

θύνσεων. Μια εντολή που προσθέτει τον καταχωρητή 1 με τον καταχωρητή 2 θα πρέπει να θεωρηθεί ότι χρησιμοποιεί δύο διευθύνσεις επειδή η εντολή πρέπει να καθορίσει ποιοι καταχωρητές θα προστεθούν, όπως μια εντολή που προσθέτει δύο λέξεις μνήμης πρέπει να καθορίσει ποιες λέξεις θα προστεθούν.

Εντολές που καθορίζουν μία, δύο, ή τρεις διευθύνσεις είναι όλες συνηθισμένες. Σε πολλές μηχανές που εκτελούν αριθμητικές πράξεις με μία μόνο διεύθυνση, ένας ειδικός καταχωρητής που λέγεται *συσσωρευτής* (accumulator) παρέχει έναν από τους τελεστές. Στις μηχανές αυτές, η διεύθυνση είναι συνήθως η διεύθυνση μιας λέξης μνήμης m , όπου βρίσκεται ο τελεστής. Η εντολή πρόσθεσης που καθορίζει τη διεύθυνση m έχει το αποτέλεσμα

$$\text{συσσωρευτής} := \text{συσσωρευτής} + \text{μνήμη}[m]$$

Οι εντολές πρόσθεσης δύο διευθύνσεων χρησιμοποιούν τη μία διεύθυνση ως προέλευση και την άλλη ως προορισμό. Η προέλευση προστίθεται τότε στον προορισμό:

$$\text{προορισμός} := \text{προορισμός} + \text{προέλευση}$$

Οι εντολές τριών διευθύνσεων καθορίζουν δύο προελεύσεις και έναν προορισμό. Οι δύο προελεύσεις προστίθενται και αποθηκεύονται στον προορισμό.

Μέχρι αυτό το σημείο δε δώσαμε πολύ προσοχή στον τρόπο χρήσης των bit ενός πεδίου διεύθυνσης για την ανεύρεση του τελεστή. Μια δυνατότητα είναι να περιέχουν τη διεύθυνση μνήμης του τελεστή. Υπάρχουν κι άλλες δυνατότητες, ωστόσο, και στις επόμενες ενότητες θα εξετάσουμε μερικές από αυτές.

5.3.1. Διευθυνσιοδότηση με Άμεσο Καθορισμό Τιμής

Ο πιο απλός τρόπος καθορισμού ενός τελεστή σε μια εντολή είναι το τμήμα διεύθυνσης της εντολής να περιέχει τον ίδιο τον τελεστή αντί μια διεύθυνση ή κάποιες άλλες πληροφορίες που περιγράφουν πού βρίσκεται ο τελεστής. Ένας τέτοιος τελεστής λέγεται *άμεσα καθοριζόμενος* (immediate) επειδή προσκομίζεται αυτόματα από τη μνήμη ταυτόχρονα με την εντολή· επομένως είναι αυτόματα διαθέσιμος για χρήση.

Η διευθυνσιοδότηση με άμεσο καθορισμό τιμής έχει το πλεονέκτημα ότι δε χρειάζεται κι άλλη αναφορά στη μνήμη για την προσκόμιση του τελεστή. Έχει το μειονέκτημα ότι ο τελεστής περιορίζεται σ' έναν αριθμό που πρέπει να χωράει σ' ένα πεδίο διεύθυνσης. Σε μια εντολή με πεδίο διεύθυνσης των 3 bit (για παράδειγμα, ένα πεδίο καταχωρητή), οι τελεστές περιορίζονται σε μήκος 3 bit, οπότε μειώνεται η χρησιμότητά τους.

Οι CPU της Intel δε διαθέτουν διευθυνσιοδότηση για άμεσα καθοριζόμενους τελεστές. Αντιθέτως, διαθέτουν μια μεγάλη συλλογή από διακεκριμένες εντολές στις οποίες ένας από τους τελεστές είναι άμεσα καθοριζόμενος. Στην Εικόνα 5-5, για παράδειγμα, η εντολή ADD φαίνεται ωραία και ορθογωνική, όπως στον PDP-11. Στην πραγματικότητα, στην ADD χρησιμοποιούνται εννέα διαφορετικοί κωδικοί πράξης, πέντε από τους οποίους για άμεσα καθο-

5.3. ΔΙΕΥΘΥΝΣΙΟΔΟΤΗΣΗ

Οι εντολές μπορούν να καταταγούν σύμφωνα με το πλήθος των διευθύνσεων που χρησιμοποιούν. Θα πρέπει να έχετε υπόψη σας ότι ένα σύνολο αριθμημένων καταχωρητών της CPU, στην ουσία, σχηματίζει μια μνήμη υψηλής ταχύτητας και ορίζει ένα διάστημα διευ-

ριζόμενους τελεστέους, ανάλογα με τον τρόπο καθορισμού του προορισμού και με το μήκος του τελεστέου (8, 16, ή 32 bit).

Ο 680x0 διαθέτει διευθυνσιοδότηση με άμεσο καθορισμό τιμής, οπότε οποιοσδήποτε τελεστέος προέλευσης μπορεί να είναι σταθερά. Στον 68000, μερικές εντολές επιτρέπουν τελεστέους των 8 ή των 16 bit μόνο, αλλά στους 68020 και 68030, επιτρέπονται και τα τρία μήκη παντού. Επιπλέον, ειδικές εντολές όπως οι ADDI, ADDQ, και CMPI επιτρέπουν πιο αποδοτική κωδικοποίηση των εντολών με άμεσο καθορισμό τιμής.

5.3.2. Άμεση Διευθυνσιοδότηση

Μια άλλη απλή μέθοδος για τον καθορισμό ενός τελεστέου είναι το τμήμα διεύθυνσης της εντολής να περιέχει τη διεύθυνση της λέξης μνήμης όπου βρίσκεται ο τελεστέος. Αυτή η μορφή λέγεται **άμεση διευθυνσιοδότηση** ή **άμεση απόδοση διευθύνσεων** (direct addressing). Οι λεπτομέρειες σχετικά με το πώς ο υπολογιστής γνωρίζει ποιες διευθύνσεις είναι με άμεσο καθορισμό τιμής και ποιες άμεσες θα αναφερθούν αργότερα. Γενικά, υπάρχουν δύο προσεγγίσεις: χρήση διαφορετικών κωδικών πράξης ή χρήση ενός ειδικού τρόπου απόδοσης διευθύνσεων για κάθε είδος τελεστέου.

