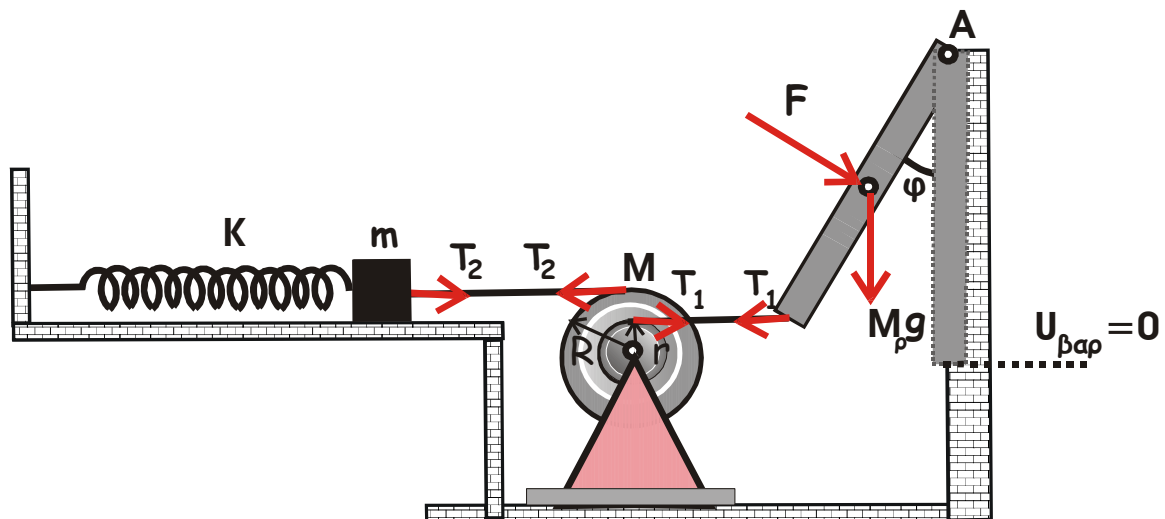


## Τροχός\_ελατήριο\_ράβδος

Στη διάταξη του σχήματος ο τροχός έχει μάζα  $M=0,6\text{Kg}$  και ακτίνα  $R=10\text{cm}$ . Στην περιφέρεια του τροχού είναι τυλιγμένο γύρω της, αβαρές νήμα στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα μάζας  $m=0,1\text{Kg}$ . Το σώμα μάζας  $m$  είναι επίσης δεμένο στο οριζόντιο ελατήριο του σχήματος σταθεράς  $K=90\text{N/m}$ . Επίσης σε απόσταση  $r=R/2$  από το κέντρο του τροχού είναι δεμένο ένα δεύτερο νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο άκρο ράβδου μάζας  $M_p=3\text{ Kg}$  και μήκους  $L=1\text{m}$ . Στο μέσο της ράβδου ασκείται κάθετα σε αυτή και με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα δύναμη  $F=30\text{N}$  και η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας με την κατακόρυφο γωνία  $\varphi = \frac{\pi}{5}\text{ rad}$  με  $\eta\mu\varphi=0,6$ .

α) Αν αρχικά όλο το σύστημα ισορροπεί τότε να υπολογιστεί η τάση στα άκρα των δυο νημάτων.

β) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με τον τροχό. Πόση είναι τότε η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου;



γ) Μόλις η ράβδος γίνει κατακόρυφη συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο. Ποια είναι η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση της ράβδου με τον τοίχο αν τελικά η ράβδος σταματά να περιστρέφεται;

δ) Μόλις η μάζα  $m$  τη χρονική στιγμή  $t_0=0$ , φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, κόβεται και το νήμα που τη συνδέει με τον τροχό.

i) Ποια είναι η εξίσωση της α.α.τ που θα πραγματοποιήσει η μάζα  $m$ ; Θεωρείστε την προς τα δεξιά φορά θετική.

ii) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα του τροχού όταν η μάζα  $m$  πραγματοποιήσει μια ταλάντωση; Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται για τον τροχό  $I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$  και για τη ράβδο

$$I_p = \frac{1}{3} \cdot M_p \cdot L^2 \text{ ακόμη } g=10\text{m/s}^2 .$$

**Συνοπτική λύση:**

α) Από τη συνθήκη ισορροπίας για τη ράβδο μάζας  $M_p$  ισχύει,  
 $\Sigma\tau=0 \Rightarrow T_1 \cdot L \cdot \sin\varphi = M_p \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \eta\mu\varphi + F \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow T_1 \cdot 0,8 = 15 \cdot 0,6 + 15 \Rightarrow T_1 = 30\text{N}$ .

Για τον τροχό ισχύει,  $\Sigma\tau=0 \Rightarrow T_1 \cdot r = T_2 \cdot R \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2} = 15\text{N}$ .

β) Μόλις κόψουμε το νήμα για τη ράβδο έχουμε,

$$\Sigma\tau = I_p \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F \cdot \frac{L}{2} + M_p \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \eta\mu\varphi = \frac{1}{3} \cdot M_p \cdot L^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 15 + 15 \cdot 0,6 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 24\text{rad/s}^2.$$

$$\gamma) \Delta K = W_w + W_F = M_p \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot (1 - \sin\varphi) + F \cdot \frac{L}{2} \cdot \varphi \Rightarrow \Delta K = 3 + 15 \cdot \frac{\pi}{5} = 3 \cdot (1 + \pi)\text{J}.$$

δ) i) Από τη συνθήκη ισορροπίας της μάζας  $m$ , έχουμε,  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = K \cdot d \Rightarrow d = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}\text{m}$ .

$$\Theta.M.K.E: K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\text{ελ}}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = U_{\text{αρχ}} - U_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot d^2 \Rightarrow m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = K \cdot d^2 \Rightarrow 0,1 \cdot v^2 + 0,3 \cdot v^2 = 2,5 \Rightarrow$$

$\Rightarrow v^2 = 6,25 \Rightarrow v = 2,5\text{m/s}$ . Όμως αυτή θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα για την ταλάντωση της μάζας  $m$ , που θα ακολουθήσει. Άρα  $v = v_{\text{max}} = \omega \cdot A$ , με

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 30\text{rad/s}. \text{ Τελικά } A = \frac{1}{12}\text{m}. \text{ Ακόμη για } t_0 = 0 \text{ είναι } x = 0 \text{ και } v < 0, \text{ άρα } \varphi_0 = \pi \text{ rad}.$$

$$\text{Τελικά έχουμε } x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = \frac{1}{12} \cdot \eta\mu(30t + \pi) \text{ (S.I.)}$$

ii) Επειδή μόλις κόβεται το νήμα που συνδέει τον τροχό με τη μάζα  $m$ , δεν ασκείται πλέον καμία  $\tau_{\text{εξ}}$  στον τροχό, η γωνιακή του ταχύτητα παραμένει σταθερή και ίση με αυτή που είχε τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Άρα ισχύει  $v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = 25\text{ rad/s}$ .