

Κατανοώντας Καλύτερα το Γκολικό Βιβλίο

37. Αν η $f: A \rightarrow B$ αντιστρέφεται και οι f, f^{-1} έχουν ένα μοναδικό κοινό σημείο, τότε αυτό το σημείο ανήκει πάνω στην $y=x$.

απόδειξη

Έστω (a, b) το μοναδικό κοινό σημείο των f και f^{-1} .

Τότε θα έχουμε:

$$f(a) = b \iff a = f^{-1}(b)$$

$$f^{-1}(a) = b \iff a = f(b)$$

$$\begin{aligned} \text{Επομένως: } a = f^{-1}(b) &\iff (b, a) \in f^{-1} \\ a = f(b) &\iff (b, a) \in f \end{aligned}$$

Άρα το (b, a) ανήκει και στην f και στην f^{-1} .

$$\text{Άρα } (a, b) = (b, a) \iff a = b$$

Επομένως το (a, b) ανήκει στην $y=x$.