Όλες οι CPU της Intel διαθέτουν άμεση απόδοση διευθύνσεων. Οι 8088 και 80286 χρησιμοποιούν άμεσες διευθύνσεις των 16 bit. Ο 80386 χρησιμοποιεί διευθύνσεις των 16 bit στην πραγματική και στην εικονική κατάσταση, και τμήματα των 16 bit στην προστατευμένη κατάσταση. Στην προστατευμένη κατάσταση των 32 bit, οι άμεσες διευθύνσεις έχουν μήκος 32 bit. Σημειώστε ότι σε όλες τις περιπτώσεις οι άμεσες διευθύνσεις είναι πολύ μικρές για να καλύψουν ολόκληρο το διάστημα διευθύνσεων.

Ο 680x0 έχει δύο μορφές άμεσης απόδοσης διευθύνσεων, μία με διεύθυνση των 16 bit και μία με διεύθυνση των 32 bit. Οι διευθύνσεις στα πρώτα 64K μνήμης μπορούν να προσπελαστούν με τη σύντομη μορφή, ενώ οι διευθύνσεις πάνω από τα 64K χρειάζονται τη μεγάλη μορφή. Αυτές οι δύο μορφές καθορίζονται από την τιμή του πεδίου ΤΡΟΠΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ των 3 bit, και επομένως βρίσκουν εφαρμογή σε όλες τις εντολές της Εικόνας 5-23 με ένα ή περισσότερα πεδία ΤΕΛΕΣΤΕΟΣ.

5.3.3. Διευθυνσιοδότηση Μέσω Καταχωρητή

Η διευθυνσιοδότηση μέσω καταχωρητή εννοιολογικά είναι ίδια με την άμεση απόδοση διευθύνσεων. Σ' αυτή τη μορφή απόδοσης διευθύνσεων, το πεδίο διεύθυνσης περιέχει τον αριθμό του καταχωρητή όπου βρίσκεται αποθηκευμένος ο τελεστέος. Μια μηχανή με 16 καταχωρητές και 65.536 λέξεις μνήμης έχει στην πραγματικότητα δύο διαστήματα διευθύνσεων. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η διεύθυνση σε μια τέτοια μηχανή αποτελείται από δύο τμήματα: (α) ένα bit που καθορίζει αν πρόκειται για καταχωρητή ή λέξη μνήμης και (β) ένα πεδίο διεύθυνσης που καθορίζει τον εν λόγω καταχωρητή ή λέξη μνήμης. Επειδή υπάρχουν λιγότεροι καταχωρητές από λέξεις μνήμης, χρειάζεται μικρότερη διεύθυνση, και επομένως συχνά χρησιμοποιούνται εντολές διαφορετικής μορφής για τελεστέους καταχωρητή και τελεστέους μνήμης.

Αν υπήρχε μια αντίστοιχη εντολή καταχωρητή για κάθε εντολή που προσπελάζει τη μνήμη, οι μισοί κωδικοί πράξεων θα αναφέρονταν σε τελεστέους μνήμης και οι μισοί σε τελεστέους καταχωρητή. Θα χρειαζόταν ένα bit στον κωδικό πράξης για τον προσδιορισμό του χρησιμοποιούμενου διαστήματος διευθύνσεων. Αν αυτό το bit αφαιρούνταν από το πεδίο του κωδικού πράξης και τοποθετούνταν στο πεδίο διεύθυνσης, το γεγονός ότι χρησιμοποιούνται δύο διαστήματα διευθύνσεων θα ήταν πιο σαφές. Το bit τότε θα υπεδείκνυε το χρησιμοποιούμενο διάστημα διευθύνσεων.

Οι μηχανές χρησιμοποιούν καταχωρητές για δύο λόγους: (α) οι καταχωρητές είναι πιο γρήγοροι από την κύρια μνήμη και (β) επειδή υπάρχουν λίγοι καταχωρητές, για την προσπέλασή τους χρειάζονται λίγα μόνο bit. Δυστυχώς, η ύπαρξη έστω και 8 ή 16 καταχωρητών περιπλέκει τον προγραμματισμό επειδή πρέπει να ληφθούν αποφάσεις ποιοι τελεστέοι και ποια ενδιάμεσα αποτελέσματα θα αποθηκεύονται στο περιορισμένο πλήθος καταχωρητών, και ποια στην κύρια μνήμη. Ο W. L. van der Poel (1968) έκανε την έξυπνη παρατήρηση ότι οι υπολογιστές θα έπρεπε να διαθέτουν 0, 1, ή άπειρο πλήθος από κάθε χαρακτηριστικό (όπου άπειρο σημαίνει αρκετό πλήθος ώστε ο προγραμματιστής να μη σπαταλάει χρόνο σκεπτόμενος τι θα κάνει αν κάτι δεν επαρκεί).

