

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**Η ΕΝΝΟΙΑ ΚΑΙ Η ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ**

2.1	Η έννοια της πληροφορίας	47
2.1.1	Δεδομένα - Πληροφορία	47
2.1.2	Κύκλος της πληροφορίας	48
2.2	Η σημασία της πληροφορίας στην καθημερινή ζωή	48
2.2.1	Ο υπολογιστής - Το βασικό εργαλείο επεξεργασίας και αποθήκευσης δεδομένων	49
2.3	Η παράσταση των δεδομένων	49
2.3.1	Η κωδικοποίηση των δεδομένων	50
2.4	Αριθμητικά συστήματα	50
2.4.1	Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης	51
2.4.2	Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης	51
2.4.3	Το οκταδικό σύστημα αρίθμησης	52
2.4.4	Το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης	52
2.5	Οι αριθμοί στον υπολογιστή	53
2.5.1	Κώδικας αριθμών BCD	53
2.5.2	Μέθοδοι παράστασης αριθμών στον υπολογιστή	54
2.6	Οι κώδικες χαρακτήρων	59
2.6.1	Κώδικας ASCII	59
2.6.2	Κώδικας EBCDIC	61
2.6.3	Κώδικας Unicode	62
2.7	Μαθηματική λογική - Άλγεβρα Boole	63
2.7.1	Λογικές προτάσεις	63
2.7.2	Άλγεβρα Boole	64
2.8	Λογικές πύλες	66
2.8.1	Λογικά κυκλώματα	67
	Ανακεφαλαίωση	70
	Ερωτήσεις	71
	Γλωσσάριο	74
	Ενδιαφέρουσες και χρήσιμες διευθύνσεις του Διαδικτύου	76
	Βιβλιογραφία	77

Στο προηγούμενο κεφάλαιο γνωρίσαμε μερικές από τις εφαρμογές του υπολογιστή στην καθημερινή ζωή. Στις εφαρμογές αυτές ο υπολογιστής χρησιμοποιείται σαν ένα εργαλείο, στο οποίο εισρέουν στοιχεία, τα οποία επεξεργάζεται και επιστρέφει κάποια άλλα ως αποτέλεσμα της επεξεργασίας αυτής.

Από τα στοιχεία που επιστρέφονται:

- ♦ άλλα χρησιμοποιούνται άμεσα και συνήθως μας πληροφορούν για κάτι, π.χ. πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσουμε στο ταμείο του πολυκαταστήματος, και
- ♦ άλλα αποθηκεύονται για μελλοντική χρήση, π.χ. το απόθεμα των προϊόντων στην αποθήκη του πολυκαταστήματος μετά τις δικές μας αγορές.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε σε δύο βασικές έννοιες, τα **δεδομένα** και τις **πληροφορίες**.

2.1 Η έννοια της πληροφορίας



2^ο ΛΥΚΕΙΟ

ΤΑΞΗ Α'

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΔΟΣΗΣ
του μαθητή ΛΕΩΝΙΔΑ ΠΕΤΡΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΑ	ΒΑΘΜΟΣ
ΘΡΗΣΚΕΥΤΙΚΑ	18
ΝΕΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ	20
ΑΡΧ. ΕΛΛΗΝΙΚΑ	19
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	16
ΙΣΤΟΡΙΑ	19
ΦΥΣΙΚΗ	17
ΧΗΜΕΙΑ	17
ΒΙΟΛΟΓΙΑ	18
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ	19
ΓΥΜΝΑΣΤΙΚΗ	20
ΞΕΝΗ ΓΛΩΣΣΑ	18
ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΑ	17
ΑΠΟΥΣΙΕΣ	12

Ο υπεύθυνος
της τάξης

2.1.1 Δεδομένα - Πληροφορία

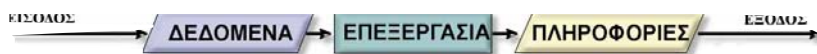
Αν παρατηρήσουμε προσεκτικά τα δύο σχήματα, θα διαπιστώσουμε ότι, ενώ περιέχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία, δεν μας δίνουν την ίδια πληροφορία. Το πρώτο σχήμα με την αταξία των στοιχείων του δεν μας δίνει κάποια πληροφορία, ενώ το δεύτερο μας πληροφορεί για τη σχολική επίδοση ενός μαθητή. Από αυτό το απλό παράδειγμα, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι, αν πάρουμε τα διάσπαρτα στοιχεία του πρώτου σχήματος και τα συσχετίσουμε μεταξύ τους είτε με μια αναδιάταξη είτε με μια ορισμένη μορφοποίηση σε ένα

- Ο αριθμός 500.000 αποτελεί δεδομένο.
- Η φράση «Ο μισθός του Γιάννη είναι 500.000 δρχ.» αποτελεί πληροφορία.

έντυπο -όπως ο παρατιθέμενος πίνακας ενός ελέγχου σχολικής επίδοσης- μπορούν να μας δώσουν μια πληροφορία.

Στοιχεία, όπως αυτά στο πρώτο σχήμα, τα οποία δεν μας πληροφορούν για κάτι συγκεκριμένο, αποτελούν τα **δεδομένα** (data), ενώ στοιχεία όπως αυτά του πίνακα, τα οποία προέκυψαν από μία επεξεργασία δεδομένων, ώστε όλα μαζί να αποτελέσουν λογικές εκφράσεις κατανοητές από τον άνθρωπο, αποτελούν την **πληροφορία** (information).

Σχηματικά μπορούμε να δώσουμε αυτή τη διαδικασία με το ακόλουθο διάγραμμα:



2.1.2 Κύκλος της πληροφορίας

Πολλές φορές μια πληροφορία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε νέα επεξεργασία για την εξαγωγή νέας πληροφορίας, οπότε τότε μιλάμε για **κύκλο της πληροφορίας**. Σχηματικά μπορούμε να δώσουμε τον πλήρη κύκλο της πληροφορίας με το ακόλουθο διάγραμμα:



2.2 Η σημασία της πληροφορίας στην καθημερινή ζωή

Η πληροφορία είναι απαραίτητη σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης σκέψης και σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης πράξης. Είναι απαραίτητη τόσο στο μεμονωμένο άτομο όσο και στην κοινωνική ομάδα.

Ο άνθρωπος χρειάζεται την πληροφορία:

- ♦ για την επιβίωσή του -περιβάλλον, κλίμα, τροφή, κίνδυνοι, κ.ά.
- ♦ για την οργάνωση της καθημερινής ζωής -καιρός, δρομολόγια λεωφορείων, ωράριο καταστημάτων, μισθός, τραπεζικοί λογαριασμοί, κ.ά.
- ♦ για την οργάνωση των σπουδών του -πανεπιστήμια, μαθήματα, βαθμός πτυχίου, κ.ά.
- ♦ για τη διασκέδασή του -αθλητικές συναντήσεις, θεατρικά έργα, κινηματογραφικά έργα, τηλεοπτικό πρόγραμμα, συναυλίες, κ.ά.

και για πολλές ακόμη δραστηριότητές του.

Επίσης, στους οργανισμούς και τις επιχειρήσεις, οι διοικήσεις χρειάζονται πληροφορίες για την έγκυρη και έγκαιρη λήψη σωστών αποφάσεων.

Αν και οι σκοποί που υπηρετούν και οι στόχοι που επιδιώκουν οι διάφοροι οργανισμοί και υπηρεσίες διαφέρουν, οι βασικές λειτουργίες τους -που περιλαμβάνουν σχεδιασμό και οργάνωση- είναι περίπου ίδιες και αφορούν το έργο της διοίκησης. Για όλες αυτές τις λειτουργίες η πληροφορία είναι κάτι παράνω από απαραίτητη.

2.2.1 Ο υπολογιστής - Το βασικό εργαλείο επεξεργασίας και αποθήκευσης δεδομένων

Με τη συγκέντρωση και την επεξεργασία δεδομένων ο άνθρωπος λαμβάνει τις πληροφορίες που χρειάζεται. Τα παλαιότερα χρόνια οι ενέργειες αυτές γίνονταν με το χέρι και αργότερα με χειροκίνητες μηχανές. Σήμερα οι μέθοδοι αυτές δεν μπορούν να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις της εποχής μας.

Απαιτήσεις του σύγχρονου ανθρώπου, όπως:

- ◆ ο τεράστιος όγκος δεδομένων που χρειάζεται να επεξεργάζεται και να αποθηκεύει
- ◆ η επανάληψη τυποποιημένων εργασιών
- ◆ η ανάγκη για μεγαλύτερη ταχύτητα και ακρίβεια στην επεξεργασία
- ◆ οι σύνθετες επεξεργασίες,

δεν είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν χωρίς τη βοήθεια υπολογιστή.

