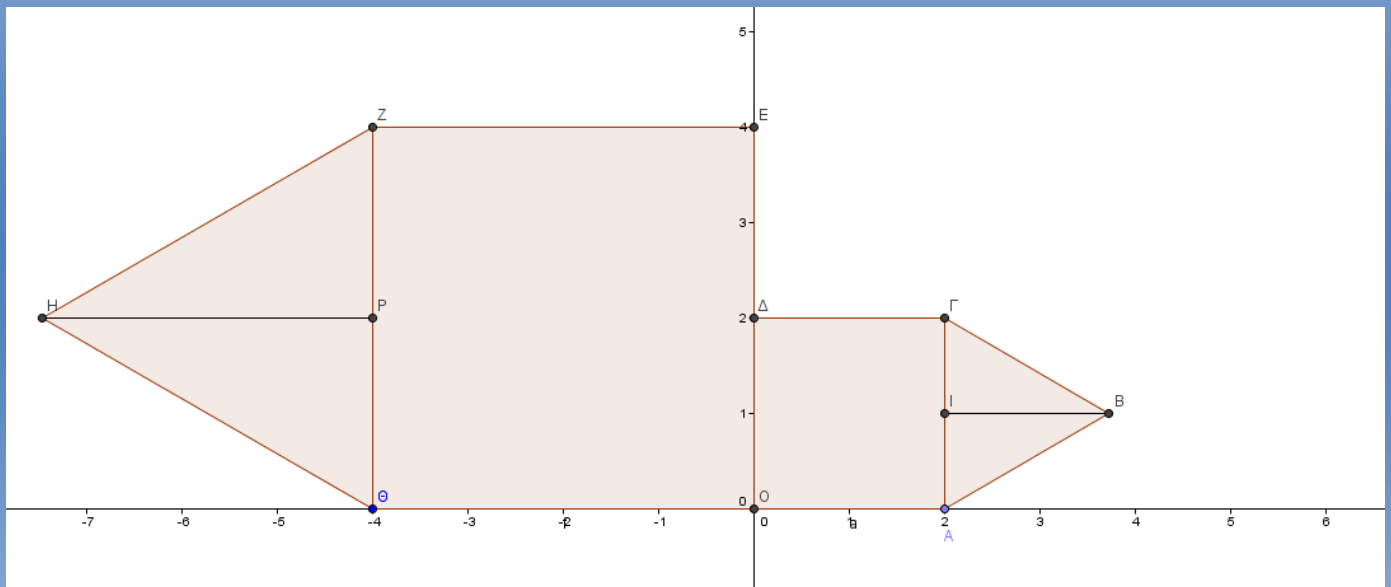


Ενδιαφέρουσες Ασκήσεις στις Παραγράφους 1.1,1.2,1.3

Άσκηση Πρώτη

Έστω ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy . Θεωρούμε δύο τετράγωνα, το $ΟΑΓΔ$ στο πρώτο τεταρτημόριο με το σημείο A πάνω στον xx' και το σημείο Δ στον yy' και το $ΟΕΖ\Theta$ στο 2ο τεταρτημόριο με το σημείο E στον άξονα yy' και το σημείο Θ στον xx' . Έστω επίσης ότι $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\alpha}$ και $|\overrightarrow{\Delta\Gamma}| = |\overrightarrow{O\Delta}| = |\overrightarrow{\Gamma A}| = |\overrightarrow{\Delta O}| = \chi$ και $|\overrightarrow{O\Theta}| = |\overrightarrow{O E}| = |\overrightarrow{Z E}| = |\overrightarrow{Z\Theta}| = 2\chi$. Εξωτερικά των δύο τετραγώνων κατασκευάζουμε δύο ισόπλευρα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και ΘZH και έστω HP και BI τα ύψη τους. Δείτε το σχήμα στην εικόνα που ακολουθεί.



α) Βρείτε όλα τα διανύσματα του σχήματος συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

β) Δείξτε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{H Z}$ και $\overrightarrow{A B}$ είναι συγγραμμικά.

Άσκηση Δεύτερη

Έστω $\overrightarrow{O A} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{O B} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{O \Gamma} = \vec{\gamma}$. Αποδείξτε ότι αν ισχύει η σχέση $15\vec{\alpha} - 26\vec{\beta} + 11\vec{\gamma} = \vec{0}$ τότε τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Άσκηση Τρίτη - από τον συνάδελφο Ζήνων Λυγάτσικα

Έστω ΑΒΓΔ ένα παραλληλόγραμμο με $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Έστω Ο το σημείο τομής των διαγωνίων και Λ μέσο της ΓΔ, ενώ Μ το μέσο τη ΒΓ. Βρείτε τα διανύσματα \overrightarrow{OL} , \overrightarrow{OM} , \overrightarrow{ML} και \overrightarrow{ML} συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

Άσκηση Τέταρτη

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και Λ, Σ τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα . Βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ για τα οποία το διάνυσμα $\vec{\alpha} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ είναι παράλληλο στο \overrightarrow{BG} .

Άσκηση Πέμπτη - από τον συνάδελφο Ζήνων Λυγάτσικα

Για κάθε τρίγωνο ΑΒΓ δείξτε ότι υπάρχει ένα μοναδικό σημείο Ρ που επαληθεύει την ισότητα

$$5\overrightarrow{PA} - (3\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) = \vec{0}.$$