

## Καταρώνας Καλύτερα το Γκολικό Βιβλίο

(16) Κάθε σάρτηση στο  $\mathbb{R}$  γράφεται ως

αίθροισμα μιας άρτιας και μιας περιττής σάρτησης

Απόδειξη

Ισχυρισμός 1

Η  $g(x) = k [f(x) + f(-x)]$  με  $k \in \mathbb{R}^*$  είναι άρτια στο  $\mathbb{R}$ .

$$g(-x) = k [f(-x) + f(x)] = g(x) \Rightarrow g \text{ άρτια}$$

Ισχυρισμός 2

Η  $h(x) = k [f(x) - f(-x)]$  είναι περιττή στο  $\mathbb{R}$  με  $k \in \mathbb{R}^*$

απόδειξη

$$h(-x) = k [f(-x) - f(x)] = -k [f(x) - f(-x)] = -h(x)$$

Άρα  $h$  περιττή.

Εστω  $f$  ορισμένη στο  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Τότε } f(x) = \frac{1}{2} f(x) + \frac{1}{2} f(x) + \frac{1}{2} f(-x) - \frac{1}{2} f(-x)$$

$$= \frac{1}{2} [f(x) + f(-x)] + \frac{1}{2} [f(x) - f(-x)]$$

$= K(x) + \Lambda(x)$ . Από τους ισχυρισμούς η  $k$  είναι άρτια και η  $\Lambda$  περιττή.