

Κατανοώντας Καλύτερα το Ίσχυρό Βιβλίο

(17) Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα τότε
το D_f είναι η $\frac{1}{f}$;

Γενικά δεν χρειαζόμαστε την μονοτονία της $\frac{1}{f}$.

Ισχύει όμως η παραπάνω πρόταση.

- Αν f γν. αύξουσα και η f διατηρεί σταθερό πρόσημο* τότε η $\frac{1}{f}$ είναι γν. φθίνουσα

απόδειξη

Έστω $x_1, x_2 \in D_f^+$ τότε $x_1, x_2 \in D_f$.

Αν $x_1 < x_2$ τότε είναι $f(x_1) < f(x_2)$
εφ' ου f γν. αύξουσα.

Όμως αφού η f διατηρεί σταθερό πρόσημο,
έπεται ου το $f(x_1), f(x_2)$ είναι αρνητικοί.

Άρα $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$$\Rightarrow \frac{f(x_1)}{f(x_1)f(x_2)} < \frac{f(x_2)}{f(x_1)f(x_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x_2)} < \frac{1}{f(x_1)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{f}\right)(x_1) > \left(\frac{1}{f}\right)(x_2)$$

Άρα η $\frac{1}{f}$ είναι γνησίως φθίνουσα.

Αποδείξτε μόνοι σας την παρακάτω πρόταση.

Αν f γνησίως αύξουσα και $c > 0$ τότε
η $c \cdot f$ είναι γν. αύξουσα.

Ομοίως αποδείξτε και την εξής:

Αν f γν. αύξουσα και $c < 0$ τότε η $c \cdot f$
είναι γνησίως φθίνουσα.