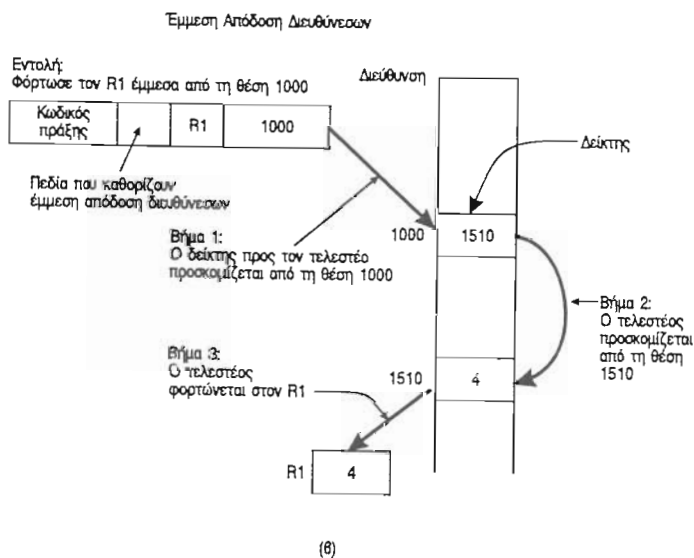
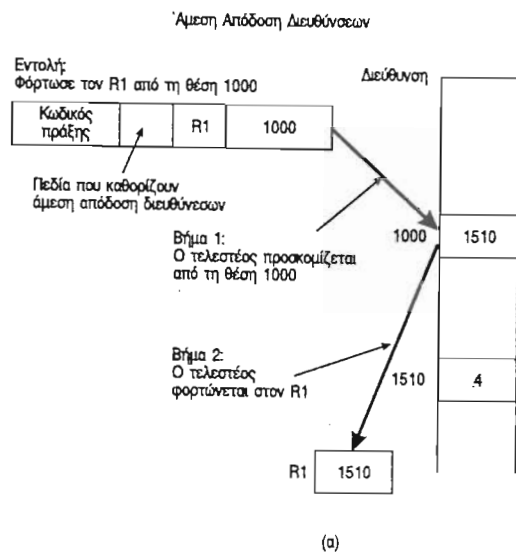
Τα τσιπ της Intel και της Motorola έχουν ένα μεγάλο ρεπερτόριο εντολών που ανακατούν τους τελεστέους τους από καταχωρητές και αποθηκεύουν τα αποτελέσματά τους σε καταχωρητές.

5.3.4. Έμμεση Διευθυνσιοδότηση

Στην άμεση διευθυνσιοδότηση η διεύθυνση καθορίζει ποια λέξη μνήμης ή καταχωρητής περιέχει τον τελεστέο. Στην έμμεση, η διεύθυνση καθορίζει ποια λέξη μνήμης ή καταχωρητής περιέχει όχι τον τελεστέο αλλά τη διεύθυνση του τελεστέου. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε μια εντολή έμμεσης φόρτωσης ενός καταχωρητή (του R1) από τη θέση μνήμης 1000, όπου η θέση 1000 περιέχει την τιμή 1510, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-25 (β).

Πρώτον, προσκομίζονται τα περιεχόμενα της θέσης 1000 και τοποθετούνται σε έναν εσωτερικό καταχωρητή της CPU. Αυτός ο αριθμός των 16 bit (1510) δεν τοποθετείται στον R1. Σε μια τέτοια περίπτωση, όπως στην Εικόνα 5-25(α), θα είχαμε μια εντολή άμεσης απόδοσης διεύθυνσης. Αντιθέτως, προσκομίζονται τα περιεχόμενα της θέσης 1510 και τοποθετούνται στον R1. Ο αριθμός που βρίσκεται στη θέση 1000 δεν είναι ο τελεστέος αλλά "δείχνει" τον τελεστέο. Γι' αυτόν το λόγο, λέγεται **δείκτης** (pointer).

Οι επεξεργαστές της Intel διαθέτουν όλοι έμμεση απόδοση διευθύνσεων μέσω καταχωρητή. Έτσι, για παράδειγμα, είναι δυνατή η τοποθέτηση ενός δείκτη στον καταχωρητή SI που καθορίζει ότι ο τελεστέος βρίσκεται στη διεύθυνση μνήμης στην οποία δείχνει ο SI. Στους 8088 και 80286, μόνο οι καταχωρητές BX, SI, και DI μπορούν να χρησιμοποιηθούν για έμμεση απόδοση διευθύνσεων· στον 80386 μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλοι οι καταχωρητές. Η έμμεση απόδοση διευθύνσεων μέσω ενός δείκτη στη μνήμη δεν είναι δυνατή σε κανέναν από αυτούς τους επεξεργαστές.



Εικόνα 5-25. Σύγκριση της άμεσης και της έμμεσης απόδοσης διευθύνσεων.
(α) Άμεση απόδοση διευθύνσεων. (β) Έμμεση απόδοση διευθύνσεων.

Ο 68000 επιτρέπει την έμμεση απόδοση διευθύνσεων μέσω των καταχωρητών διευθύνσεων. Δεν είναι δυνατές άλλες μορφές έμμεσης απόδοσης διευθύνσεων. Στους 68020 και 68030, η έμμεση απόδοση διευθύνσεων είναι, επίσης, δυνατή μέσω της μνήμης, σε διάφορες μορφές. Αυτή η προσθήκη είναι μια από τις βασικές διαφορές μεταξύ του 68000 και των νεότερων CPU.

Μερικές μηχανές, αν και όχι αυτές των δύο παραδειγμάτων μας, επιτρέπουν έμμεση απόδοση διευθύνσεων πολλών επιπέδων. Σ' αυτόν τον τρόπο απόδοσης διευθύνσεων, χρησιμοποιείται ένας δείκτης για τον εντοπισμό μιας λέξης μνήμης που δείχνει σε κάποια άλλη λέξη μνήμης, κ.ο.κ.

Η διευθυνσιοδότηση με άμεσο καθορισμό τιμής, η άμεση, η έμμεση, και η έμμεση απόδοση διευθύνσεων πολλών επιπέδων εκφράζουν μια συγκεκριμένη πρόοδο. Η διευθυνσιοδότηση με άμεσο καθορισμό τιμής δεν απαιτεί αναφορές στη μνήμη, επειδή ο τελεστής προσκομίζεται μαζί με την εντολή (δε θα υπολογίσουμε εδώ αυτή την αναφορά στη μνήμη). Η άμεση απόδοση διευθύνσεων απαιτεί μία αναφορά στη μνήμη, για την ανάκτηση του τελεστή. Η έμμεση απόδοση διευθύνσεων απαιτεί δύο αναφορές στη μνήμη, μία για το δείκτη και μία για τον τελεστή. Η έμμεση απόδοση διευθύνσεων πολλών επιπέδων απαιτεί τουλάχιστον τρεις αναφορές στη μνήμη, δύο ή περισσότερες για δείκτες και μία για τον τελεστή. Λέγοντας αναφορές στη μνήμη εννοούμε, στη συγκεκριμένη περίπτωση, και αναφορές σε καταχωρητές.