Έτσι, ενώ ο υπολογιστής ξεκίνησε ως εργαλείο των επιστημονικών εφαρμογών, πέρασε σιγά-σιγά και σε εμπορικές εφαρμογές και μάλιστα στην εποχή μας αποτελεί εργαλείο καθημερινής χρήσης, κυρίως για την επεξεργασία και την αποθήκευση των δεδομένων.

Σ' αυτό βέβαια συντέλεσε και η δυνατότητά του να προγραμματίζεται. Για να λειτουργήσει χρειάζεται δύο κυρίως στοιχεία:



- α) μια σειρά από εντολές, το **πρόγραμμα**, που οδηγούν τον υπολογιστή βήμα βήμα για το πώς θα κάνει μια συγκεκριμένη επεξεργασία, και
- β) τα **δεδομένα** που θέλουμε να επεξεργαστεί, τα οποία μπορεί να παριστάνουν διάφορα στοιχεία της καθημερινής μας ζωής, όπως γράμματα, αριθμούς, λέξεις, σύμβολα, εικόνες, ήχους.

Για παράδειγμα, στην Επεξεργασία Κειμένου το πρόγραμμα είναι ο Επεξεργαστής Κειμένου και τα προς επεξεργασία δεδομένα είναι τα κείμενά μας, που αποτελούνται από γράμματα, αριθμούς, σύμβολα, κ.ά.

2.3 Η παράσταση των δεδομένων

Όπως αναφέραμε στα προηγούμενα, με τον υπολογιστή γίνεται επεξεργασία δεδομένων, που μπορεί να αφορούν αριθμούς, κείμενο, ήχους, εικόνα, κ.ά.

Ο υπολογιστής όμως διαχειρίζεται κυρίως ηλεκτρικά σήματα. Μάλιστα για τεχνικούς λόγους -χαμηλό κόστος κατασκευής ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, αποθηκευτικών μέσων, κ.ά.- πρέπει τα σήματα αυτά να εκφράζουν μόνο δύο καταστάσεις. Στα διάφορα τμήματα του υπολογιστή οι δύο αυτές καταστάσεις μπορεί να εκφράζονται από:

- ◆ δύο διαφορετικές ηλεκτρικές τάσεις
- ◆ δύο διαφορετικής έντασης μαγνητικά πεδία
- ◆ ύπαρξη ή ανύπαρξία οπτικής δέσμης.

Έτσι προκύπτει η ανάγκη τα δεδομένα να κωδικοποιούνται σε μορφή αντιληπτή από το υπολογιστικό σύστημα, με τη χρήση μόνο δύο «στοιχείων».

2.3.1 Η κωδικοποίηση των δεδομένων

Για την κωδικοποίηση των δεδομένων στον υπολογιστή, χρησιμοποιούμε ως μονάδα αναπαράστασης το **δυναδικό ψηφίο** ή **bit** -ονομασία που προέρχεται από τη σύντμηση των αγγλικών λέξεων **binary digit**- το οποίο μπορεί να πάρει μόνο δύο τιμές, το 0 και το 1.

Η **κωδικοποίηση** είναι η αντιστοίχιση καθενός συμβόλου που θέλουμε να παραστήσουμε -π.χ. το γράμμα Α, το θαυμαστικό «!» ή το σύμβολο του αριθμού 8- με μια ακολουθία από 0 και 1. Ένα σύνολο αντιστοιχίσεων μεταξύ συμβόλων και ακολουθιών δυαδικών ψηφίων λέγεται **κώδικας**.

Κώδικες

Στην αρχή οι κατασκευαστές υπολογιστών ήταν λίγοι και ο καθένας ανέπτυξε και τηρούσε το δικό του κώδικα. Όμως, με την ανεξάρτητη ανάπτυξη της τεχνολογίας από διάφορους κατασκευαστές και την παράλληλη ανάγκη διασύνδεσης και ανταλλαγής δεδομένων μεταξύ των υπολογιστικών συστημάτων, γινόταν ολοένα και πιο επιτακτική η ανάγκη τυποποίησης των μεθόδων και των συστημάτων κωδικοποίησης, σε διεθνές επίπεδο. Έτσι αναπτύχθηκαν διάφορα -εθνικά ή διεθνή- πρότυπα κωδικοποίησης και πρότυποι κώδικες.

Οι κώδικες αυτοί μπορούν να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- ◆ τους **κώδικες αριθμών** και
- ◆ τους **κώδικες χαρακτήρων**.

Επειδή όλοι οι κώδικες βασίζονται στα σύμβολα 0 και 1, τα οποία αποτελούν και τη βάση του δυαδικού αριθμητικού συστήματος, θεωρούμε σκόπιμο να αναφερθούμε πρώτα στα αριθμητικά συστήματα, δίνοντας περισσότερη έμφαση στο δυαδικό.

2.4 Αριθμητικά συστήματα

Για την παράσταση των αριθμών χρησιμοποιούμε και άλλα σύμβολα:

Ελληνική γραφή:

α', β', γ', δ', ε', στ',...

Ρωμαϊκή γραφή:

I, II, III, IV, V, VI,...

Η ανάγκη του ανθρώπου για μετρήσεις οδήγησε στην επινόηση των αριθμών, κατόπιν στην επινόηση συμβόλων για την παράστασή τους και τέλος στη δημιουργία των αριθμητικών συστημάτων. Στην πορεία της εξέλιξης του πολιτισμού χρησιμοποιήθηκαν διάφορα συστήματα αρίθμησης -δεκαδικό, δωδεκαδικό, επταδικό, δυαδικό, οκταδικό, δεκαεξαδικό, κ.ά.- και διάφορα σύμβολα για την παράσταση των αριθμών.

Το όνομα ενός συστήματος αρίθμησης προέρχεται από τον αριθμό των ψηφίων που χρησιμοποιεί το σύστημα για την παράσταση των αριθμών.

Ο αριθμός αυτός ονομάζεται **βάση** (base) του συστήματος. Για παράδειγμα:

Ονομασία	Βάση	Ψηφία
Δεκαδικό	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Οκταδικό	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Δυαδικό	2	0,1
Δεκαεξαδικό	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

2.4.1 Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

Στην καθημερινή ζωή επικράτησε το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, ενώ για την παράσταση των αριθμών στο σύστημα αυτό χρησιμοποιήθηκαν τα αραβικά ψηφία **0, 1, 2, 3, ..., 9**.

Με το σύστημα αυτό οι αριθμητικές πράξεις γίνονται με μεγάλη ευχέρεια από τον άνθρωπο, επειδή αυτό το σύστημα μαθαίνει από μικρή ηλικία.

Ένας αριθμός στο δεκαδικό σύστημα αναλύεται όπως φαίνεται στο ακόλουθο παράδειγμα:

$$2568_{(10)} = 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

Οι εκθέτες του 10 μπορούν να επεκταθούν και στους αρνητικούς ακεραίους, αν ο αριθμός είναι κλασματικός. Για παράδειγμα:

$$573,23_{(10)} = 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$$

2.4.2 Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης

Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης είναι το πιο διαδεδομένο σύστημα στους υπολογιστές. Τα ψηφία που χρησιμοποιούνται για το σχηματισμό δυαδικών αριθμών είναι, όπως αναφέραμε, δύο, το **0** και το **1**.

Ο τρόπος που σχηματίζονται διαδοχικοί δυαδικοί αριθμοί είναι ανάλογος με αυτόν των δεκαδικών, μόνο που, αντί για δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες κ.ο.κ., έχουμε δυάδες, τετράδες, οκτάδες κ.ο.κ.

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ	ΔΥΑΔΙΚΟΙ
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011

Στο σύστημα αυτό ένας αριθμός αναλύεται με τρόπο παρόμοιο με αυτόν που περιγράφεται στο δεκαδικό σύστημα, μόνο που αντί για δυνάμεις του 10 χρησιμοποιούμε δυνάμεις του 2. Για παράδειγμα:

$$10011,01_{(2)} = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

Αν θέλαμε να παραστήσουμε τους αριθμούς στον υπολογιστή με το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, θα έπρεπε να κατασκευάσουμε ένα φυσικό μέσο που να περιστάνει 10 διαφορετικές καταστάσεις. Αυτό είναι πολύ πιο δύσκολο και δαπανηρό από ένα φυσικό μέσο που παριστάνει δύο καταστάσεις.

Βασικές πράξεις στο δυαδικό σύστημα

Οι βασικές πράξεις, πρόσθεση και πολλαπλασιασμός, στο δυαδικό σύστημα γίνονται με τρόπο αντίστοιχο με αυτόν του δεκαδικού συστήματος, έχοντας υπόψη τις πράξεις μεταξύ των ψηφίων του δυαδικού συστήματος.

