

## Κατανοώντας Καλύτερα το Ισολογικό Βιβλίο

14. Αν  $f$  είναι γνησίως αύξουσα <sup>στο  $\Delta$</sup> , τότε ισχύει  
η ισοδυναμία  $(\forall x_1, x_2 \in \Delta)$

$$x_1 < x_2 \iff f(x_1) < f(x_2)$$

### Απόδειξη

• ΕΥΘΥ:

Αν  $x_1 < x_2$  τότε από τον ορισμό της γνησίως αύξουσας συνάρτησης δε έχουμε:  
 $f(x_1) < f(x_2)$

• Αντιθέτως

Εστω ότι  $f(x_1) < f(x_2)$

Θα αποδείξουμε ότι  $x_1 < x_2$ . Εστω λοιπόν ότι δεν ισχύει  $x_1 < x_2$ . Τότε δε έχουμε:

$$x_1 = x_2 \quad \text{ή} \quad x_1 > x_2$$

•  $x_1 = x_2$

Τότε  $f(x_1) = f(x_2)$  άτοπο

•  $x_1 > x_2$

Από τον ορισμό της γνησίως αύξουσας, δε έχουμε  $f(x_1) > f(x_2)$  άτοπο. ΑΡΑ  $x_1 < x_2$