

Μαθημα 39: Άλλοι Μεταβλητές - Σωθρον

Αδην σε κάποια παραδείγματα έχουμε χρησιμοποιήσει την μέθοδο η οποία εφαρμόζεται σε όρια πολλών κατηγοριών

1^ο Λυμένο Παράδειγμα

Να υπολογιστεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 6x}{\eta\mu 2x}$

Μέθοδος λογιά

- Ισχύει η πρόταση:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(g(x)) = \lim_{u \rightarrow u_0} f(u) = P$$

όπου $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = u_0$ και $g(x) \neq u_0$ κοντά στο x_0

- Αξιόλογες Αντικαταστάσεις

- $x - x_0 = h$ οπότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h)$

- Αν $x_0 \neq 0$ $h = \frac{x}{x_0}$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{h \rightarrow 1} f(x_0 \cdot h)$

- $x - x_0 = \lambda \cdot h$ ($\lambda \neq 0$)

τότε $x = x_0 + \lambda h$ και $h \rightarrow 0$

αρα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + \lambda h)$

Λύση

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 6x}{\eta\mu 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\eta\mu 6x}{6x} \cdot 6x}{\frac{\eta\mu 2x}{2x} \cdot 2x}$$

$$= 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\eta\mu 6x}{6x}}{\frac{\eta\mu 2x}{2x}}$$

Θέτουμε $u = 6x$. Τότε $x \rightarrow 0$ και $u \rightarrow 0$

$$\text{Άρα } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 6x}{6x} = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\eta\mu u}{u} = 1$$

Ομοίως, θέτουμε $y = 2x$ τότε $y \rightarrow 0$

$$\text{και } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 2x}{2x} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\eta\mu y}{y} = 1$$

$$\text{Άρα } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 6x}{\eta\mu 2x} = 3$$

2^ο Λυμένο Παράδειγμα : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sigma\omega x}{\pi - 2x}$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sigma\omega x}{\pi - 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)}{\pi - 2x}$$

Θέτουμε $u = \frac{\pi}{2} - x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - u$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} u = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\frac{\pi}{2} - x) = 0 \text{ άρα } u \rightarrow 0$$

Επομένως

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\eta\mu u}{\pi - 2(\frac{\pi}{2} - u)} = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\eta\mu u}{2u} = \frac{1}{2}$$

Άλυτα Παραδείγματα

① ~~Άλυτα~~ Υπολογίστε τα όρια

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{x}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\varphi(\eta\mu x)}{\eta\mu x}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\varphi 5x}{\epsilon\mu 4x}$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(\eta\mu 3x)}{\eta\mu x}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\epsilon\phi(x-3)}{x^2 - 2x - 3}$

vi) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\eta\mu(\eta x)}{x-2}$

② Υπολογίστε τα όρια

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 3x + 2| + |x^2 - x|}{\sqrt{x-1} \cdot \eta\mu \sqrt{x^2 - 1}}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\eta\mu(x^2 - 4)}{\eta\mu(x^2 - 2x)}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\eta\mu^2(\sqrt{x+7} - 3)}{\eta\mu(x^2 - 4) \eta\mu(x^2 - x - 2)}$