πρόσθεση	$0+0=0$	$0+1=1$	$1+0=1$	$1+1=10$
πολλαπλασιασμός	$0 \times 0=0$	$0 \times 1=0$	$1 \times 0=0$	$1 \times 1=1$

Όπως φαίνεται και στον παραπάνω πίνακα, όταν προσθέτουμε 1 και 1 το αποτέλεσμα -δύο (2) στο δεκαδικό- γράφεται στη δυαδική μορφή 10, δηλαδή 1 δυάδα και 0 μονάδες.

Παράδειγμα:

ΠΡΟΣΘΕΣΗ		ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ	
Δυαδικό	Δεκαδικό	Δυαδικό	Δεκαδικό
10010101	149	10111	23
+ 11001111	+ 207	x 101	x 5
101100100	356	10111	115
		00000	
		+ 10111	
		1110011	

2.4.3 Το οκταδικό σύστημα αρίθμησης

Στο οκταδικό σύστημα αρίθμησης τα ψηφία που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των αριθμών είναι οκτώ (8) τα **0,1,2,3,4,5,6,7**.

Η ανάλυση ενός αριθμού στο οκταδικό γίνεται όπως προηγουμένως.

Παράδειγμα:

$$573_{(8)} = 5 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 3 \times 8^0$$

2.4.4 Το δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης

Στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης για την παράσταση των αριθμών χρησιμοποιούνται τα γνωστά 10 ψηφία του δεκαδικού συστήματος **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** και τα πρώτα 6 κεφαλαία γράμματα του λατινικού αλφαβήτου **A, B, C, D, E, F**.

ΔΕΚΑΔΙΚΟ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Παράδειγμα:

$$2AC8_{(16)} = 2 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 8 \times 16^0$$

2.5 Οι αριθμοί στον υπολογιστή

Οι πρώτοι υπολογιστές είχαν ως βασική αποστολή την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων. Στη σημερινή εποχή, παρ' όλο που οι υπολογιστές χρησιμοποιούνται και για το χειρισμό μη αριθμητικών στοιχείων, η ανάγκη για εκτέλεση μεγάλου όγκου αριθμητικών πράξεων εξακολουθεί να υπάρχει.

Ο τρόπος με τον οποίο οι υπολογιστές αποθηκεύουν τους αριθμούς και εκτελούν τις αριθμητικές πράξεις εξαρτάται από τον τύπο του υπολογιστή. Όμως, οι βασικές αρχές αντιμετώπισης των αριθμών από τους κατασκευαστές υλικού και λογισμικού δεν άλλαξαν και πολύ από το ξεκίνημα των υπολογιστών μέχρι σήμερα και από ό,τι φαίνεται ούτε για το ορατό μέλλον προβλέπεται κάποια δραματική αλλαγή.

Για την παράσταση των αριθμών στον υπολογιστή -με τη χρήση των ψηφίων 0 και 1- έχουν προταθεί διάφοροι **κώδικες** και **μέθοδοι** που διευκολύνουν και την εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων.

2.5.1 Κώδικας αριθμών BCD

Οι κώδικες που χρησιμοποιούνται για την παράσταση των αριθμών στον υπολογιστή λέγονται **αριθμητικοί κώδικες**. Οι κώδικες αυτοί βασίζονται στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης και ο πιο διαδεδομένος είναι ο κώδικας **BCD** (Binary Coded Decimal - Δυαδική Κωδικοποίηση Δεκαδικών Ψηφίων).

Για την αναπαράσταση ενός ψηφίου του δεκαδικού συστήματος με τον κώδικα αυτό χρησιμοποιούνται τέσσερα δυαδικά ψηφία. Τα ψηφία του δεκαδικού συστήματος έχουν, όπως φαίνεται και στον πίνακα που ακολουθεί, την ίδια παράσταση με αυτήν που έχουν και στο δυαδικό σύστημα.

Δεκαδικό ψηφίο	Δυαδική τιμή	Δυαδική κωδικοποίηση δεκαδικών ψηφίων
0	0	0000
1	1	0001
2	10	0010
3	11	0011
4	100	0100
5	101	0101
6	110	0110
7	111	0111
8	1000	1000
9	1001	1001

Λόγω της παράστασης αυτής ο κώδικας BCD λέγεται και **κώδικας 8-4-2-1** (δυνάμεις του 2), από την αξία των τεσσάρων δυαδικών ψηφίων που χρησιμοποιεί.

Για να παραστήσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με τη δυαδική κωδικοποίηση δεκαδικών ψηφίων, αρκεί κάθε ψηφίο του να αντικατασταθεί με την αντίστοιχη παράσταση στον κώδικα αυτό.

Για παράδειγμα ο αριθμός $5479_{(10)}$ γίνεται:

Δεκαδικός αριθμός	5	4	7	9
Δυαδική κωδικοποίηση δεκαδικών ψηφίων	0101	0100	0111	1001

Ο κώδικας αυτός παρουσιάζει κάποια μειονεκτήματα όπως:

α) Το μεγάλο μήκος των κωδικοποιημένων αριθμών για την παράσταση των δεκαδικών αριθμών.

Για παράδειγμα ο αριθμός $125_{(10)}$ παριστάνεται στον κώδικα BCD ως **0001 0010 0101**, ενώ, αν χρησιμοποιήσουμε το δυαδικό σύστημα, θα έχουμε την παράσταση **1111101**₍₂₎.

β) Δυσκολία στην εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων.

Για να εκτελεστούν πράξεις με αριθμούς που έχουν κωδικοποιηθεί με τον κώδικα αυτό συνήθως:

ή χρησιμοποιούνται ειδικά ηλεκτρονικά κυκλώματα,
ή μετατρέπονται οι αριθμοί στο δυαδικό σύστημα αρίθμησης.

2.5.2 Μέθοδοι παράστασης αριθμών στον υπολογιστή

Με τον τρόπο αυτό ο μέγιστος ακέραιος που μπορεί να παρασταθεί με n bit είναι $0 + (2^{n-1} - 1)$ και ο ελάχιστος είναι $-(2^{n-1} - 1)$.

Για την παράσταση ενός αριθμού στον υπολογιστή χρησιμοποιούνται n δυαδικά ψηφία (bit), όπου το n είναι σταθερό για κάθε υπολογιστή και συνήθως παραστάνει το μήκος της λέξης του υπολογιστή, όπως θα μάθουμε και στο επόμενο κεφάλαιο.

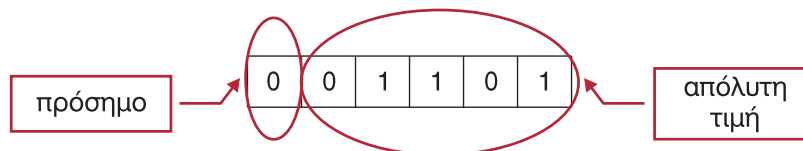
Με τον κώδικα BCD δεν είναι εύκολο να παρασταθούν προσημασμένοι ακέραιοι αριθμοί ή πραγματικοί. Γι' αυτούς υπάρχουν άλλες μέθοδοι παράστασης, τις κυριότερες από τις οποίες αναφέρουμε στη συνέχεια.

Παράσταση προσημασμένων ακέραιων αριθμών

Για να παρασταθεί ένας τέτοιος αριθμός, χρειάζεται να εκφραστεί τόσο η απόλυτη τιμή του, όσο και το πρόσημό του με 0 ή 1.

Για το πρόσημο χρησιμοποιείται το πρώτο από αριστερά δυαδικό ψηφίο της λέξης, ενώ στα υπόλοιπα $n-1$ τοποθετείται η απόλυτη τιμή του αριθμού σε δυαδική μορφή.

Αν ο αριθμός είναι θετικός, το πρόσημο παριστάνεται με το 0, ενώ αν είναι αρνητικός, με το 1. Έτσι αν το $n=6$, ο αριθμός $+13$ παριστάνεται με το 001101, ενώ ο αριθμός -13 με το 101101.



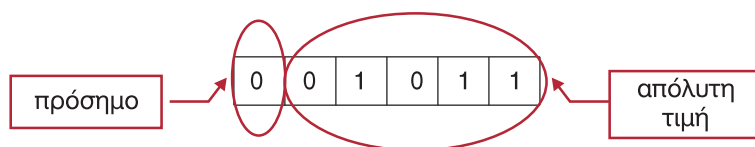
Αν και αυτός ο τρόπος παράστασης είναι σχετικά απλός, δεν εξυπηρετεί στη σχεδίαση των κυκλωμάτων που απαιτούνται για τις αριθμητικές πράξεις. Έτσι έχουν επινοηθεί και άλλες μέθοδοι παράστασης των ακεραίων, όπως η μέθοδος του **συμπληρώματος ως προς 1** (1's complement) και η μέθοδος του **συμπληρώματος ως προς 2** (2's complement), στις οποίες θα αναφερθούμε στη συνέχεια. Και στις δύο αυτές παραστάσεις το αριστερότερο bit αφορά το πρόσημο, δηλαδή 0 θετικός, 1 αρνητικός.

