No. Date

Ερωτήσεις Σ ή Λ στην Ενότητα 2

Όρια Σ ή Λ.

1 Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \to 2} f(x) > 0$. Τότε ισχύει $f(2) > 0$

2. Αν κοντά στο $x_0 = 2$ ισχύει $f(x) \leq 0$, τότε ισχύει και $\lim_{x \to 2} f(x) \leq 0$

3. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) < g(x)$ κοντά στο x_0, τότε ισχύει:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) < \lim_{x \to x_0} g(x)$$

4. Αν ισχύει $\lim_{x \to x_0} |f(x)| = 3$ τότε ισχύει

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = 3 \text{ ή } \lim_{x \to x_0} f(x) = -3$$

5. Αν υπάρχει το $\lim_{x \to 1} f(x)$ και ισχύει $f(x) > 0$ κοντά στο $x_0 = 1$, τότε $\lim_{x \to 1} f(x) > 0$

6. Αν ισχύει $\lim_{x \to x_0} |f(x)| = 0 \Rightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = 0$

7. Αν ισχύει $\lim_{x \to x_0} (f(x) + g(x)) = 0$ τότε

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\lim_{x \to x_0} g(x)$$

8. Αν ισχύει $|f(x)| \leq g(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \to x_0} g(x) = 0$ τότε $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$

9. Αν τα όρια $\lim_{x \to x_0} f(x)$ και $\lim_{x \to x_0} g(x)$ δεν υπάρχουν τότε δεν υπάρχει ούτε το $\lim_{x \to x_0} (f(x) + g(x))$

10. Αν $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))=\lambda$ και $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\mu$ τότε

$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\lambda-\mu$

11. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$ τότε

$$\lim_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=+\infty \quad ή \quad \lim_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)}=-\infty$$

12. Αν $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|=+\infty$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ ή $-\infty$

13. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ τότε το x_0 δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού της f

14. Αν $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty$ και $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$ τότε το

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}$ δεν υπάρχει

15. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2}{f(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{-3}{f(x)}$

16. Αν $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ τότε το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{f(x)}$

δεν υπάρχει.

17. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2}{|f(x)|}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{-5}{|f(x)|}$

18. Αν $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ τότε το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ δεν

υπάρχει.

19. Αν $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ τότε ισχύει $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ημ f(x)}{f(x)}=1$

20. Αν $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ άρτια με $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ τότε $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$

21. Αν $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ περιοδική με περίοδο T και $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$

τότε $\lim\limits_{x\to x_0-T}\dfrac{1}{f(x)}=0$

No. Date

22. Αν $\lim_{h\to 0} f(x_0+h)=\ell$ τότε $\lim_{x\to x_0} f(x)=\ell$

23. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x)<0$ τότε $f(x)<0 \quad \forall x\in D_f$

24. Αν υπάρχει το $\lim_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$ τότε

$$\lim_{x\to x_0}(f(x)+g(x)) = \lim_{x\to x_0} f(x) + \lim_{x\to x_0} g(x)$$

25. Αν $f(x)<g(x)$ κοντά στο x_0 τότε

$$\lim_{x\to x_0} f(x) \le \lim_{x\to x_0} g(x)$$

26. Αν $f(x)\le g(x)\le h(x)$ κοντά στο x_0 και

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} h(x) = \ell$$

τότε $\lim_{x\to x_0} g(x)=\ell$

27. Αν $D_f=(\alpha,\beta)$ τότε $\lim_{x\to \alpha} f(x) = \lim_{x\to \alpha^+} f(x)$

και $\lim_{x\to \beta} f(x) = \lim_{x\to \beta^-} f(x)$

28. $$\lim_{x\to x_0} f(x)=0 \iff \lim_{x\to x_0}|f(x)|=0$$

29. Έστω f οριςμένη στο $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$.
Τότε

$$\lim_{x\to x_0} f(x)=\ell \iff \lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x)=\ell$$

30. Αν υπάρχει το $\lim_{x\to x_0} f(x)$ τότε

$$\lim_{x\to x_0} \sqrt[\nu]{f(x)} = \sqrt[\nu]{\lim_{x\to x_0} f(x)}$$

με $\nu\in\mathbb{N}$ και $\nu\ge 2$

31. Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))$ τότε υπάρχουν και τα $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$

32. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = -\infty$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

33. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$ τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

34. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell > 0$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -\infty$

τότε $\lim\limits_{x\to x_0} (f(x)\cdot g(x)) = -\infty$

35. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = +\infty$ τότε

το $\lim\limits_{x\to x_0} (f(x)\cdot g(x))$ δεν υπάρχει

36. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

37. $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{ημx}{x} = 1$

38. Ισχύει $|ημx| < |x|$ $\forall$ $x \in \mathbb{R}^*$

39. Αν $α > 1$ τότε $\lim\limits_{x\to -\infty} α^x = +\infty$

40. Αν οι f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \le g(x)$ κοντά στο x_0 τότε $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \le \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$

41. Αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ τότε

$$\lim_{x\to x_0} |f(x)| = \left|\lim_{x\to x_0} f(x)\right|$$

No. Date

42. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0

43. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$ τότε $\lim_{x\to x_0} (-f(x)) = +\infty$

44. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x\to x_0} \sqrt[k]{f(x)} = +\infty$

45. $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^{2\nu}} = -\infty$ $\nu \in \mathbb{N}^*$

46. $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x^{2\nu+1}} = +\infty$ $\nu \in \mathbb{N}$

47. $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

48. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$ τοτε $\lim_{x\to x_0} |f(x)| = +\infty$