5.3.5. Δεικτοδότηση

Πολλοί αλγόριθμοι απαιτούν την εκτέλεση κάποιας πράξης σε μια σειρά δομών δεδομένων που είναι αποθηκευμένες σε συνεχόμενες θέσεις μνήμης. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε ένα μπλοκ από n λέξεις μηχανής που καταλαμβάνουν τις θέσεις

$$A, A+1, A+2, \dots, A+n-1$$

που πρέπει να μεταφερθούν στις θέσεις

$$B, B+1, B+2, \dots, B+n-1$$

Αν υποθέσουμε ότι η μηχανή έχει μια εντολή

MOVE A, B

που μετακινεί το περιεχόμενο της θέσης A στη θέση B , θα μπορούσαμε να εκτελέσουμε την εντολή, να την τροποποιήσουμε ως εξής

MOVE A+1, B+1

να την εκτελέσουμε ξανά, να την ξανατροποποιήσουμε, και να επαναλάβουμε τον κύκλο μέχρι να αντηραφούν και οι n λέξεις.

Αν και τα προγράμματα που τροποποιούν τον εαυτό τους ήταν κάποτε δημοφιλή, σήμερα δε θεωρούνται καλή προγραμματιστική πρακτική. Η αποσφαλμάτωσή τους είναι δύσκολη, όπως και η κοινοχρησία μεταξύ πολλών χρηστών σ' ένα χρονομεριζόμενο σύστημα.

Το πρόβλημα της αντιγραφής μπορεί, επίσης, να λυθεί με έμμεση απόδοση διευθύνσεων. Σ' έναν καταχωρητή ή λέξη μνήμης φορτώνεται η διεύθυνση A σ' έναν δεύτερο η διεύθυνση B . Η εντολή **MOVE** χρησιμοποιεί αυτούς τους δύο καταχωρητές ως δείκτες. Μετά την αντιγραφή κάθε λέξης, οι δείκτες αυξάνονται κατά ένα. Οι δείκτες αποτελούν τμήμα των δεδομένων, όχι τμήμα του προγράμματος, βέβαια, και δε μοιράζονται ταυτόχρονα σε πολλούς χρήστες.

Μια άλλη λύση είναι η χρήση ενός ή περισσότερων καταχωρητών, που λέγονται **καταχωρητές δείκτη** (index registers), και λειτουργούν ως εξής. Οι διευθύνσεις έχουν δύο μέρη, τον αριθμό ενός καταχωρητή δείκτη και μια σταθερά. Η διεύθυνση του τελεστέου είναι το άθροισμα της σταθεράς και των περιεχομένων του καταχωρητή δείκτη. Στο παραπάνω παράδειγμα, αν και για τις δύο διευθύνσεις χρησιμοποιείται ένας καταχωρητής δείκτη που περιέχει τον ακέραιο k , η εντολή **MOVE A, B** θα μετακινήσει το περιεχόμενο της θέσης μνήμης $A + k$ στη θέση μνήμης $B + k$. Δίνοντας αρχική τιμή στον καταχωρητή δείκτη ίση με 0 και αυξάνοντάς τον κατά το μέγεθος λέξης μετά την αντιγραφή κάθε λέξης, για το βρόχο αντιγραφής χρειάζεται μόνον ένας καταχωρητής. Επιπλέον, η αύξηση της τιμής ενός καταχωρητή γίνεται πιο γρήγορα από την αύξηση της τιμής μιας θέσης μνήμης.

Η δεικτοδότηση χρησιμοποιείται, επίσης, συνήθως για την προσπέλαση ενός πεδίου σε γνωστή σχετική απόσταση από την αρχή μιας δεδομένης δομής. Οι τοπικές μεταβλητές μιας διαδικασίας προσπελάζονται με αυτόν τον τρόπο.

Στο παραπάνω παράδειγμα ήταν απαραίτητη η άμεση αύξηση του καταχωρητή δείκτη κατά το μέγεθος λέξης μετά από κάθε χρήση του. Η ανάγκη για αύξηση ή μείωση της τιμής ενός καταχωρητή δείκτη ακριβώς πριν ή μετά τη χρήση του είναι τόσο συνηθισμένη ώστε μερικοί υπολογιστές διαθέτουν ειδικές εντολές ή τρόπους απόδοσης διευθύνσεων, ή ακόμη και ειδικούς καταχωρητές δείκτη που αυξάνονται ή μειώνονται αυτόματα. Η αυτόματη αλλαγή της τιμής ενός καταχωρητή δείκτη λέγεται **αυτοδεικτοδότηση** (autoindexing).

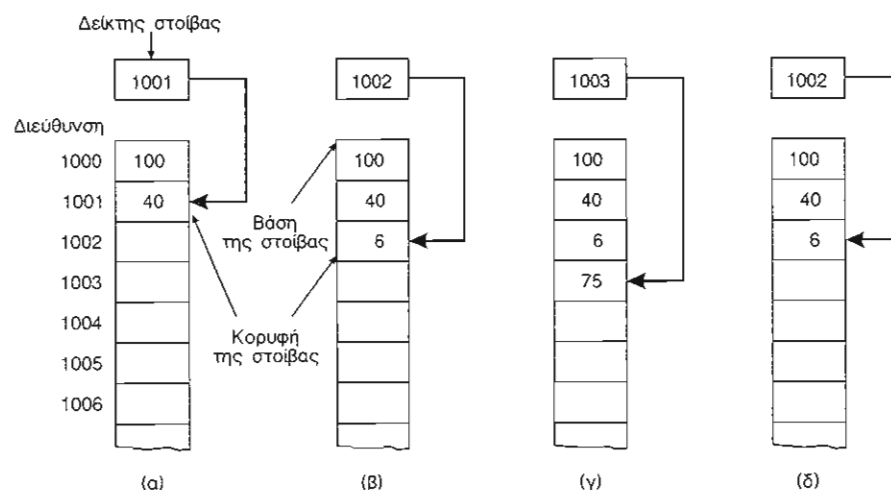
Τα τσιπ της Intel και της Motorola διαθέτουν μια ποικιλία διαφορετικών τρόπων απόδοσης διευθύνσεων που χρησιμοποιούν δεικτοδότηση. Ο 680x0 διαθέτει, επίσης, αυτοδεικτοδότηση.