Παράσταση συμπληρώματος ως προς 1

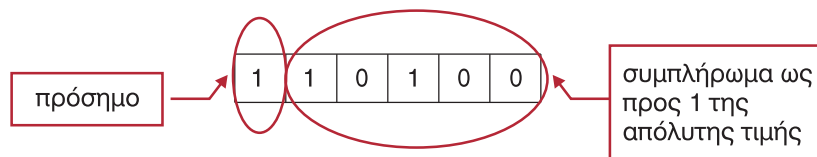
Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, για την παράσταση ενός θετικού δυαδικού αριθμού τοποθετείται στο πρώτο από αριστερά bit το 0 και στα υπόλοιπα η απόλυτη τιμή του από δεξιά προς τα αριστερά. Αν ο αριθμός είναι αρνητικός παριστάνεται με το συμπλήρωμα ως προς 1 του αντίστοιχου θετικού αριθμού. Το συμπλήρωμα ως προς 1 ενός δυαδικού αριθμού βρίσκεται αν αντικατασταθούν όλα τα 0 με 1 και όλα τα 1 με 0 (συμπεριλαμβανομένου και του προσήμου). Για παράδειγμα, στον επόμενο πίνακα φαίνεται πώς προκύπτει το συμπλήρωμα ως προς 1 του αριθμού 1 0 0 1 1 0 1 1

1	0	0	1	1	0	1	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1	1	0	0	1	0	0

Έτσι η παράσταση, με τη μέθοδο του συμπληρώματος ως προς 1, του αριθμού +11 με 6 bit είναι η επόμενη



και του αριθμού -11 είναι η



Με τη μέθοδο αυτή και με τη χρήση 8 bit μπορούν να παρασταθούν αριθμοί από το -127 έως 127 ή αλλιώς από το $-(2^7-1)$ έως $2^7 - 1$.

Η παράσταση συμπληρώματος ως προς 1 θεωρείται απηρχαιομένη και έχει πλέον εγκαταλειφθεί.

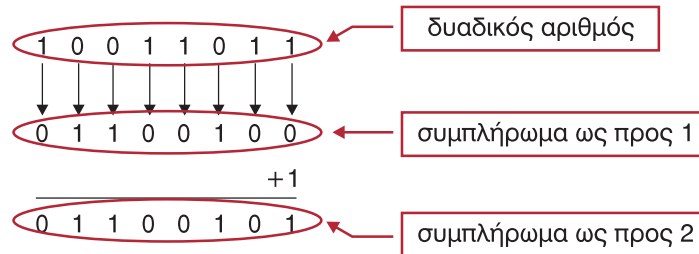
Με τη μέθοδο συμπληρώματος ως προς 1 ο μέγιστος ακέραιος που μπορεί να παρασταθεί με n bit είναι ο $+(2^{n-1}-1)$ και ο ελάχιστος είναι $-(2^{n-1}-1)$.
Μειονέκτημα: το 0 παριστάνεται με δύο τρόπους: σαν 00000...000 ή σαν 11111...111

Με τη μέθοδο συμπληρώματος ως προς 2, ο μέγιστος ακέραιος που μπορεί να παρασταθεί με n bit είναι ο $+(2^{n-1}-1)$ και ο ελάχιστος είναι -2^{n-1} .

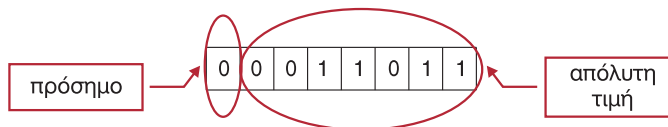
Παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

Αυτή η μέθοδος παράστασης είναι ίδια με την προηγούμενη, μόνο που, αντί για το συμπλήρωμα ως προς 1 ενός αριθμού, χρησιμοποιείται το συμπλήρωμα ως προς 2.

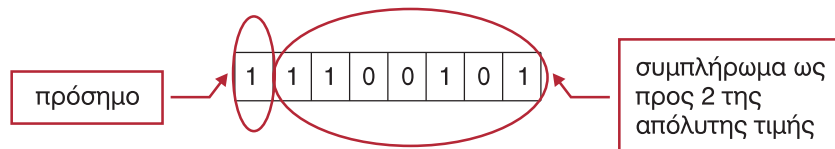
Το συμπλήρωμα ως προς 2 ενός δυαδικού αριθμού βρίσκεται αν βρεθεί πρώτα το συμπλήρωμά του ως προς 1 και σε αυτό προστεθεί το 1. Για παράδειγμα στον επόμενο πίνακα υπολογίζεται το συμπλήρωμα ως προς 2 του αριθμού 1 0 0 1 1 0 1 1.



Έτσι η παράσταση, με τη μέθοδο του συμπληρώματος ως προς 2, του αριθμού +27 με 8 bit είναι:



και του αριθμού -27 είναι:



Με τη μέθοδο αυτή και με τη χρήση 8 bit μπορούν να παρασταθούν αριθμοί από το -128 έως 127 ή αλλιώς από το -2^7 έως $2^7 - 1$.

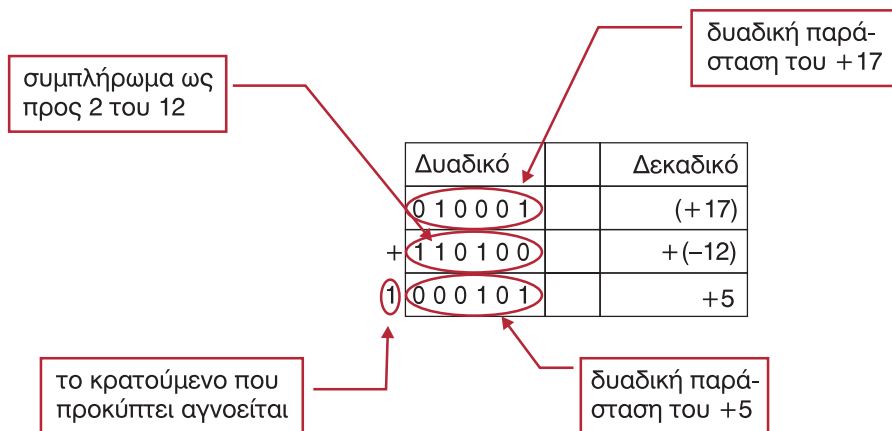
Το πλεονέκτημα των μεθόδων «συμπληρώματος ως προς 1 και 2» είναι ότι ο υπολογιστής δεν χρειάζεται να διαθέτει ειδικά κυκλώματα για την αφαίρεση, μια και για να αφαιρεθεί ένας αριθμός από έναν άλλο αρκεί να προστεθεί στο μειωτέο το συμπλήρωμα ως προς 2 ή προς 1 του αφαιρετέου. Μάλιστα, τα κυκλώματα που χρησιμοποιούνται για την αντιστροφή των δυαδικών ψηφίων κατασκευάζονται πολύ πιο εύκολα από αυτά της αφαίρεσης.

Για παράδειγμα, αν θέλουμε να αφαιρέσουμε τον αριθμό +12 από τον +17 με τη χρήση 6 bit, έχουμε:

α) Αφαίρεση

Δυαδικό	↔	Δεκαδικό
010001		(+17)
-001100		-(+12)
000101		+5

β) Μέθοδος συμπληρώματος ως προς 2

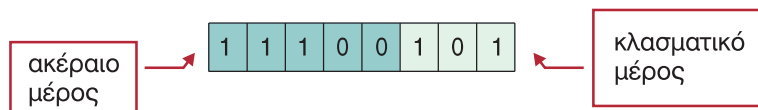


Παράσταση πραγματικών δυαδικών αριθμών

Για την παράσταση των πραγματικών αριθμών, εκτός από το πρόσημο και την απόλυτη τιμή, χρειάζεται να παρασταθεί και η θέση της υποδιαστολής.

Η απλούστερη παράσταση πραγματικών αριθμών είναι αυτή της **σταθερής υποδιαστολής** (fixed point number). Σε αυτήν ο αριθμός αποτελείται από σταθερό αριθμό δυαδικών ψηφίων και για το ακέραιο και για το κλασματικό μέρος.

Αριθμοί σταθερής υποδιαστολής



Στο προηγούμενο παράδειγμα χρησιμοποιούνται 5 bit για το ακέραιο μέρος και 3 για το κλασματικό.

Για την παράσταση των αριθμών αυτών ισχύουν γενικά όσα έχουν αναφερθεί και για τους προσημασμένους ακεραίους. Και στην περίπτωση αυτή, το διάστημα αριθμών που μπορεί να παρασταθεί είναι μικρό.

