

Κατανοώντας Καλύτερα το Ιχθυό Βιβλίο

11. Άσκηση 6 Ιχθυό Βιβλίο Σελίδα 30

Βρείτε συνάρτηση f , τέτοια ώστε να ισχύει

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{1+x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ αν } g(x) = -x^2$$

Τα παραδείγματα αυτά λύνονται με το περίφημο "ΔΕΤΟΝΤΑΣ" $u = g(x)$.

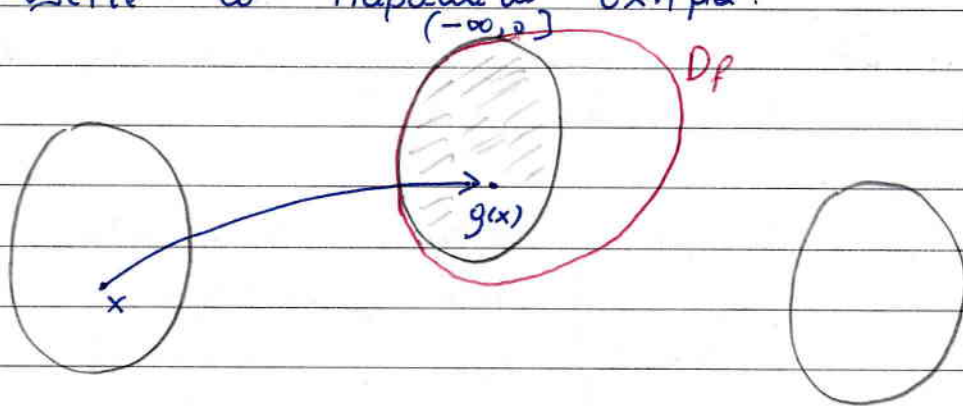
Πριν όμως δούμε ως ποια έχουμε λίγο το πεδίο ορισμού.

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R}$$

Επομένως όποιο και αν είναι το σύνολο τιμών της g αυτό θα είναι υποσύνολο του \mathbb{R} , ~~σύνολο~~
Ποιο είναι όμως το σύνολο τιμών της g ;
Ευκολά βρίσκουμε ότι $g(\mathbb{R}) = (-\infty, 0]$.

Δείτε το παρακάτω σχήμα:



Εφόσον $D_{f \circ g} = \mathbb{R}$, η f θα μπορεί να πάρει όλα τα $g(x)$, άρα $D_f \supseteq g(\mathbb{R})$ άρα το D_f είναι το $(-\infty, 0]$ ή κάποιο υπερόντολό του.

Θέτουμε τώρα $u = -x^2$ έχουμε:

$$f(g(x)) = \sqrt{1+x^2}$$

$$f(-x^2) = \sqrt{1-(-x^2)}$$

$$f(u) = \sqrt{1-u}$$

Αρα $f(x) = \sqrt{1-x}$

Αρα στο $D_f \supseteq (-\infty, 0]$ ορίζεται η $f(x) = \sqrt{1-x}$.

Τι σημαίνει όμως αυτό;

Σημαίνει ότι για όλα τα x στο $(-\infty, 0]$ η

$f(x)$ πρέπει να έχει ως $f(x) = \sqrt{1-x}$. Για

τα x που είναι έξω από το $(-\infty, 0]$ ο νόμος

της f μπορεί να είναι ο οποιοσδήποτε.

Το D_f δηλ είναι ανεξαρτητως το $(-\infty, 0]$, είναι
κάποιο υπερσύνολο των.

Αρα έχουμε ανεπίσημες συμφωνίες της μορφής

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \in (-\infty, 0] \\ h(x), & x \in (-\infty, 0] \end{cases}$$

όπου $h(x)$ οποιοσδήποτε νόμος!!!

Αρα έχουμε ανεπίσημες συμφωνίες, μία εκ των
οποίων είναι η $f(x) = \sqrt{1-x}$, $x \in (-\infty, 0]$.