5.3.6. Απόδοση Διευθύνσεων με Στοιβά

Έχουμε ήδη αναφέρει ότι όσο πιο σύντομες είναι οι εντολές, τόσο μεγαλύτερη είναι η εξοικονόμηση σε χρόνο CPU και μνήμη. Το απόλυτο όριο θα ήταν να έχουμε εντολές χωρίς καθόλου διεύθυνση, μόνο κωδικούς πράξεων. Αυτό είναι δυνατόν να επιτευχθεί οργανώνοντας τη μηχανή γύρω από μια δομή δεδομένων που λέγεται **στοίβα**.

Η **στοίβα** (stack) αποτελείται από στοιχεία δεδομένων (λέξεις, χαρακτήρες, bit, κ.λπ.) αποθηκευμένα συνεχόμενα στη μνήμη. Το πρώτο στοιχείο που τοποθετείται στη στοίβα θεωρείται ότι βρίσκεται στη βάση της στοίβας. Το στοιχείο που τοποθετήθηκε τελευταίο στη στοίβα θεωρείται ότι βρίσκεται στην κορυφή της στοίβας. Σε κάθε στοίβα αντιστοιχεί ένας καταχωρητής ή λέξη μνήμης που περιέχει τη διεύθυνση της κορυφής της στοίβας, και λέγεται **δείκτης στοίβας** (stack pointer).

Αν και εξετάσαμε τις στοίβες στο Κεφάλαιο 4, θα επαναλάβουμε σε συντομία όσα είπαμε, επειδή η χρήση στοίβας για αριθμητικές πράξεις είναι αρκετά διαφορετική από τη χρήση στοίβας για την αποθήκευση τοπικών μεταβλητών (οι δύο χρήσεις συνδυάζονται, βέβαια). Στην Εικόνα 5-26 απεικονίζεται η λειτουργία μιας στοίβας. Στην Εικόνα 5-26(α), στη στοίβα βρίσκονται ήδη δύο στοιχεία. Η βάση της στοίβας βρίσκεται στη θέση μνήμης 1000 και η κορυφή της στοίβας στη θέση μνήμης 1001. Ο δείκτης στοίβας περιέχει τη διεύθυνση του στοιχείου που βρίσκεται στην κορυφή της στοίβας, τη διεύθυνση 1001' δηλαδή, "δείχνει" στην κορυφή της στοίβας. Στην Εικόνα 5-26(β), στη στοίβα τοποθετήθηκε ο αριθμός 6 και ο δείκτης στοίβας δείχνει στη διεύθυνση 1002, τη νέα κορυφή της στοίβας. Στην Εικόνα 5-26(γ), στη στοίβα τοποθετήθηκε ο αριθμός 75, οπότε η τιμή του δείκτη στοίβας αυξήθηκε σε 1003. Στην Εικόνα 5-26(δ), ο αριθμός 75 αφαιρέθηκε από τη στοίβα.

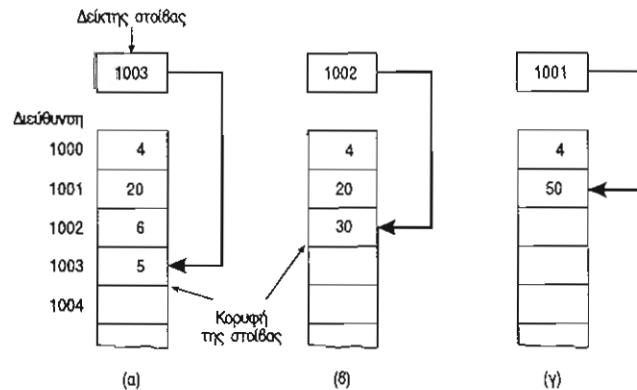


Εικόνα 5-26. Λειτουργία μιας στοίβας.

Οι υπολογιστές που χρησιμοποιούν στοίβα διαθέτουν μια εντολή για την τοποθέτηση του περιεχομένου μιας θέσης μνήμης ή καταχωρητή στη στοίβα. Μια τέτοια εντολή πρέπει και να αντιγράφει το στοιχείο και να αυξάνει κατά ένα το δείκτη στοίβας. Παρόμοια, μια εντολή για την αφαίρεση ενός στοιχείου από την κορυφή της στοίβας και την τοποθέτησή του σε καταχωρητή ή θέση μνήμης πρέπει να δημιουργεί ένα νέο αντίγραφο στην κατάλληλη θέση και να μειώνει κατά ένα το δείκτη στοίβας. Σε μερικούς υπολογιστές, η στοίβα είναι ανάποδα, δηλαδή τα νέα στοιχεία τοποθετούνται σε διαδοχικές θέσεις μικρότερης αρίθμησης αντί σε διαδοχικές θέσεις υψηλότερης αρίθμησης, όπως στην Εικόνα 5-26.

Οι εντολές χωρίς διευθύνσεις χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με μια στοίβα. Με αυτή τη μορφή απόδοσης διευθύνσεων, οι δύο τελεστέοι αφαιρούνται από τη στοίβα, ο ένας μετά τον άλλο, εκτελείται η πράξη (για παράδειγμα, πολλαπλασιασμός ή AND) και το αποτέλεσμα

τοποθετείται ξανά στη στοίβα. Στην Εικόνα 5-27(α) φαίνεται μια στοίβα που περιέχει τέσσερα στοιχεία. Μια εντολή πολλαπλασιασμού αφαιρεί το 5 και το 6 από τη στοίβα, αποδίδοντας προσωρινά στο δείκτη στοίβας την τιμή 1001, και στη συνέχεια τοποθετεί το αποτέλεσμα, 30, στη στοίβα, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-27(β). Αν μετά εκτελεστεί μια πρόσθεση, το αποτέλεσμα φαίνεται στην Εικόνα 5-27(γ).