Επειδή, λοιπόν, η παράσταση πολύ μεγάλων ή πολύ μικρών αριθμών, σύμφωνα με όσα έχουμε αναφέρει παραπάνω, είναι αδύνατη, χρησιμοποιείται μια άλλη μέθοδος παράστασης, που λέγεται **μέθοδος κινητής υποδιαστολής** (floating point).

Αριθμοί κινητής υποδιαστολής

Η μέθοδος παράστασης των αριθμών κινητής υποδιαστολής (floating point numbers) στηρίζεται στην τυποποιημένη μορφή των αριθμών που χρησιμοποιείται στα Μαθηματικά. Στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης ένας ακέραιος ή δεκαδικός μπορεί να γραφεί με διαφορετικές μορφές, όπως φαίνεται στο παράδειγμα που ακολουθεί:

2345	8945,67
234,5x10 ¹	894,567x10 ¹
23,45x10 ²	89,4567x10 ²
2,345x10 ³	8,94567x10 ³
0,2345x10 ⁴	0,894567x10 ⁴
0,02345x10 ⁵	0,0894567x10 ⁵

Θυμίζουμε ότι στην τυποποιημένη αυτή μορφή κάθε αριθμός γράφεται ως γινόμενο ενός πραγματικού αριθμού μεταξύ 1 και 10 και μιας κατάλληλης δύναμης του 10.

Π.χ.

$$300.000 = 3 \times 10^5$$

$$25600000 = 2,56 \times 10^7$$

$$0,0000006 = 6 \times 10^{-7}$$

$$0,0000000123 = 1,23 \times 10^{-9}$$

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι:

- ♦ υπάρχουν άπειρες μορφές εκθετικής παράστασης ενός αριθμού
- ♦ όταν μετακινείται η υποδιαστολή μια θέση αριστερά, τότε αυξάνεται ο εκθέτης της βάσης κατά μία μονάδα. Το αντίθετο συμβαίνει όταν η υποδιαστολή μετακινείται μια θέση δεξιά.

Η εκθετική μορφή ενός αριθμού, όπου το πρώτο μη μηδενικό ψηφίο είναι αμέσως μετά την υποδιαστολή, ονομάζεται **κανονική** (normalized). Στα παραπάνω παραδείγματα η κανονική μορφή είναι:

$$0,2345 \times 10^4 \text{ και } 0,894567 \times 10^4$$

Η έννοια της εκθετικής παράστασης και της κανονικής εκθετικής μορφής επεκτείνεται και στους δυαδικούς αριθμούς. Για παράδειγμα:

110011

$$11001,1 \quad \times \quad 2^1$$

$$1100,11 \quad \times \quad 2^2$$

$$110,011 \quad \times \quad 2^3$$

$$11,0011 \quad \times \quad 2^4$$

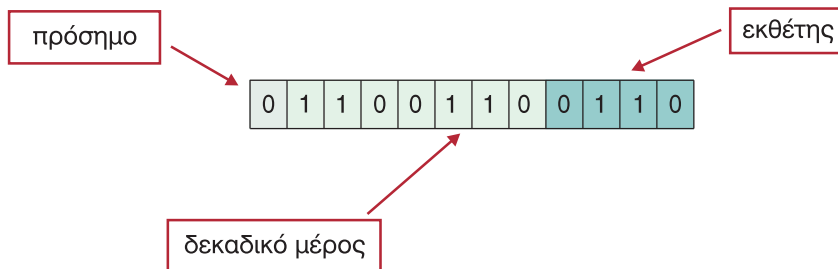
$$1,10011 \quad \times \quad 2^5$$

$$0,110011 \quad \times \quad 2^6$$

$$0,0110011 \quad \times \quad 2^7$$

Για την παράσταση των πραγματικών αριθμών στον υπολογιστή χρησιμοποιείται η κανονική τους μορφή.

Έτσι ο αριθμός 110011 μπορεί να παρασταθεί με τη μορφή:



Ο αριθμός χωρίζεται σε δύο μέρη:

- ♦ το πρώτο μέρος 0110011 που λέγεται **συντελεστής** (mantissa) και
- ♦ το δεύτερο μέρος 0110 που λέγεται **εκθέτης** (exponent).

Οι αριθμοί που παριστάνονται με τη μορφή αυτή λέγονται **αριθμοί κινητής υποδιαστολής**.

Οι πράξεις στη μορφή αυτή γίνονται όπως και στα Μαθηματικά, δηλαδή:

- ♦ στην πρόσθεση και στην αφαίρεση τροποποιούμε τους αριθμούς ώστε να έχουν τον ίδιο εκθέτη, οπότε, για να βρούμε το αποτέλεσμα, κάνουμε τις πράξεις στο κλασματικό μέρος και αφήνουμε τον ίδιο εκθέτη
- ♦ στον πολλαπλασιασμό -ή τη διαίρεση- πολλαπλασιάζουμε -ή διαιρούμε- τα κλασματικά μέρη και προσθέτουμε -ή αφαιρούμε- τους εκθέτες.

Η μορφή της κινητής υποδιαστολής δίνει αποτελέσματα των διαφόρων πράξεων με μεγαλύτερη ακρίβεια απ' ό,τι η μορφή σταθερής υποδιαστολής και χρησιμοποιείται κυρίως για την αντιμετώπιση επιστημονικών προβλημάτων.

2.6 Οι κώδικες χαρακτήρων

Όταν εισάγονται ή αποθηκεύονται χαρακτήρες στον υπολογιστή, χρησιμοποιούνται ειδικοί κώδικες για την παράστασή τους.

Η κωδικοποίηση γίνεται με τη χρήση συνδυασμών του 0 και του 1, οπότε κάθε χαρακτήρας αντιστοιχίζεται με μια μοναδική διαφορετική ακολουθία δυαδικών ψηφίων. Παράλληλα η ακολουθία αυτή στο δυαδικό σύστημα παριστάνει μια αριθμητική τιμή. Η τιμή αυτή, που μπορεί να εκφραστεί εκτός από το δυαδικό και στο οκταδικό, στο δεκαδικό ή στο δεκαεξαδικό σύστημα αρίθμησης, λέγεται **τιμή του κωδικού** (code value).

Οι κυριότεροι κώδικες χαρακτήρων που χρησιμοποιούνται είναι:

των 8 bit	ASCII EBCDIC
των 16 bit	Unicode

2.6.1 Κώδικας ASCII

Ο **ASCII** (**A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange) δημιουργήθηκε χάρη στην υποστήριξη του Εθνικού Αμερικανικού Ινστιτούτου Προτύπων ANSI (**A**merican **N**ational **S**tandard **I**nstitute), σε μια προσπάθεια να υπάρξει ένας κοινός κώδικας για την ανταλλαγή των δεδομένων μεταξύ υπολογιστών καθώς και για την αποθήκευσή τους. Γι' αυτό το λόγο έχει υιοθετηθεί σχεδόν από όλους τους κατασκευαστές μικροϋπολογιστών και χρησιμοποιείται ευρύτατα.



Αρχικά στον κώδικα ASCII χρησιμοποιούνταν 7 bit για την παράσταση των χαρακτήρων και ένα bit, το 8ο, για έλεγχο ορθότητας κατά τη μεταφορά στοιχείων. Το bit αυτό ονομάστηκε **ψηφίο ισοπμίας** (parity bit). Με την κωδικοποίηση αυτή δίνεται η δυνατότητα να παραστήσουμε 128 ($=2^7$) διαφορετικούς χαρακτήρες, ως αποτέλεσμα των 128 διαφορετικών συνδυασμών από 0 και 1.

Δεκαδική τιμή	Χαρακτήρας	Δεκαδική τιμή	Χαρακτήρας	Δεκαδική τιμή	Χαρακτήρας
32		64	@	96	'
33	!	65	A	97	a
34	"	66	B	98	b
35	#	67	C	99	c
36	\$	68	D	100	d
37	%	69	E	101	e
38	&	70	F	102	f
39	'	71	G	103	g
40	(72	H	104	h
41)	73	I	105	i
42	*	74	J	106	j
43	+	75	K	107	k
44	,	76	L	108	l
45	-	77	M	109	m
46	.	78	N	110	n
47	/	79	O	111	o
48	0	80	P	112	p
49	1	81	Q	113	q
50	2	82	R	114	r
51	3	83	S	115	s
52	4	84	T	116	t
53	5	85	U	117	u
54	6	86	V	118	v
55	7	87	W	119	w
56	8	88	X	120	x
57	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
59	;	91	[123	{
60	<	92	\	124	
62	=	93]	125	}
62	>	94	^	126	~
63	?	95	_	127	-

Τμήμα του κώδικα ASCII

Στα πρώτα στάδια της εφαρμογής του ο κώδικας ASCII χρησιμοποιήθηκε για την παράσταση:

- ◆ ειδικών χαρακτήρων ελέγχου
- ◆ διαφόρων συμβόλων
- ◆ αριθμητικών ψηφίων
- ◆ πεζών και κεφαλαίων γραμμάτων του λατινικού αλφαβήτου, όπως φαίνεται και από την ακόλουθη ομαδοποίηση.

