

Μαθήμα 7^ο : Κριτήριο Παρεμβολής

Χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες:

- Αν $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$

τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$

- Αν $f(x) \geq g(x)$ κοντά στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$

τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$

1^ο Λυμένο Παράδειγμα

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $(x^2 - 4x + 4) \cdot f(x) \leq x - 5 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$\forall x \neq 2$ $(x-2)^2 \cdot f(x) \leq x-5 \quad (\Leftrightarrow) \quad f(x) \leq \frac{x-5}{(x-2)^2}$

Όμως $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-5}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-5) \cdot \frac{1}{(x-2)^2} = -\infty$

Άρα $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$

Άλγεβρα Παράδειγμα

- ① Δίνονται $g, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $x^2 f(x) \leq x-1$ και
 $|x| \cdot g(x) \geq x+2 \quad \forall x \in \mathbb{R}^*$.

Βρείτε τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} (2f(x) - 3g(x))$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt[3]{g(x)} - f(x) \cdot g(x))$