Εικόνα 5-27. Χρήση στοίβας για αριθμητικές πράξεις. (α) Αρχική διαμόρφωση. (β) Μετά από πολλαπλασιασμό. (γ) Μετά από πρόσθεση.

Ανάστροφη Πολωνική Σημειογραφία

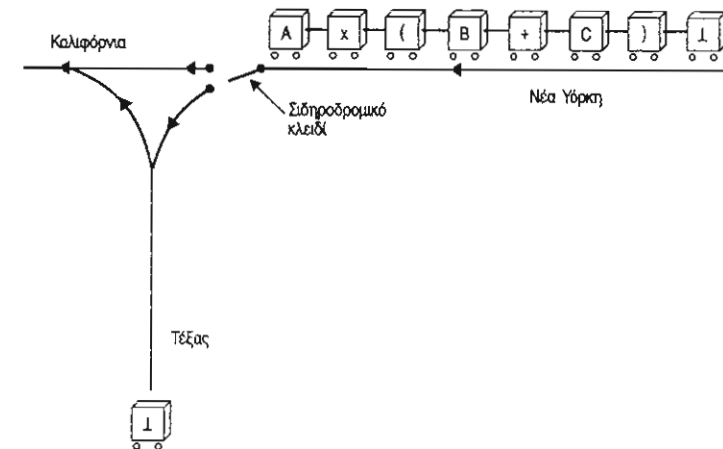
Αποτελεί παράδοση στα μαθηματικά ο τελεστής να γράφεται μεταξύ των τελεστέων, όπως $x + y$, και όχι μετά τους τελεστέους, όπως $x y +$. Η μορφή με τον τελεστή μεταξύ των τελεστέων λέγεται *ένθετη* (infix) σημειογραφία. Η μορφή με τον τελεστή μετά τους τελεστέους λέγεται *επιθεματική* (postfix) ή *ανάστροφη Πολωνική* (reverse Polish) σημειογραφία, προς τιμήν του Πολωνού μαθηματικού J. Lukasiewicz (1958) που ερευνήσε τις ιδιότητες αυτής της σημειογραφίας.

Η ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία έχει ορισμένα πλεονεκτήματα έναντι της ένθετης σημειογραφίας κατά το σχηματισμό αλγεβρικών τύπων. Πρώτον, οποιοσδήποτε τύπος μπορεί να εκφραστεί χωρίς παρενθέσεις. Δεύτερον, εξυπηρετεί στον υπολογισμό τύπων σε υπολογιστές με στοίβες. Τρίτον, οι ένθετοι τελεστές έχουν προτεραιότητα, που είναι αυθαίρετη και ανεπιθύμητη. Για παράδειγμα, γνωρίζουμε ότι η παράσταση $a \times b + c$ σημαίνει $(a \times b) + c$ και όχι $a \times (b + c)$ επειδή έχει καθοριστεί αυθαίρετα ότι ο πολλαπλασιασμός έχει μεγαλύτερη προτεραιότητα από την πρόσθεση. Στην ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία, αυτή η ανάγκη για καθορισμό προτεραιοτήτων έχει εξαλειφθεί.

Υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι για τη μετατροπή ένθετων τύπων σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία. Αυτός που παρουσιάζουμε παρακάτω είναι η προσαρμογή μιας ιδέας του

E. W. Dijkstra. Ας υποθέσουμε ότι ένας τύπος αποτελείται από τα ακόλουθα σύμβολα: μεταβλητές, τους δυαδικούς (δύο τελεστών) τελεστές $+$ $-$ $*$ $/$, και αριστερές και δεξιές παρενθέσεις. Για να σημειώσουμε την αρχή και το τέλος του τύπου, θα εισάγουμε το σύμβολο (\perp) μετά το τελευταίο και πριν το πρώτο σύμβολο.

Στην Εικόνα 5-28 φαίνεται μια σιδηροδρομική γραμμή από τη Νέα Υόρκη στην Καλιφόρνια, με μια διακλάδωση στη μέση που κατευθύνεται προς το Τέξας. Κάθε σύμβολο του τύπου αντιπροσωπεύεται από ένα βαγόνι. Το τρένο κινείται προς τα δυτικά (προς τα αριστερά). Όταν κάθε βαγόνι φτάνει στο σιδηροδρομικό κλειδί, πρέπει να σταματήσει και να ρωτήσει αν θα συνεχίσει κατευθείαν προς την Καλιφόρνια ή θα περάσει πρώτα από το Τέξας. Τα βαγόνια που περιέχουν μεταβλητές πηγαίνουν πάντα κατευθείαν στην Καλιφόρνια και ποτέ στο Τέξας. Τα βαγόνια που περιέχουν άλλα σύμβολα πρέπει πρώτα να ερευνήσουν το περιεχόμενο του πλησιέστερου βαγονιού στη γραμμή προς το Τέξας πριν περάσουν το κλειδί.



Εικόνα 5-28. Κάθε βαγόνι αντιπροσωπεύει ένα σύμβολο του τύπου που θέλουμε να μετατρέψουμε από ένθετη σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία.

Στην Εικόνα 5-29 φαίνεται τι συμβαίνει, ανάλογα με το περιεχόμενο του πλησιέστερου βαγονιού στη γραμμή προς το Τέξας και του βαγονιού στο κλειδί. Το πρώτο σύμβολο (\perp) πηγαίνει πάντα στο Τέξας. Οι αριθμοί αντιστοιχούν στις εξής περιπτώσεις:

1. Το βαγόνι στο κλειδί κατευθύνεται προς το Τέξας.
2. Το πιο πρόσφατο βαγόνι στη γραμμή προς το Τέξας αλλάζει κατεύθυνση και πηγαίνει στην Καλιφόρνια.
3. Και το βαγόνι στο διακόπτη και το πιο πρόσφατο βαγόνι στη γραμμή προς το Τέξας εξαφανίζονται (δηλαδή, διαγράφονται και τα δύο).

