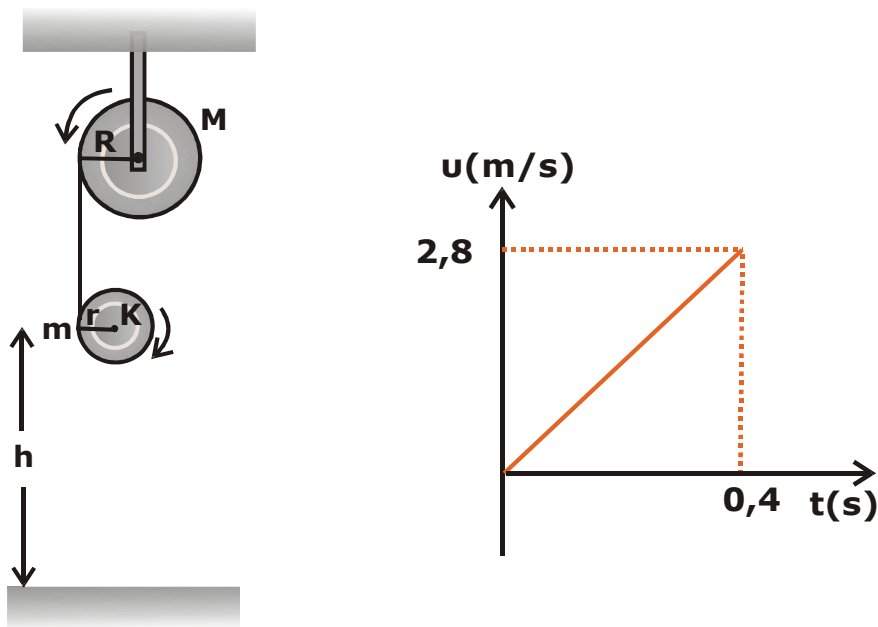


Σύστημα δυο τροχαλιών

Γύρω από μια τροχαλία ακτίνας $R=0,2\text{m}$ και μάζας $M=6\text{kg}$ έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου δένουμε μια δεύτερη τροχαλία m και ακτίνας $r=0,1\text{m}$, την οποία συγκρατούμε σε ύψος h από το έδαφος, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αφήνουμε τη δεύτερη τροχαλία να πέσει και παίρνουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της K , σε συνάρτηση με το χρόνο, η μορφή της οποίας φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δίνεται η ροπή αδράνειας τροχαλίας μάζας M και ακτίνας R ως προς τον άξονά της $I = \frac{1}{2} MR^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις δυο τροχαλίες.
- ii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση της τροχαλίας m .
- iii) Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος (κατά την διάρκεια της πτώσης) και η μάζα m της τροχαλίας που πέφτει.
- iv) Ποιο είναι το ύψος h ;

Λύση:

i)

ii) Για την επιτάχυνση a του κέντρου μάζας της δεύ-τερης τροχαλίας έχουμε $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 7 \text{ m/s}^2$.iii) Ισχύει $\Delta y_k = R \cdot \Delta \theta_1 + r \cdot \Delta \theta_2 \Rightarrow \Delta y_k / \Delta t = R \cdot \omega_1 + r \cdot \omega_2$ ή

$$a = R \cdot \alpha_{\omega_1} + r \cdot \alpha_{\omega_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\alpha_{\omega_1} + \alpha_{\omega_2} = 70 \quad (1)$$

Για τη μεταφορική κίνηση της τροχαλίας μάζας m :

$$\Sigma F = ma \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow T = 10m - 7m \Rightarrow T = 3m \quad (2).$$

Για τη στροφική κίνηση της μάζας m :

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\omega_2} \Rightarrow Tr = \frac{1}{2} mr^2 \alpha_{\omega_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} m r \alpha_{\omega_2} \Rightarrow T = \frac{1}{20} m \alpha_{\omega_2} \quad (3).$$

Τότε από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει:

$$3m = \frac{1}{20} m \alpha_{\omega_2} \Rightarrow \alpha_{\omega_2} = 60 \text{ rad/s}^2.$$

Από την (1) $\Rightarrow 2\alpha_{\omega_1} = 70 - 60 \Rightarrow \alpha_{\omega_1} = 5 \text{ rad/s}^2$.Για τη στροφική κίνηση της τροχαλίας μάζας M :

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\omega_1} \Rightarrow TR = \frac{1}{2} MR^2 \alpha_{\omega_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} MR \alpha_{\omega_1} \Rightarrow T = \frac{6}{10} \alpha_{\omega_1} \quad (4) \text{ ή } T = \frac{6}{10} \cdot 5 \Rightarrow T = 3 \text{ N}.$$

Τότε από τη σχέση (2) $\Rightarrow m = 1 \text{ Kg}$.

$$\text{iv) } h = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 0,16 \Rightarrow h = 0,56 \text{ m}.$$

