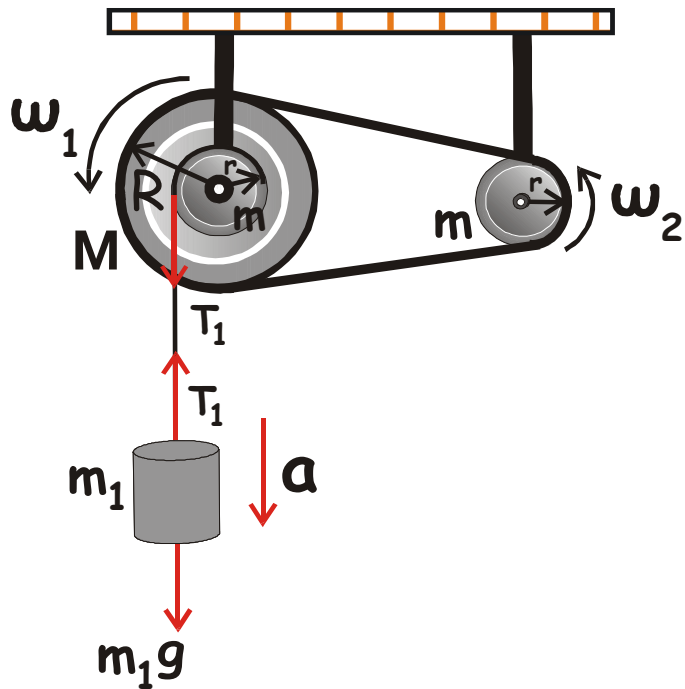


Σύστημα τροχαλιών με μάντα

Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από μια διπλή και από μια απλή τροχαλία οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με μάντα αμελητέας μάζας όπως φαίνεται στο σχήμα. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δυο τροχαλίες που έχουν κοινό άξονα. Η μικρότερη από αυτές έχει μάζα $m=1\text{Kg}$ και ακτίνα $r=0,2\text{m}$, ενώ η πιο μεγάλη έχει μάζα $M=2\text{Kg}$ και ακτίνα $R=0,4\text{m}$. Η απλή τροχαλία έχει μάζα $m=1\text{Kg}$ και ακτίνα $r=0,2\text{m}$. Γύρω από τη μικρότερη τροχαλία της διπλής τροχαλίας είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί. Στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού είναι δεμένο ένα σώμα μάζας $m_1=$
 $=\frac{13}{8}\text{Kg}$.



Κάποια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο.

α) Αν το νήμα ξετυλιχθεί κατά

$L=1\text{m}$, τότε να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα ω_1 της διπλής τροχαλίας

β) Ποιος είναι ο ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας εκείνη τη στιγμή και

γ) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

Η ροπή αδράνειας κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=$
 $=\frac{1}{2}\cdot m\cdot r^2$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Συνοπτική λύση:

α) Θ.Μ.Κ.Ε: $K_{\text{τελ}}-K_{\text{αρχ}}=W_w \Rightarrow m_1\cdot g\cdot L = \frac{1}{2}\cdot (I_1+I_2)\cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2}\cdot I_2\cdot \omega_2^2 + \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1^2$ (1), όπου v_1 είναι η ταχύτητα της μάζας m_1 τη στιγμή που ξετυλίγεται το νήμα.

$I_1 = \frac{1}{2}\cdot M\cdot R^2 = 16\cdot 10^{-2}\text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ και $I_2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot r^2 = 2\cdot 10^{-2}\text{ Kg}\cdot\text{m}^2$.

Ακόμη για τη γραμμική ταχύτητα όλων των σημείων του μάντα ισχύει

$v = \omega_1\cdot R = \omega_2\cdot r \Rightarrow \omega_2 = \omega_1\cdot \frac{R}{r} \Rightarrow \omega_2 = 2\cdot \omega_1$ και $v_1 = \omega_1\cdot r$.

Τότε (1) $\Rightarrow \omega_1 = 10\text{rad/s}$.

β) $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = m_1\cdot g\cdot v_1 = \frac{13}{8}\cdot 20 = 32,5\text{J/s}$, όπου $v_1 = \omega_1\cdot r = 10\cdot 0,2 = 2\text{m/s}$.

γ) Ισχύει $v_1^2 = 2\cdot a\cdot L \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{2L} = 2\text{m/s}^2$.

Για τη μάζα m_1 ισχύει $m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow T_1 = m_1 \cdot (g - a) \Rightarrow T_1 = \frac{13}{8} \cdot 8 \Rightarrow T_1 = 13\text{N}$.