

Κατανοώντας "Καλύτερα" το Σχολικό Βιβλίο

1. Παράμετρος στο Πεδίο Ορισμού

Ας ξεκινήσουμε με ένα ερώτημα:

Η σχέση $f(x) = \begin{cases} 2x-10, & x \leq 2 \\ x+6, & x \geq 2 \end{cases}$ αποτελεί συνάρτηση;

Η απάντηση είναι αρνητική. Στον πρώτο νόμο αν θέσουμε στον x το δύο έχουμε $f(2) = -6$ ενώ από τον 2^ο νόμο προκύπτει $f(2) = 8$. Επομένως σε μια τιμή του x , αντιστοιχούν δύο τιμές του y , άρα η σχέση δεν αποτελεί συνάρτηση.

Τι γίνεται όμως αν έχουμε την παρακάτω σχέση;

$$f(x) = \begin{cases} 2x-10, & x \leq 2k^2 - k + 1 \\ x+6, & x \geq k^2 + 3k - 2 \end{cases} \quad \text{με } k \in \mathbb{Z}$$

Πώς μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι για κάποιο k δεν θα προκύψει κάτι σαν το προηγούμενο παράδειγμα;

Απαίτηση

Στο τελευταίο παράδειγμα θα επιχειρήσουμε να ισχύει $2k^2 - k + 1 \leq k^2 + 3k - 2$

Η λύση της ανίσωσης είναι $1 \leq k \leq 3$ και επειδή k ακέραιος, έχουμε $k=1$, $k=2$ ή $k=3$. Εξετάζουμε κάθε περίπτωση ξεχωριστά.

$k=1$

$$f(x) = \begin{cases} 2x-10, & x \leq 2 \\ x+6, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{τότε δεν έχουμε συνάρτηση.}$$

$k=2$
Τότε $f(x) = \begin{cases} 2x-10, & x \leq 7 \\ x+6, & x \geq 8 \end{cases}$

Έχουμε συνάρτηση με $D_f = (-\infty, 7] \cup [8, +\infty)$

$k=3$

$$f(x) = \begin{cases} 2x-10, & x \leq 16 \\ x+6, & x \geq 16 \end{cases}$$

Έχουμε συνάρτηση με $D_f = \mathbb{R}$ αφού για $x=16$ έχουμε δύο τ'ους προκύπτει $f(16) = 22$.