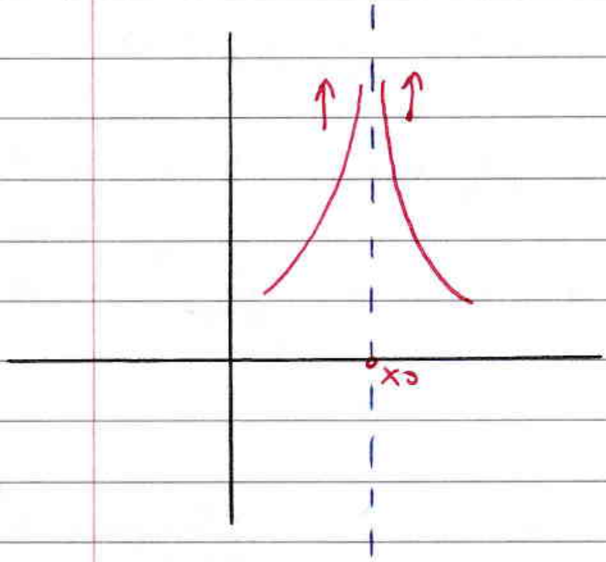
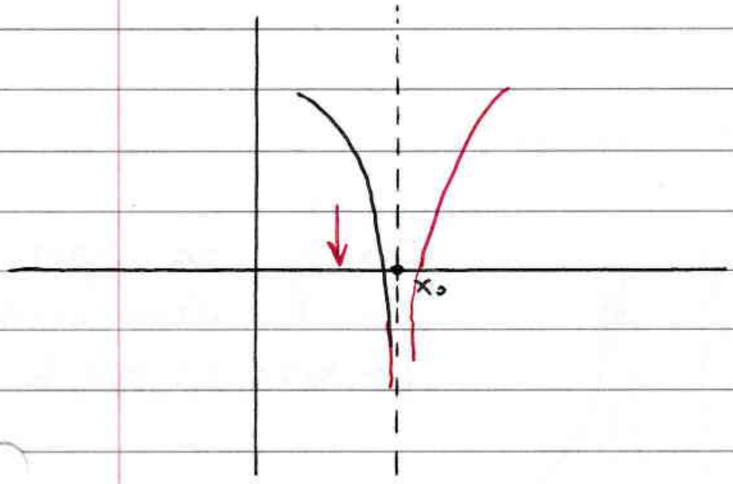
Μάθημα 1º: Μη Πεπερασμένο Όριο στο x_0: Γεωμ. Ερμηνεία



Στο διπλανό σχήμα, βλέπουμε ότι καθώς το x πλησιάζει με οποιοδήποτε τρόπο στο x_0 (είτε από αριστερά, είτε από δεξιά), τότε οι τιμές της συνάρτησης f, αυξάνονται απεριόριστα.
Τότε λέμε ότι

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$



Στο διπλανό σχήμα, καθώς το x πλησιάζει στο x_0, οι τιμές της f μειώνονται απεριόριστα. Τότε γράφουμε:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

Ιδιότητες

i) $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty \iff \lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$

ii) $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty \iff \lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$

iii) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0

iv) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

v) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \to x_0} (-f(x)) = -\infty$

vi) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$ τότε $\lim_{x \to x_0} |f(x)| = +\infty$

vii) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$ τότε $\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

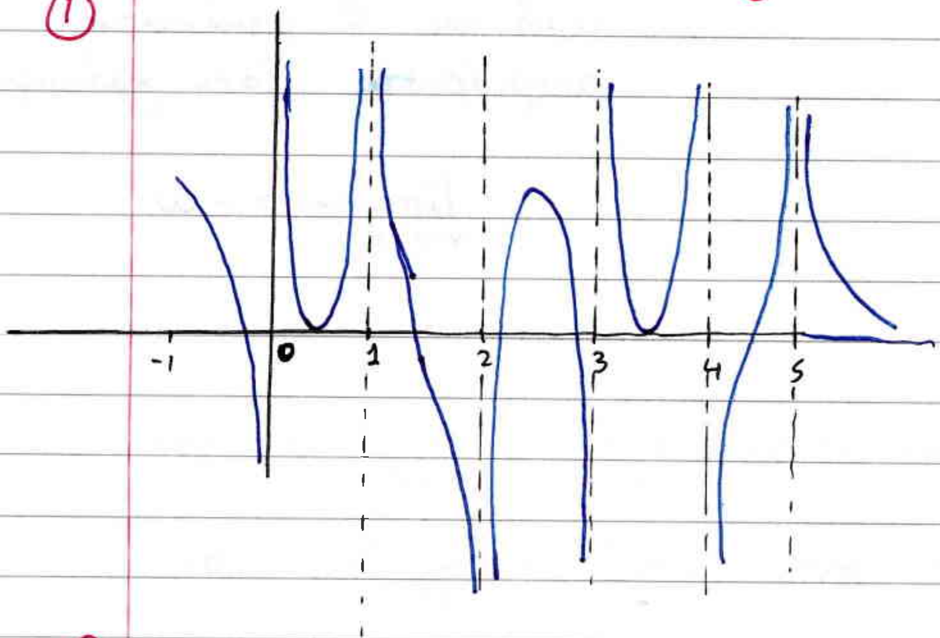
viii) Αν $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \to x_0} \sqrt[k]{f(x)} = +\infty$ με $k \in \mathbb{N}$ και $k \geq 2$

ix) Αν $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 και $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$

x) Αν $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 και $\lim_{x \to x_0} g(x) = -\infty$ τότε $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$.

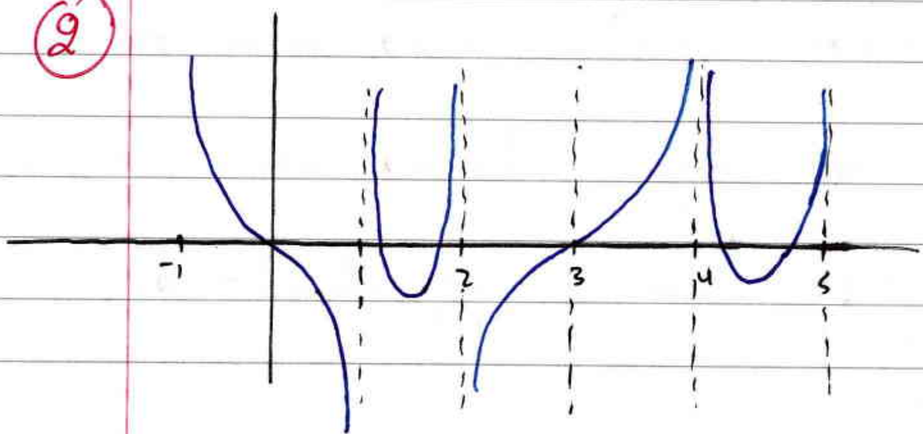
Παραδείγματα

①



Βρείτε τα όρια της f όταν $x \to x_0$ με $x_0 = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

②



Βρείτε τα $\lim_{x \to x_0} f(x)$ με $x_0 = 0, 1, 2, 3, 4, 5$