

Κατενώριτες Καλύτερα το Σχολικό Βιβλίο

34. Αν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ γρ. αύξουσα και $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = f^{-1}(x)$

τότε $f(x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Εστω $x_0 \in \mathbb{R}$ με $f(x_0) > x_0$
απόδειξη

Επειδή f γρ. αύξουσα, f αντιστρέφεται και επίσης η f^{-1} είναι γρ. αύξουσα !!!

Αρα $f(x_0) > x_0 \Rightarrow f^{-1}(f(x_0)) > f^{-1}(x_0)$

$$\Rightarrow x_0 > f^{-1}(x_0)$$

$$\Rightarrow x_0 > f(x_0) \quad (f = f^{-1})$$

(άνω)