49. $\lim_{x\to +\infty} \frac{1}{x^\nu} = +\infty$

50. $\lim_{x\to -\infty} x^\nu = \begin{cases} +\infty, & \nu \text{ αρτιος} \\ -\infty, & \nu \text{ περιττος} \end{cases}$ $\nu \in \mathbb{N}^*$

51. Αν $0<a<1$ τοτε $\lim_{x\to +\infty} a^x = -\infty$

52. Αν $\alpha > 1$ τοτε $\lim_{x\to 0} \log_\alpha x = -\infty$

53. Αν $\lim_{x\to x_0} f^2(x) = 0$ τότε $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$

54. Αν $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ τοτε $\lim_{x\to x_0} f^2(x) = 0$

55. Αν $\lim_{x\to x_0} f^2(x) = 4$ τοτε $\lim_{x\to x_0} f(x) = \pm 2$

56. Αν $\lim_{x\to x_0} (f^2(x) + g^2(x)) = 0$ τοτε $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$

57. Το όριο μιας συνάρτησης ~~είναι~~ είναι είτε πραγματικός αριθμός είτε είναι ίσο με $\pm\infty$

58. Το $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x-2}$ δεν έχει νόημα

59. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x^3-x^2}=0$

60. Αν το $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ δεν υπάρχει, τότε δεν υπάρχουν και τα πλευρικά όρια $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$

61. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\alpha$ με $\alpha\in\mathbb{R}$ τότε $f(x)<0$ κοντά στο x_0

62. Αν ισχύει $f(x)<h(x)<g(x)$ και $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ τότε το $\lim\limits_{x\to x_0} h(x)$ δεν υπάρχει

63. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ και $f(x)<g(x)$ κοντά στο x_0 τότε $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=+\infty$

64. Αν $P(x)$ πολυώνυμο τότε $\lim\limits_{x\to\infty} P(x)=+\infty$

65. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x)=+\infty$

66 $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x)=-\infty$

67. Το $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\eta\mu\frac{1}{x}\right)$ δεν υπάρχει

68 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\,\eta\mu\frac{1}{x}\right)=1$

69. Η μορφή "$\frac{0}{-\infty}$" είναι απροσδιοριστία

No. Date

70. Αν το $\lim_{x \to x_0} f(x)$ και $\lim_{x \to x_0} g(x)$ υπάρχουν τότε

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to x_0} f(x)}{\lim_{x \to x_0} g(x)}$$

71. Αν το $\lim_{x \to x_0} (f(x)+g(x))$ υπάρχει ενώ δεν υπάρχει το $\lim_{x \to x_0} g(x)$, τότε δεν υπάρχει και το $\lim_{x \to x_0} f(x)$.

72. Αν το $\lim_{x \to x_0} (f(x) \cdot g(x))$ υπάρχει και υπάρχει και το $\lim_{x \to x_0} g(x)$, τότε υπάρχει και το

$$\lim_{x \to x_0} f(x)$$

73. Αν το σύνολο τιμών της f είναι κλειστό διάστημα τότε δεν μπορεί να υπάρχει x_0 με

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty$$

74. Αν f γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$ τότε θα υπάρχει το $\lim_{x \to x_0} f(x)$ $\forall x_0 \in \mathbb{R}$

75. Αν f γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$ και $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ τότε δεν γίνεται να ισχύει $\lim_{x \to x_1} f(x) = \lim_{x \to x_2} f(x)$

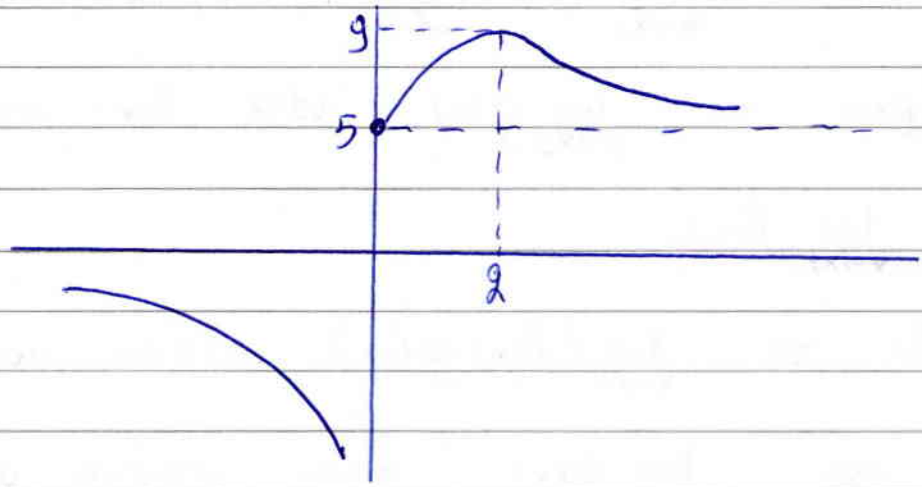
76. Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ η f έχει ολικό μέγιστο το $+\infty$

77. Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \to x_2} f(x) = -\infty$ για $x_1, x_0 \in D_f$ τότε $f(A) = \mathbb{R}$

No. Date

78. Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$ η f δεν έχει ολικό ελάχιστο ($x_0 \in D_f$)

79. Αν C_f η γραφική παράσταση που ακολουθεί:



τότε:

i) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

ii) Δεν υπάρχει το $\lim_{x \to 0} f(x)$

iii) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 9$

iv) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

v) $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 5$

80. Αν $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \ell \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \to x_0} g(x) = 0$

τότε $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$