ΚΩΔΙΚΟΙ	ΕΙΔΟΣ ΣΥΜΒΟΛΟΥ
0-31	Χαρακτήρες ελέγχου
32-47	Σύμβολα
48-57	Αριθμητικά ψηφία
58-64	Σύμβολα
65-90	Κεφαλαία λατινικά γράμματα
91-96	Σύμβολα
97-122	Πεζά λατινικά γράμματα
122-127	Σύμβολα

Με την πάροδο του χρόνου και εξαιτίας της διεύρυνσης της χρήσης των υπολογιστών που δημιούργησε την ανάγκη για περισσότερα σύμβολα, χρησιμοποιήθηκε και το 8ο bit για την παράσταση χαρακτήρων, οπότε έγινε δυνατό να παρασταθούν 256 ($=2^8$) διαφορετικοί χαρακτήρες. Οι διάφοροι κατασκευαστές χρησιμοποίησαν τη νέα περιοχή (128-255) για την κωδικοποίηση ειδικών συμβόλων και γραφικών χαρακτήρων ή για την παράσταση γραμμάτων άλλων αλφαβήτων, διαφορετικών του λατινικού, π.χ. ελληνικού, σλαβικού, κ.ά. Ο νέος κώδικας που προέκυψε ονομάστηκε **επεκτεταμένος κώδικας ASCII** (Extended ASCII) ή **ASCII - 8**.

Για το Ελληνικό αλφάβητο έχει υιοθετηθεί από τον Ελληνικό Οργανισμό Τυποποίησης (ΕΛΟΤ) ο κώδικας **ΕΛΟΤ 928** ο οποίος αποτελεί επέκταση του ASCII στα 8 bit. Στον κώδικα αυτό οι πρώτοι 128 χαρακτήρες είναι σχεδόν όμοιοι με τους αντίστοιχους του ASCII, ενώ στους επόμενους 128 έχουν τοποθετηθεί τα γράμματα του Ελληνικού αλφαβήτου (κεφαλαία, πεζά, τονούμενα) και άλλα σύμβολα.

2.6.2 Κώδικας EBCDIC

Ένας άλλος διαδεδομένος κώδικας είναι ο κώδικας **EBCDIC** (Extended Binary-Coded Decimal Interchange Code -Διευρυμένος Δυαδικός Κώδικας Δεκαδικών για την Επικοινωνία). Ο κώδικας αυτός δημιουργήθηκε από την IBM και χρησιμοποιείται στους μεγάλους υπολογιστές της (mainframes). Στον κώδικα EBCDIC χρησιμοποιούνται 8 bit για την παράσταση ενός χαρακτήρα, οπότε υπάρχει η δυνατότητα για 256 διαφορετικούς χαρακτήρες.

Από τους χαρακτήρες αυτούς όσοι έχουν κωδικούς από 0-63 και 250-255 είναι μη εκτυπώσιμοι.

Στον πίνακα που ακολουθεί μπορούμε να δούμε ένα τμήμα του κώδικα EBCDIC.

Δ. τιμή	Χαρακτήρας	Δ. τιμή	Χαρακτήρας	Δ. τιμή	Χαρακτήρας
64	blank	129	a	193	A
75	.	130	b	194	B
76	<	131	c	195	C
77	(132	d	196	D
78	+	133	e	197	E
79	!	134	f	198	F
80	&	135	g	199	G
90	!	136	h	200	H
91	\$	137	i	201	I
92	*	145	j	209	J
93)	146	k	210	K
94	;	147	l	211	L
		148	m	212	M
96	-	149	n	213	N
97	/	150	o	214	O
		151	p	215	P
107	,	152	q	216	Q
108	%	153	r	217	R
109	_	162	s	226	S
110	>	163	t	227	T
111	?	164	u	228	U
		165	v	229	V
122	:	166	w	230	W
123	#	167	x	231	X
124	@	168	y	232	Y
125	'	169	z	233	Z
126	=				
127	"				

2.6.3 Κώδικας Unicode

Το συμβολικό όνομα Unicode (**Uni**-code) χρησιμοποιήθηκε για να εκφράσει τις τρεις βασικές ιδιότητές του:

- α) Παγκόσμιος - οικουμενικός (**Uni**-versal). Σχεδιάστηκε για να καλύψει όλες τις γλώσσες του κόσμου.
- β) Μοναδικός (**Uni**-que). Κάθε χαρακτήρας έχει ακριβώς μία τιμή.
- γ) Ομοιόμορφος - ενιαίος (**Uni**form). Κάθε χαρακτήρας έχει σταθερό μήκος (16 bit).

Ο κώδικας **Unicode** είναι ένας διεθνής κώδικας που χρησιμοποιείται για την παράσταση των χαρακτήρων στους υπολογιστές. Επειδή ο αριθμός των χαρακτήρων που μπορούμε να παραστήσουμε με τον κώδικα ASCII και τους άλλους κώδικες των 8 bit είναι περιορισμένος -το πολύ 256-, ήταν επιτακτική η ανάγκη να δημιουργηθεί ένας κώδικας ο οποίος να δίνει τη δυνατότητα για την παράσταση των γραμμάτων όλων των γλωσσών.

Έτσι σχεδιάστηκε ο κώδικας Unicode, στον οποίο χρησιμοποιούνται 16 bit για την παράσταση των χαρακτήρων, οπότε μπορούν να παρασταθούν 65.536 ($=2^{16}$) διαφορετικοί χαρακτήρες.

Με τον κώδικα αυτό είναι δυνατόν να παρασταθούν οι χαρακτήρες που χρησιμοποιούνται σε όλα τα αλφάβητα του κόσμου -Λατινικό, Ελληνικό, Εβραϊκό, Κυριλλικό, Αραβικό, κ.ά.-, ακόμη και τα ιδεογράμματα που χρησιμοποιούνται στην Κορεατική, την Κινεζική και την Ιαπωνική γλώσσα. Το πρότυπο Unicode περιλαμβάνει ακόμα διάφορα διακριτικά, μαθηματικά και τεχνικά σύμβολα, βέλη, σημεία στίξης, κ.ά. Δίνει επίσης τη δυνατότητα να παρασταθούν τονούμενα γράμματα.

Περισσότερα για τον κώδικα Unicode

Σε κάθε χαρακτήρα του κώδικα Unicode αντιστοιχεί ένας αριθμός μήκους 16 bit, ο οποίος ονομάζεται τιμή του κωδικού (code value). Η τιμή αυτή παριστάνεται με το πρόθεμα U+ ακολουθούμενο από τη δεκαεξαδική μορφή της. Για παράδειγμα:

Η τιμή U+0043 παριστάνει το χαρακτήρα «C».

Σε κάθε τέτοια τιμή αντιστοιχεί και μια ονομασία για το χαρακτήρα που παριστάνει. Για παράδειγμα:

Στην τιμή U+0043 αντιστοιχεί και η ονομασία «latin capital letter c - λατινικό κεφαλαίο γράμμα c»

Η κωδικοποίηση αρχίζει από την τιμή U+0000 και τελειώνει στην τιμή U+FFFF.

Οι πρώτες τιμές αντιστοιχούν στους χαρακτήρες του κώδικα ASCII και ακολουθούν οι χαρακτήρες του Ελληνικού, του Κυριλλικού, του Εβραϊκού, του Αραβικού, του Ινδικού και άλλων αλφαβήτων.

Ο κώδικας Unicode έχει και κωδικούς οι οποίοι καθορίζουν τη διεύθυνση του κειμένου, δηλαδή:

Αν το κείμενο γράφεται από αριστερά προς τα δεξιά, όπως π.χ. τα Ελληνικά ή από δεξιά προς τα αριστερά, όπως π.χ. τα Αραβικά.

Όλα αυτά καταλαμβάνουν στο πρότυπο Unicode σχεδόν 39.000 θέσεις, ενώ υπάρχουν 18.000 κενές θέσεις για μελλοντική επέκταση. Επίσης υπάρχουν δεσμευμένες πάνω από 6.000 θέσεις οι οποίες διατίθενται για ιδιωτική χρήση. Μπορεί, δηλαδή, οποιοσδήποτε να χρησιμοποιήσει τους κωδικούς αυτούς για να παραστήσει τους δικούς του χαρακτήρες και τα δικά του σύμβολα.

2.7 Μαθηματική λογική - Άλγεβρα Boole

Ο υπολογιστής, εκτός από αριθμητικές πράξεις, έχει τη δυνατότητα να εκτελεί και συγκρίσεις, δηλαδή να επεξεργάζεται λογικά δεδομένα. Τα δεδομένα αυτά μπορεί να είναι απλές ή σύνθετες λογικές προτάσεις.

