

3. Ομορφο Πεδίο Ορισμού

Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$;

Προφανώς δε πρέπει να λύσουμε την ανίσωση
$$\sqrt{x^2+1} - x > 0$$

Όμως εφόσον $x^2+1 > x^2$ ισχύει

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} > \sqrt{x^2} \quad (\text{γιατί;})$$

\Leftrightarrow

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} > |x|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} > |x| \geq x$$

Άρα $\sqrt{x^2+1} - x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Επομένως το πεδίο ορισμού της f είναι το \mathbb{R}

* Για σημειώσεις, δίνονται άλλο, δύο τρόποι
εύρεσης του συνηρημένου πεδίου ορισμού