Κατανοώντας Καλύτερα το Σχολικό Βιβλίο

28. Αντιπαράδειγμα f 1-1 $\rightarrow$ όχι απαραίτητα f γν. μονότονη

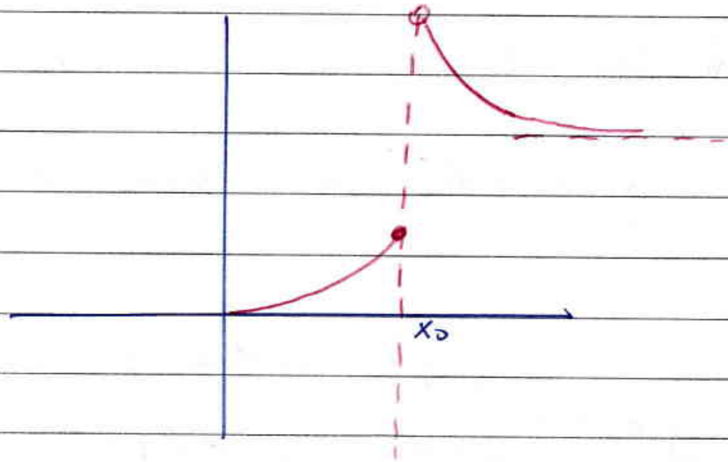
Προσοχή !!!

Στην προηγούμενη παρατήρηση, αποδείξαμε ότι:

Αν f γν. μονότονη $\Rightarrow$ f 1-1.

Το αντίστροφο της παραπάνω πρότασης, δεν ισχύει απαραίτητα. Δηλαδή, αν μια συνάρτηση είναι 1-1 αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι θα είναι και γν. μονότονη.

Αυτό φαίνεται "σχηματικά" και στο παρακάτω σχήμα:



Η συνάρτηση του παραπάνω σχήματος είναι 1-1 αλλά φυσικά δεν είναι γν. μονότονη. ($(-\infty, x_0)$ είναι $\nearrow$ και στο $(x_0, +\infty)$ γν. φθίνουσα)

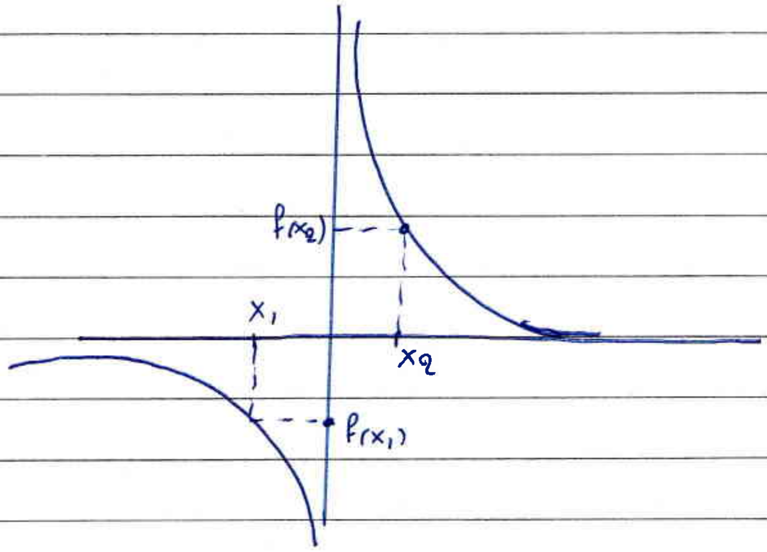
(*) Φυσικά εδώ η f δεν είναι συνεχής στο x_0 (*)

* Στην συνέχεια, θα δείξαμε ότι αν f 1-1 και συνεχής, τότε θα είναι γν. μονότονη. *

1ο Αντιπαράδειγμα

Η $f(x)=\frac{1}{x}$ ειναι 1-1 στο $\mathbb{R}^*$

αλλά δεν είναι γν. μονότονη στο πεδίο ορισμού της

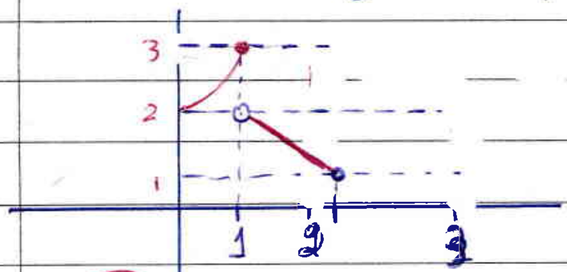


$f \downarrow$ στο $(-\infty, 0)$ και στο $(0, +\infty)$

Όμως $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^*$ με $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

2ο Αντιπαράδειγμα

Η $g(x)=\begin{cases} x^2+2 & , 0 \le x \le 1 \\ 3-x & , 1 < x < 2 \end{cases}$



Η f ειναι 1-1 αλλά δεν ειναι γν. μονότονη

Προσοχή!!

Αν μια συνάρτηση δεν είναι 1-1 τότε δεν θα είναι και γνησίως μονότονη!!!