2.7.1 Λογικές προτάσεις

Μια πρόταση λέγεται **λογική**, όταν μπορεί να χαρακτηριστεί αληθής ή ψευδής. Ένας τέτοιος χαρακτηρισμός μιας πρότασης λέγεται **τιμή αλήθειας** ή απλά **τιμή** της πρότασης. Για παράδειγμα:

- ◆ Ο αριθμός 4 είναι άρτιος αριθμός - αληθής πρόταση.
- ◆ Τη νύχτα λάμπει ο ήλιος - ψευδής πρόταση.
- ◆ Ο αριθμός 3 δεν είναι ζυγός αριθμός - αληθής πρόταση.

Οι πιο διαδεδομένες τεχνικές για την παράσταση των δεδομένων στον υπολογιστή είναι:

- α) για τα αριθμητικά δεδομένα
 - ◆ ο κώδικας BCD
 - ◆ η μέθοδος συμπληρώματος ως προς 2
 - ◆ η μέθοδος κινητής υποδιαστολής
- β) για τους χαρακτήρες, οι κώδικες
 - ◆ ASCII
 - ◆ EBCDIC
 - ◆ UNICODE.

Στα παραπάνω παραδείγματα οι δύο πρώτες προτάσεις χαρακτηρίζονται ως **απλές** λογικές προτάσεις, γιατί ένα τμήμα τους δεν είναι αρκετό για να οριστεί μια νέα λογική πρόταση. Η τρίτη πρόταση χαρακτηρίζεται σύνθετη, γιατί αν αφαιρεθεί ένα τμήμα της -το μόριο «δεν»- προκύπτει πάλι λογική πρόταση.

Ο αριθμός 3 είναι ζυγός αριθμός - ψευδής πρόταση

Κάθε λογική πρόταση που δεν είναι απλή χαρακτηρίζεται ως **σύνθετη**. Παραδείγματα σύνθετων λογικών προτάσεων:

- ◆ Αν ο Κώστας είναι πατέρας του Δημήτρη, τότε ο Δημήτρης είναι γιος του Κώστα.
- ◆ Το 6 διαιρείται ακριβώς από το 3 και το 6 διαιρείται ακριβώς από το 2.
- ◆ Σήμερα θα βρέξει ή δεν θα βρέξει.

Γενικά, αν μετασχηματίσουμε μια λογική πρόταση με τη χρησιμοποίηση της λέξης «δεν» ή αν συνδέσουμε προτάσεις με τη χρησιμοποίηση των λέξεων «και», «ή», «αν, τότε», δημιουργούνται νέες προτάσεις. Αυτές οι διαδικασίες σχηματισμού νέων προτάσεων λέγονται **λογικές πράξεις**.

2.7.2 Άλγεβρα Boole

Ο πρώτος που διατύπωσε τους βασικούς κανόνες με τους οποίους οι λογικές προτάσεις μπορούν να παρουσιαστούν με μαθηματικά σύμβολα, ήταν ο Άγγλος μαθηματικός **George Boole** στην εργασία του «The Mathematical Analysis of Logic - Η Μαθηματική Ανάλυση της Λογικής», το 1847.

Οι κανόνες αυτοί αποτελούν τμήμα της **Άλγεβρας Λογικής** - ή **Άλγεβρας Boole** προς τιμήν του μεγάλου αυτού μαθηματικού- και χρησιμοποιούνται για να επιλύουμε λογικά προβλήματα. Στην Άλγεβρα Boole υπάρχουν μόνο δύο είδη προτάσεων, αυτές που είναι αληθείς και αυτές που είναι ψευδείς. Δηλαδή οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στην άλγεβρα αυτή μπορούν να πάρουν μόνο δύο τιμές. Στις τιμές αυτές μπορούμε να αντιστοιχίσουμε τις δυάδες:

0	Nai (N)	Αληθής (Α)	Yes (Y)	True (T)
1	Όχι (O)	Ψευδής (Ψ)	No (N)	False (F)

Επίσης στην Άλγεβρα Boole ορίζονται και οι λογικές σταθερές. **Λογική σταθερά** ονομάζεται μια πρόταση που είναι πάντοτε αληθής ή πάντοτε ψευδής και διαφέρει από τη **λογική μεταβλητή**, η οποία είναι μια πρόταση που μπορεί να είναι άλλοτε αληθής και άλλοτε ψευδής.

Παραδείγματα:

- ◆ Μετά τον Ιούνιο ακολουθεί ο Ιούλιος. - Λογική σταθερά, αληθής, γιατί ισχύει πάντοτε.
- ◆ Η προηγούμενη από την Παρασκευή μέρα ονομάζεται Σάββατο. - Λογική σταθερά, ψευδής, γιατί δεν ισχύει.
- ◆ Ο μονοψήφιος φυσικός αριθμός x είναι μεγαλύτερος από το 6. Λογική μεταβλητή, γιατί άλλοτε είναι αληθής, όταν $x=7$ ή 8 ή 9 και άλλοτε ψευδής, όταν ο x παίρνει τις τιμές 0,1,2,3,4,5,6.

Ο Boole, μετά τις λογικές μεταβλητές και σταθερές, όρισε και τους κανόνες που καθορίζουν τις βασικές λογικές πράξεις. Για να ορίσει τις πράξεις αυτές, χρησιμοποίησε πίνακες στους οποίους περιλαμβάνονται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί των τιμών που μπορούν να πάρουν οι λογικές μεταβλητές καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτούς τους συνδυασμούς. Στα επόμενα βλέπουμε τις βασικές πράξεις της Άλγεβρας Boole.

Άρνηση - NOT

Με την εφαρμογή της άρνησης σε μια λογική πρόταση αντιστρέφεται η αλήθεια των τιμών της, δηλαδή το 1 μετατρέπεται σε 0 και το 0 σε 1. Για παράδειγμα:

A	NOT A
Σήμερα θα βρέξει	Σήμερα δεν θα βρέξει

Πίνακας αλήθειας	
A	NOT A
αληθής	ψευδής
ψευδής	αληθής

Η πράξη αυτή λέγεται και **αντιστροφή** ή **συμπλήρωμα** και συμβολίζεται με \bar{A} .

Σύζευξη - AND

Με την πράξη της σύζευξης συνθέτουμε δύο προτάσεις με τη λέξη «και», οπότε σχηματίζεται μια νέα πρόταση, η οποία είναι αληθής μόνο όταν και οι δύο αρχικές είναι αληθείς. Π.χ.

A	B	A AND B
Το 12 διαιρείται από το 6	Το 4 είναι διαιρέτης του 8	Το 12 διαιρείται από το 6 και το 4 είναι διαιρέτης του 8

Πίνακας αλήθειας		
A	B	A AND B
αληθής	αληθής	αληθής
αληθής	ψευδής	ψευδής
ψευδής	αληθής	ψευδής
ψευδής	ψευδής	ψευδής

Η πράξη αυτή λέγεται και **λογικός πολλαπλασιασμός** και συμβολίζεται με $A \bullet B$.

Διάζευξη - OR

Με την πράξη της διάζευξης συνθέτουμε δύο προτάσεις με τη λέξη «ή», οπότε σχηματίζεται μια νέα πρόταση, η οποία είναι αληθής όταν τουλάχιστον η μία από τις δύο αρχικές είναι αληθής. Π.χ.

A	B	A OR B
Το 12 διαιρείται από το 6	Το 12 διαιρείται από το 5	Το 12 διαιρείται από το 6 ή το 12 διαιρείται από το 5

Πίνακας αλήθειας		
A	B	A OR B
αληθής	αληθής	αληθής
αληθής	ψευδής	αληθής
ψευδής	αληθής	αληθής
ψευδής	ψευδής	ψευδής

Η πράξη αυτή λέγεται και **λογική πρόσθεση** και συμβολίζεται με $A + B$.

Αποκλειστική διάζευξη - XOR

Με την πράξη της αποκλειστικής διάζευξης συνθέτουμε δύο προτάσεις βάζοντας το διαζευκτικό «είτε» μπροστά σε καθεμία, οπότε σχηματίζεται μια νέα, η οποία είναι αληθής μόνο όταν η μία από τις αρχικές είναι αληθής και η άλλη ψευδής.

A	B	A XOR B
Το 12 διαιρείται από το 6	Το 12 διαιρείται από το 5	Είτε το 12 διαιρείται από το 6 είτε το 12 διαιρείται από το 5

Πίνακας αλήθειας		
A	B	A XOR B
αληθής	αληθής	ψευδής
αληθής	ψευδής	αληθής
ψευδής	αληθής	αληθής
ψευδής	ψευδής	ψευδής

Η πράξη αυτή συμβολίζεται με $A \oplus B$.

