rightarrow x_1=0{,}1\text{m}.$



Τότε για το Σ_3 και για μια τυχαία θέση που απέχει έστω x πάνω από τη Θ.Ι.Τ ισχύει:
$\Sigma F=-Dx \Rightarrow N_3-m_3\cdot g= - D_3\cdot x \Rightarrow N_3 = m_3\cdot g- D_3\cdot x$.

Για τη σταθερά ταλάντωσης του Σ_3 ισχύει, $D_3=m_3\cdot\omega^2$, ακόμη ισχύει $K=(m_2+m_3)\cdot\omega^2$.
Τελικά προκύπτει $D_3=\dfrac{m_3}{m_2+m_3}\cdot K \Rightarrow D_3=50\text{N/m}$.

Για να αποχωριστούν τα Σ_2 και Σ_3 θα πρέπει $N_3=0$, άρα $x=\dfrac{m_3 g}{D_3}=0{,}1\text{m}$ ή 10cm.

Όταν τα Σ_2 και Σ_3 απέχουν x από τη Θ.Ι.Τ, τότε για το Σ_1 ισχύει
$\Sigma F=0 \Rightarrow N_1+F_{\varepsilon\lambda}=m_1 g$.

Για να αποσπαστεί το σώμα Σ_1 από το έδαφος, θα πρέπει $N_1=0$, οπότε έχουμε και
$F_{\varepsilon\lambda}=m_1 g \Rightarrow K\cdot x_3= m_1 g \Rightarrow x_3=\dfrac{m_1 g}{K}=13{,}3\text{cm}$ και

$x=x_1+x_3=\dfrac{(m_2+m_3)g}{K}+\dfrac{m_1 g}{K}=\dfrac{(m_1+m_2+m_3)g}{K}=\dfrac{7}{30}=23{,}3\text{cm}.$

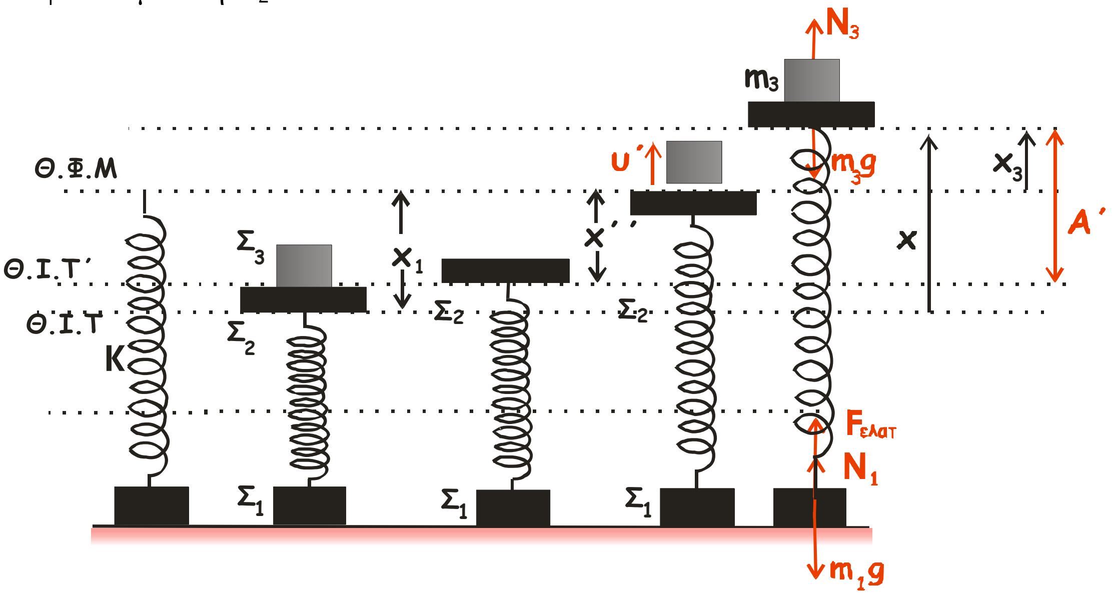
Άρα αν η δύναμη F είναι τέτοια ώστε το $x΄\le 10$cm τότε ούτε οι Σ_2 και Σ_3 αποχωρίζονται αλλά ούτε και η Σ_1 αποκολλάται από το έδαφος.
Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η δύναμη F να είναι τέτοια ώστε τα Σ_2 και Σ_3 να φτάνουν ίσα – ίσα στη Θ.Φ.Μ του ελατηρίου.

Στη θέση όπου το σύστημα ισορροπεί δεχόμενο την επίδραση της δύναμης F, για την ισορροπία των Σ_2 και Σ_3 ισχύει

$F+(m_2+m_3)\cdot g=K\cdot(x_1+x')\Rightarrow$ $F=K\cdot(x_1+x')-(m_2+m_3)\cdot g\Rightarrow$ $F=K\cdot x'$ και επειδή πρέπει $x'\le 10cm$ προκύπτει και $F\le 15N$. Άρα η μέγιστη δύναμη που μπορούμε να ασκήσουμε είναι 15N.

β) Είπαμε πως για να αποσπαστεί το σώμα Σ_1 από το έδαφος, θα πρέπει $N_1=0$, οπότε έχουμε και $F_{\varepsilon\lambda}=m_1g\Rightarrow K\cdot x_3= m_1g\Rightarrow x_3=\frac{m_1g}{K}=\frac{2}{15}$ m=13,3cm.