- Παύση. Τα σύμβολα που βρίσκονται στην Καλιφόρνια αντιπροσωπεύουν τον τύπο σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία, από αριστερά προς τα δεξιά.
- Παύση. Προέκυψε σφάλμα. Ο αρχικός τύπος δεν ήταν σωστά γραμμένος.

Βαγόνι στο κλειδί

	1	+	-	x	/	()
1	4	1	1	1	1	1	5
+	2	2	2	1	1	1	2
-	2	2	2	1	1	1	2
x	2	2	2	2	2	1	2
/	2	2	2	2	2	1	2
(5	1	1	1	1	1	3

Πιο πρόσφατο βαγόνι στη γραμμή προς το Τέξας

Εικόνα 5-29. Πίνακας αποφάσεων που χρησιμοποιείται από τον αλγόριθμο μετατροπής από ένθετη σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία.

Μετά από κάθε ενέργεια, γίνεται μια νέα σύγκριση μεταξύ του βαγονιού στο κλειδί, που μπορεί να είναι το ίδιο βαγόνι με αυτό της προηγούμενης σύγκρισης ή το επόμενο βαγόνι, και του βαγονιού που μπήκε τελευταίο στη γραμμή προς το Τέξας. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να φτάσουμε στο βήμα 4. Σημειώστε ότι η γραμμή προς το Τέξας χρησιμοποιείται ως στοίβα, όπου η δρομολόγηση ενός βαγονιού προς το Τέξας αντιστοιχεί στη λειτουργία τοποθέτησης στη στοίβα, και η αλλαγή της κατεύθυνσης ενός βαγονιού από το Τέξας προς την Καλιφόρνια αντιστοιχεί στη λειτουργία αφαίρεσης από τη στοίβα.

Η σειρά των μεταβλητών είναι ίδια στην ένθετη και στην ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία. Ωστόσο, η σειρά των τελεστών είναι διαφορετική. Στην ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία, οι τελεστές εμφανίζονται με τη σειρά με την οποία θα εκτελεστούν κατά τον υπολογισμό της παράστασης. Στην Εικόνα 5-30 παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα ένθετων τύπων και των ισοδύναμων τύπων σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία.

Ένθετη σημειογραφία	Ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία
$A + B \times C$	$ABC \times +$
$A \times B + C$	$AB \times C +$
$A \times B + C \times D$	$AB \times CD \times +$
$(A + B) / (C - D)$	$AB + CD - /$
$A \times B / C$	$AB \times C /$
$((A + B) \times C + D) / (E + F + G)$	$AB + C \times D + EF + G + /$

Εικόνα 5-30. Παραδείγματα ένθετων τύπων και των ισοδύναμων τύπων σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία.

Υπολογισμός Τύπων Ανάστροφης Πολωνικής Σημειογραφίας

Ο παρακάτω αλγόριθμος υπολογίζει την τιμή ενός τύπου ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

- Διατρέξετε τα σύμβολα του τύπου ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας, αρχίζοντας από το αριστερό άκρο, μέχρι να φτάσετε σ' έναν τελεστή.
- Γράψτε τον τελεστή και τους δύο τελεστέους που βρίσκονται ακριβώς αριστερά σ' ένα πρόχειρο χαρτί.
- Σβήστε τον τελεστή και τους τελεστέους από τον τύπο, δημιουργώντας μια τρύπα.
- Εκτελέστε την πράξη με τους τελεστέους και γράψτε στην τρύπα το αποτέλεσμα.
- Αν ο τύπος τώρα αποτελείται από μία τιμή, αυτή είναι η απάντηση και ο αλγόριθμος τελειώσει· διαφορετικά, επιστρέψτε στο βήμα 1.

Στην Εικόνα 5-31 φαίνεται η αποτίμηση ενός τύπου ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας. Η σειρά των τελεστών είναι η σειρά με την οποία αποτιμώνται στην πραγματικότητα.

Ένθετος τύπος $(8 + 2 \times 5) / (1 + 3 \times 2 - 4)$

Τύπος ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας $8\ 2\ 5\ x\ +\ 1\ 3\ 2\ x\ +\ 4\ -\ /$

Βήμα	Τύπος προς υπολογισμό	Πιο αριστερός τελεστής	Αριστερός τελεστέος	Δεξιός τελεστέος	Αποτέλεσμα	Νέος τύπος μετά την εκτέλεση της πράξης
1	$8\ 2\ 5\ x\ +\ 1\ 3\ 2\ x\ +\ 4\ -\ /$	x	2	5	10	$8\ 10\ +\ 1\ 3\ 2\ x\ +\ 4\ -\ /$
2	$8\ 10\ +\ 1\ 3\ 2\ x\ +\ 4\ -\ /$	+	8	10	18	$18\ 1\ 3\ 2\ x\ +\ 4\ -\ /$
3	$18\ 1\ 3\ 2\ x\ +\ 4\ -\ /$	x	3	2	6	$18\ 1\ 6\ +\ 4\ -\ /$
4	$18\ 1\ 6\ +\ 4\ -\ /$	+	1	6	7	$18\ 7\ 4\ -\ /$
5	$18\ 7\ 4\ -\ /$	-	7	4	3	$18\ 3\ /$
6	$18\ 3\ /$	/	18	3	6	6

Εικόνα 5-31. Υπολογισμός του τύπου $(8 + 2 \times 5) / (1 + 3 \times 2 - 4)$ μετατρέποντάς τον πρώτα σε ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία.

