

## Ασκήσεις για λύση – Μονοτονία και επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων

---

① Να βρεθούν οι ρίζες των εξισώσεων

i)  $\sqrt{10-x} = 3 + \ln x$       ii)  $6^x + 8^x = 10^x$

iii)  $\sqrt{x} + \frac{5x-1}{x+3} = 2$       iv)  $\sqrt{x} + \ln x = 1$

v)  $2^x + x = 11$       vi)  $\ln x = \sqrt{1-x}$

vii)  $e^x + x^3 = 1$       viii)  $\sqrt{2-x} - \ln x = 1$

ix)  $5 \cdot 3^{-x} - x = 5$       x)  $\ln x = 1-x$

xi)  $e^x + x = 1$       xii)  $e^{-x} - x = 1$

Να λυθούν οι εξισώσεις αν  $f$  γν. μονότονη

i)  $f(x^2 + \ln(1+x^2)) = f(0)$

ii)  $f(x^3 + e^x) = f(1-x)$

iii)  $f(x+1 + \ln x) = f(2)$

iv)  $f(3^x + 4^x) = f(5^x)$

v) Αν  $f$  διέρχεται από το  $(1, 2)$  να λυθεί

η εξίσωση  $f(x^2) = 2$

① Ar  $f(x) = x^5 - \frac{3}{x} + \sqrt{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$

i) Δείξτε ότι  $f$  γρ. αύξουσα

ii) Να λύσετε την ανίσωση

$$(x^3+2)^5 + \sqrt{x^3+2} < \frac{3}{x^3+2} - 1$$

② a) Ar  $f$  γρ. αύξουσα στο  $\mathbb{R}$  να  
είναι η  $g(x) = f(x) + x$  είναι και αυτή  
στο  $\mathbb{R}$ .

b) Να λύσει η ανίσωση

$$f(x^5+x^2-1) - f(1-x+x^2) < 2-x-x^5$$

③ Να λύσει η ανίσωση:  $\ln x > 1-x$

④ Να λύσει οι ανισώσεις

$$2x + e^x < \ln(1-x) + 1$$

$$\ln\left(\frac{2x^2-x+3}{3x+x^2}\right) < 4x - x^2 - 3$$

⑤ Να λύσει οι ανισώσεις

i)  $x^2+1 + \ln(x^2+1) < 2x + \ln(2x-2) - 2$

ii)  $x^3 + 2\ln x < x$

iii)  $\ln\left(\frac{x+1}{2\sqrt{x}}\right) > 2\sqrt{x} - x$