

Κατανόησης Καλύτερα το Ίχολμο Βιβλίο

27. Βασικό Θεώρημα

Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη στο A τότε θα είναι 1-1.
απόδειξη

Έστω ότι f γν. αύξουσα στο A (ομοίως γίνεται η απόδειξη αν θεωρήσουμε ότι $f \downarrow$ στο A).

Έστω $x_1, x_2 \in A$ με $x_1 \neq x_2$

Τότε θα έχουμε δύο περιπτώσεις:

a) $x_1 < x_2$

Τότε επειδή $f \uparrow$ στο A και $x_1 < x_2$, συνεπώς:

$$f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

$$\text{Άρα } x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow f \text{ 1-1}$$

b) $x_1 > x_2$

$$\text{Επειδή } f \uparrow \text{ στο } A \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Άρα πάλι αποδεικνύεται:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow f \text{ 1-1}$$