Άρα σίγουρα η δύναμη F πρέπει να είναι ικανή, ώστε η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου να είναι τέτοια, ώστε το ελατήριο να φτάνει πάνω από τη Θ.Φ.Μ κατά x_3. Όμως μόλις το ελατήριο φτάσει στη Θ.Φ.Μ τα Σ_2 και Σ_3 αποχωρίζονται άρα στο x_3 θα φτάσει μόνο η m_2.

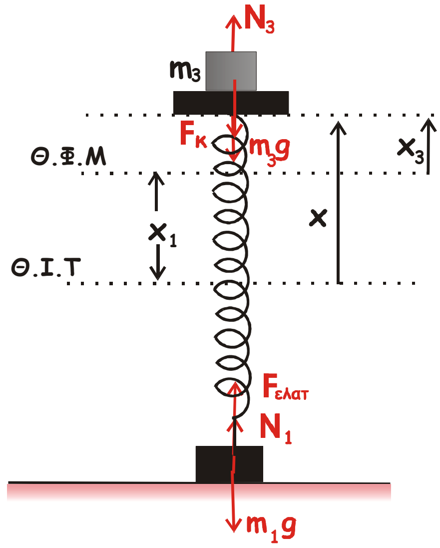


Η καινούργια θέση ισορροπίας της Σ_2 μόλις αποχωριστούν τα Σ_2 και Σ_3 απέχει από τη Θ.Φ.Μ προς τα κάτω κατά $x''=\frac{m_2g}{K}=\frac{1}{15}$m. Άρα το καινούργιο πλάτος ταλάντωσης για το Σ_2 ώστε να αποσπαστεί το σώμα Σ_1 από το έδαφος, θα πρέπει να είναι $A'=x''+x_3=\frac{m_2g}{K}+\frac{m_1g}{K}=\frac{1}{5}$m. Τη στιγμή του αποχωρισμού των Σ_2 και Σ_3, το Σ_2 απέχει από τη θέση ισορροπίας του κατά x'' ενώ έχει και μια ταχύτητα υ΄. Η ταχύτητα υ΄ πρέπει να είναι τέτοια ώστε το Σ_2 να φτάσει πάνω από τη θέση ισορροπίας του στο Α΄. Άρα από Α.Δ.Ε για την ταλάντωση του Σ_2 και για τη θέση όπου αποχωρίζεται από το Σ_3 έχουμε,

$$\frac{1}{2}m_2\cdot \upsilon'^2+\frac{1}{2}\cdot K\cdot x''^2=\frac{1}{2}\cdot K\cdot A'^2\Rightarrow \upsilon'^2=K\cdot(A'^2-x''^2)\Rightarrow \upsilon'^2=150\cdot\left(\frac{1}{25}-\frac{1}{225}\right)\Rightarrow$$

$\Rightarrow \upsilon'^2=\frac{16}{3}(m/s)^2$. Όμως η ταχύτητα υ΄ για τη ταλάντωση των Σ_2 και Σ_3 και μέχρι τη στιγμή που αποχωρίζονται είναι $\upsilon'=\omega\sqrt{A^2-x_1^2}\Rightarrow \upsilon'^2=\omega^2(A^2-x_1^2)$, όπου Α είναι το πλάτος ταλάντωσης των Σ_2 και Σ_3 και μέχρι να αποχωριστούν, $\omega=\sqrt{\frac{K}{m_2+m_2}}=\sqrt{50}$ rad/s και $x_1=\frac{(m_2+m_3)g}{K}=\frac{15}{150}\Rightarrow x_1=0{,}1m$

Τότε προκύπτει $\frac{16}{3}$=50·(A^2-0,01)⇒ $A^2=\frac{16}{150}+\frac{1}{100}$ ⇒ $A^2=\frac{35}{300}=\frac{7}{60}$ ή A=0,34m.
Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει το ελατήριο να είναι συμπιεσμένο τουλάχιστο κατά $x=x_1+A$ ώστε το Σ_1 να εγκαταλείψει το έδαφος. Τότε όμως για την ισορροπία των Σ_2 και Σ_3 ισχύει $F+(m_2+m_3)\cdot g=K\cdot(x_1+A) \Rightarrow F=K\cdot(x_1+A)-(m_2+m_3)\cdot g \Rightarrow F=K\cdot A=$
$=150\cdot 0{,}34=51N$.



γ) Για να αποσπαστεί το σώμα Σ_1 από το έδαφος, θα πρέπει $x_3=\frac{m_1 g}{K}=\frac{2}{15}$m πάνω από τη Θ.Φ.Μ του ελατηρίου. Τότε σε εκείνη τη θέση για το Σ_3 ισχύει: $\Sigma F=-Dx \Rightarrow N_3-m_3\cdot g-F_\kappa=-D_3\cdot x$ και για $N_3=0$ έχουμε,
$F_\kappa=D_3\cdot x-m_3\cdot g$ με $x=x_1+x_3=\frac{1}{10}+\frac{2}{15}=\frac{7}{30}$m και
$D_3=\frac{m_3}{m_2+m_3}\cdot K=50N/m$. Άρα προκύπτει
$F_\kappa=50\cdot\frac{7}{30}-5 \Rightarrow F_\kappa=\frac{35}{3}-\frac{15}{3} \Rightarrow F_\kappa=\frac{20}{3}$N ή 6,67N.

mix-mix@sch.gr