

Θεωρητικές Ασκήσεις στις Άρτιες ή στις Περιττές Συναρτήσεις

Άλλα Παραδείγματα

1. Βρείτε τις περιττή συνάρτηση f αν $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2. α) Αν f, g άρτιες εξετάστε αν είναι άρτια ή περιττή η συνάρτηση
 $g(x) = \kappa f + \lambda g, \quad \kappa, \lambda \in \mathbb{R}$

β) Ομοίως αν f, g περιττές.

3. α) Αν f άρτια και g περιττή εξετάστε αν είναι άρτια ή περιττή η $f \cdot g$

β) Ομοίως αν f, g περιττές

γ) Ομοίως αν f, g άρτιες

4. Αν για την f με Af συμμετριο ως προς το μηδέν, ισχύει

$$f(y+x) + f(y-x) = 2[f(x) + f(y)] \quad \forall x, y \in Af$$

εξετάστε αν η f είναι άρτια ή περιττή

5. Για την $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει

$$x[f(x) + f(-x) + 2] + 2f(-x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Δείξτε ότι f περιττή και βρείτε τον τύπο της.

6. Αν για την $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει

$$2f(x) - 3f(-x) = 5x \cdot \cos x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Δείξτε ότι f περιττή

7. Όμοια με την 6 αν

$$xf(x) - (x+1)f(-x) = 2x^4 + x^3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

8 Για τις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύουν οι σχέσεις

$$f^2(x) = f(x) \cdot f(-x) \text{ και}$$

$$g^2(x) = -g(x) \cdot g(-x).$$

Δείξτε ότι f άρτια και g περιττή

9 Δίνεται $f(x) = x^3 - 4x + a$ με $a \in \mathbb{R}$ και f περιττή.

α) Βρείτε το a

β) τα σημεία τομής της f με την g όταν
 $g(x) = -4x^2 - 3x + 4$

10. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ περιττή με $a \neq 0$.

Αν για την σχέση $f(x) - ax = 0$ $\textcircled{1}$ χαρακτηριστεί ότι έχει στο $(0, +\infty)$ μοναδική λύση, δείξτε ότι η $\textcircled{1}$ έχει αριθμώς τρεις λύσεις στο \mathbb{R} .

11. Δείξτε ότι κάθε σάρτημα στο \mathbb{R} είναι το άθροισμα μιας άρτιας και μιας περιττής σάρτησης.