Η ανάστροφη Πολωνική σημειογραφία είναι ιδανική για τον υπολογισμό τύπων σ' έναν υπολογιστή με στοίβα. Ο τύπος αποτελείται από n σύμβολα, καθένα από τα οποία είναι είτε μεταβλητή (δηλαδή, κάτι που έχει τιμή) είτε τελεστής. Ο αλγόριθμος για τον υπολογισμό ενός τύπου ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας χρησιμοποιώντας στοίβα είναι ο εξής.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

1. Δώστε στη μεταβλητή k τιμή 1.
2. Εξετάστε το k σύμβολο στη σειρά. Αν είναι μεταβλητή, τοποθετήστε την στη στοίβα. Αν είναι τελεστής, αφαιρέστε δύο στοιχεία από την κορυφή στοίβας, εκτελέστε την πράξη, και τοποθετήστε το αποτέλεσμα στη στοίβα.
3. Αν $k=n$, ο αλγόριθμος τελειώνει και η απάντηση βρίσκεται στη στοίβα· διαφορετικά, προσθέστε 1 στο k και επιστρέψτε στο βήμα 2.

Στην Εικόνα 5-32 φαίνεται ο υπολογισμός του ίδιου τύπου με αυτόν της Εικόνας 5-31, αυτή τη φορά χρησιμοποιώντας στοίβα. Ο αριθμός στην κορυφή της στοίβας είναι ο δεξιός τελεστής, όχι ο αριστερός. Αυτό το σημείο είναι σημαντικό για την αφαίρεση και τη διαίρεση μια και η σειρά των τελεστών έχει σημασία (αντίθετα από την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό).

Ένας υπολογιστής που χρησιμοποιεί στοίβα παρέχει πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με τους υπολογιστές πολλών καταχωρητών, όπως στα παραδείγματά μας:

1. Σύντομες εντολές επειδή πολλές εντολές δε χρησιμοποιούν διευθύνσεις.
2. Εύκολος υπολογισμός των τύπων.
3. Δε χρειάζονται πολύπλοκοι αλγόριθμοι για τη βελτιστοποίηση της χρήσης των καταχωρητών.

Καμία από τις CPU της Intel δε χρησιμοποιεί απόδοση διευθύνσεων με στοίβα, αλλά έχουν ειδικές εντολές PUSH και POP για την τοποθέτηση και την αφαίρεση στοιχείων από τη στοίβα, αντίστοιχα. Αντιθέτως, τα τσιπ 680x0 χρησιμοποιούν όλα απόδοση διευθύνσεων στοίβας με αυτοδεικτοδότηση. Σε κατάσταση μείωσης εκ των προτέρων η τιμή του δείκτη στοίβας (ένας καταχωρητής) μειώνεται πρώτα και μετά χρησιμοποιείται ως δείκτης. Σε κατάσταση αύξησης εκ των υστέρων, γίνεται πρώτα η έμμεση αναφορά, και μετά αυξάνεται ο καταχωρητής.

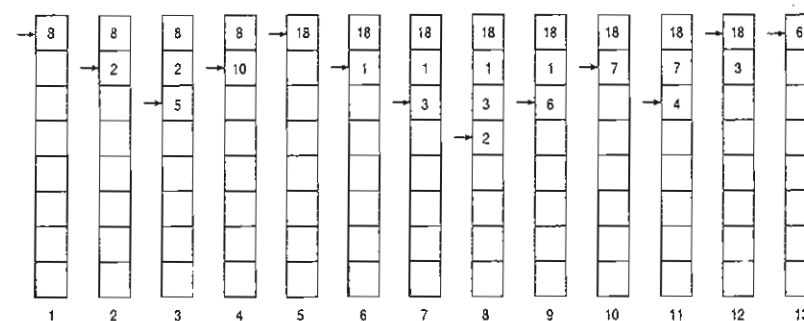
Εναλλακτικά, αν οι στοίβες αυξάνουν από υψηλές προς χαμηλές διευθύνσεις και ο δείκτης στοίβας δείχνει πάντα στην κορυφή της στοίβας (ο μικρότερος αριθμός διεύθυνσης που περιέχει στοιχείο της στοίβας), η κατάσταση μείωσης εκ των προτέρων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τοποθέτηση στοιχείων στη στοίβα και η κατάσταση αύξησης εκ των υστέρων για αφαίρεση από τη στοίβα. Αν οι στοίβες αυξάνουν από χαμηλές διευθύνσεις προς υψηλές και κατά συνθήκη ο δείκτης στοίβας δείχνει στο πρώτο κενό κελί της στοίβας αντί στο τελευταίο γεμάτο, η κατάσταση αύξησης εκ των υστέρων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τοποθέτηση και η κατάσταση μείωσης εκ των προτέρων για αφαίρεση. Ποιο σύστημα χρησιμοποιείται είναι θέμα γούστου και παράδοσης.

Ένθετος τύπος $(8 + 2 \times 5) / (1 + 3 \times 2 - 4)$

Τύπος ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας $8\ 2\ 5\ x +\ 1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$

Βήμα		
1	$8\ 2\ 5\ x +\ 1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 8
2	$2\ 5\ x +\ 1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 2
3	$5\ x +\ 1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 5
4	$x +\ 1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Πολλαπλασιασμός 2×5
5	$+ 1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Πρόσθεση $8 + 10$
6	$1\ 3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 1
7	$3\ 2\ x +\ 4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 3
8	$2\ x +\ 4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 2
9	$x +\ 4\ -\ /$	Πολλαπλασιασμός 3×2
10	$+ 4\ -\ /$	Πρόσθεση $1 + 6$
11	$4\ -\ /$	Τοποθέτηση στη στοίβα του 4
12	$- /$	Αφαίρεση $7 - 4$
13	$/$	Διαίρεση $18 / 3$

(α)



(β)

Εικόνα 5-32. Χρήση στοίβας για τον υπολογισμό ενός τύπου ανάστροφης Πολωνικής σημειογραφίας. (α) Βήματα της διαδικασίας υπολογισμού. (β) Η στοίβα μετά από το αντίστοιχο βήμα του (α). Το βέλος είναι ο δείκτης στοίβας.