Οι πράξεις σύζευξη, διάζευξη και αποκλειστική διάζευξη, εφαρμόζονται και για περισσότερες από δύο λογικές μεταβλητές.

Οι συναρτήσεις που δέχονται ως είσοδο λογικές μεταβλητές και δίνουν ως έξοδο το αποτέλεσμα λογικών πράξεων καλούνται **λογικές συναρτήσεις**.

Παραδείγματα λογικών συναρτήσεων:

$$Z = f(A, B) = A \bullet B$$

$$Z = f(A, B) = A \bullet \bar{B} + B \bullet \bar{A}$$

2.8 Λογικές πύλες

Όπως είδαμε, στις πράξεις της Άλγεβρας Boole χρησιμοποιούνται μεταβλητές που παίρνουν δύο μόνο τιμές και δίνουν ως αποτέλεσμα πάλι δίτιμες μεταβλητές. Το 1938 ο **C. Shannon** έδειξε ότι η Άλγεβρα Boole μπορούσε να εφαρμοστεί στην απλοποίηση και στη σχεδίαση των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, όπως, για παράδειγμα στα τηλεφωνικά κυκλώματα. Αργότερα χρησιμοποιήθηκε για τη σχεδίαση των κυκλωμάτων των υπολογιστών.

Τα ηλεκτρονικά κυκλώματα που εκτελούν τις βασικές πράξεις της Άλγεβρας Boole καλούνται **λογικές πύλες**. Κάθε τέτοια πύλη δέχεται στην είσοδό της σήματα με τη μορφή υψηλής ή χαμηλής ηλεκτρικής τάσης και δίνει στην έξοδό της ένα μοναδικό λογικό αποτέλεσμα με τη μορφή υψηλής ή χαμηλής ηλεκτρικής τάσης. Συνδυάζοντας κατάλληλα λογικές πύλες δημιουργούνται πιο σύνθετα κυκλώματα που μπορούν να εκτελούν λογικές πράξεις.

Αρχικά για την υλοποίηση των λογικών πυλών χρησιμοποιήθηκαν διακριτά ηλεκτρονικά στοιχεία. Σήμερα στα ολοκληρωμένα κυκλώματα υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος επιμέρους κυκλωμάτων, τα οποία με τη σειρά τους αποτελούνται από πλήθος λογικών πυλών.

2.8.1 Λογικά κυκλώματα

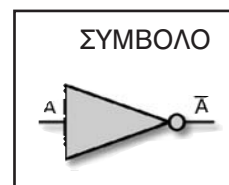
Βασικές πύλες

Οι βασικές πύλες από τις οποίες κατασκευάζονται τα λογικά κυκλώματα είναι:

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ		
A		\bar{A}
1		0
0		1

Λογική πύλη «ΟΧΙ» - NOT

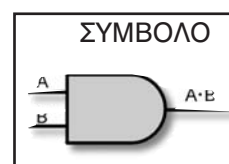
Υλοποιεί τη λογική πράξη «Άρνηση». Έχει μια είσοδο και μια έξοδο. Όταν η είσοδος είναι 1 η έξοδος είναι 0, ενώ όταν η είσοδος είναι 0 η έξοδος είναι 1, δηλαδή αντιστρέφει την αξία της εισόδου.



ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ		
A	B	$A \cdot B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Λογική πύλη «ΚΑΙ» - AND

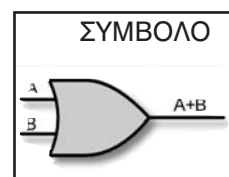
Υλοποιεί τη λογική πράξη «Σύζευξη». Έχει δύο εισόδους και μια έξοδο. Η έξοδος είναι 1, όταν όλες οι εισόδους είναι 1.



ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ		
A	B	$A + B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Λογική πύλη «Ή» - OR

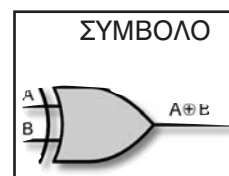
Υλοποιεί τη λογική πράξη «Διάζευξη». Έχει δύο εισόδους και μια έξοδο. Η έξοδος είναι 1, όταν τουλάχιστον μια είσοδος είναι 1.



ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ		
A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Λογική πύλη «Αποκλειστικό Ή» - XOR

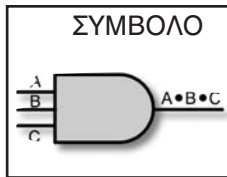
Υλοποιεί τη λογική πράξη «Αποκλειστική διάζευξη». Έχει δύο εισόδους και μια έξοδο. Η έξοδος είναι 1, όταν οι τιμές στις εισόδους είναι διαφορετικές μεταξύ τους.



Μπορούμε να δημιουργήσουμε πιο πολύπλοκες λογικές πύλες

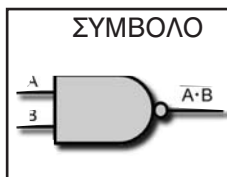
- ♦ είτε προσθέτοντας περισσότερες εισόδους
- ♦ είτε συνδυάζοντας τις απλές με την πύλη ΟΧΙ (NOT).

Παρακάτω βλέπουμε το σύμβολο και τον πίνακα αλήθειας της λογικής πύλης ΚΑΙ με τρεις εισόδους:



ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ			
A	B	C	$A \bullet B \bullet C$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

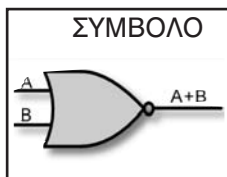
Δύο ακόμη πύλες που χρησιμοποιούνται ευρύτατα είναι:



Λογική πύλη «ΟΧΙ-ΚΑΙ» (NAND)

Αποτελείται από μια πύλη AND και μια πύλη NOT και συμβολίζεται με $\overline{A \bullet B}$. Έχει έξοδο 0, όταν όλες οι εισόδους είναι 1, ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση έχει έξοδο 1.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ		
A	B	$\overline{A \bullet B}$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1



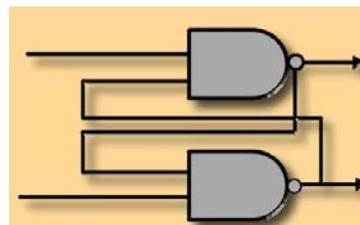
Λογική πύλη «ΟΧΙ - Ή» (NOR)

Αποτελείται από μια πύλη OR και μια πύλη NOT και συμβολίζεται με $\overline{A + B}$. Η έξοδός της είναι 1, όταν και οι δύο εισόδους είναι 0, ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση έχει έξοδο 0.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ		
A	B	$\overline{A + B}$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Όλες οι βασικές πύλες μπορούν να υλοποιηθούν με τις πύλες NOR ή NAND. Αυτό, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η χρήση των πυλών αυτών απλοποιεί τη διαδικασία κατασκευής των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, επιτρέπει στους κατασκευαστές τους να δημιουργούν κυκλώματα τα οποία συνήθως περιέχουν μόνο πύλες NOR ή μόνο NAND.

Για παράδειγμα:

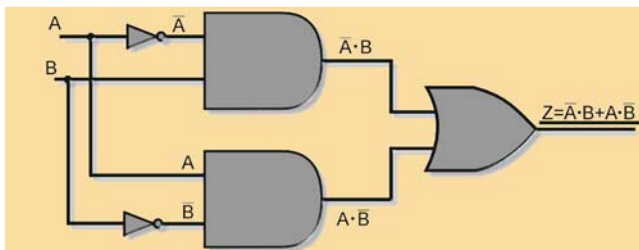


Συνδυαστικά και ακολουθιακά κυκλώματα

Τα κυκλώματα που δημιουργούνται με τη χρήση πολλών βασικών πυλών μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

Τα συνδυαστικά. Είναι εκείνα που η έξοδός τους εξαρτάται μόνο από τις τιμές εισόδου τους.

Παράδειγμα:



Τα ακολουθιακά κυκλώματα. Είναι εκείνα που η έξοδός τους είναι συνάρτηση των τιμών εισόδου αλλά και της προηγούμενης κατάστασης του κυκλώματος. Ένα τέτοιο στοιχειώδες κύκλωμα καλείται **flip-flop**. Τα flip-flop συνδεδεμένα κατάλληλα δημιουργούν χρήσιμα ακολουθιακά κυκλώματα, που μπορούν να αποθηκεύσουν προσωρινά δυαδική πληροφορία, δηλαδή αποτελούν ένα είδος μνήμης που υλοποιείται από κυκλώματα.

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται το flip-flop κατηγορίας Set / Reset. Σ' αυτό μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι κάθε πύλη NOR έχει μία είσοδο εξωτερική αλλά και μία εσωτερική, η οποία έχει την τιμή που δημιουργήθηκε από την προηγούμενη κατάσταση του flip-flop.

