



ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΕΣ ΣΠΟΥΔΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΠΑΚΕΤΩΝ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ**

ΣΟΥΦΛΕΡΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ

ΧΑΤΖΗΝΙΚΟΛΑΟΥ ΜΑΡΙΑ

ΠΑΤΡΑ ΟΚΤΩΒΡΗΣ 2008

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διπλωματική μου εργασία με τίτλο: «Διδασκαλία Μαθηματικών εννοιών με χρήση υπολογιστικών πακέτων στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση εκπονήθηκε στο πλαίσιο της αναγκαίας σύνδεσης της διδασκαλίας των μαθηματικών με την τεχνολογία και ειδικότερα με την επιστήμη της Πληροφορικής, που αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά της εποχής μας και επηρεάζει αποφασιστικά όλες τις πτυχές της ανθρώπινης ζωής.

Ο εκσυγχρονισμός του εκπαιδευτικού μας συστήματος, ώστε αυτό να ανταποκριθεί στις αυξημένες απαιτήσεις της τεχνολογικά προηγμένης εποχής μας, δεν μπορεί να επιτευχθεί χωρίς να ληφθούν υπόψη οι εξελίξεις στον τομέα της πληροφορικής. Οι ευκαιρίες που διανοίγονται για την παιδεία μας από την σωστή αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών είναι δυνατό να οδηγήσουν σε μια ριζική ανανέωση της εκπαίδευσης.

Συγκεκριμένα η χρήση Η/Υ στην εκπαίδευση απομακρύνει από τον πληκτικό παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας κατά τον οποίο δίνονται έτοιμες γνώσεις για απομνημόνευση, ενισχύει την προσωπική αναζήτηση, παρέχει πρόσβαση σε ένα τεράστιο όγκο πληροφοριών και γνώσεων, ενισχύει τη συνεργατική μάθηση, διευκολύνει την ερμηνεία και κατανόηση των γνωστικών αντικειμένων με τις προσομοιώσεις φαινομένων, τις εικονικές αναπαραστάσεις γεγονότων με αποτέλεσμα να αποβαίνει μια ευχάριστη και αποδοτική διαδικασία. Βασική, όμως, προϋπόθεση για την επίτευξη αυτών των θετικών στοιχείων αποτελεί η σωστή χρήση των νέων τεχνολογιών στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης όλων των γνωστικών αντικειμένων, όπως και των μαθηματικών.

Αυτός, ο οποίος φέρει την κύρια ευθύνη για την επιτυχημένη και εποικοδομητική διδασκαλία των μαθηματικών μέσω Η/Υ είναι ο διδάσκων, που θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από άρτια παιδαγωγική κατάρτιση και αόριστη γνώση της χρήσης Η/Υ. Ωστόσο, κανένας ηλεκτρονικός υπολογιστής δεν μπορεί να αντικαταστήσει το δάσκαλο και την αμεσότητα της σχέσης εκπαιδευτικού και μαθητή.

Οι νέες τεχνολογίες, λοιπόν, αποτελούν την ευκαιρία για μια συστηματική αναμόρφωση της εκπαίδευσης στη χώρα μας. Η υλοποίηση αυτού του στόχου θα καθοριστεί από την ωριμότητα των μαθητών και των εκπαιδευτικών, αλλά και τη διάθεση της Ελληνικής πολιτείας να αναβαθμίσει το σημερινό σχολείο, προσθέτοντας στη δυναμική του ένα ισχυρό και αποτελεσματικό όπλο για τη γνώση.

Αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω την επιβλέπουσα καθηγήτρια κ Μαρία Χατζηνικολάου και τους συμμετέχοντες στην τριμελή επιτροπή αξιολόγησης, καθηγητές κκ Κών/νο Δρόσο και Δρόσο Γκιντίδη για την πολύτιμη βοήθεια τους και τις χρήσιμες συμβουλές και παρατηρήσεις στην εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους καθηγητές Μαθηματικών Αθανάσιο Μακαρέ και Σπύρο Παναγιωτόπουλο για την ηθική συμπαράσταση και συμβολή τους στην συγγραφή της παρούσας εργασίας. Τέλος δεν πρέπει να παραλείψω τις ευχαριστίες μου στην γυναίκα μου και τα παιδιά μου Ευσταθία και Δήμητρα για την αγόγγυστη υπομονή και συμπαράσταση που έδειξαν σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου και κυρίως κατά την εκπόνηση της αυτής της εργασίας.

Τους ευχαριστώ για την υποστήριξη τους στις πολλές δύσκολες στιγμές που παρουσιάστηκαν και τους αφιερώνω αυτή την προσπάθεια.

Κώστας Σουφλέρης
Λαμία, Οκτώβρης 2008

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	1
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	3
ΜΕΡΟΣ Α	
1.ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.....	5
Εισαγωγή.....	5
1.1 ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.....	5
1.2 Μορφές διδασκαλίας των Μαθηματικών.....	11
1.3 Η τεχνολογία στην εκπαίδευση.....	17
1.4 Οι νέες τεχνολογίες στα Μαθηματικά.....	23
1.5 Επιφυλάξεις για τη χρήση Η/Υ στα Μαθηματικά.....	26
2. ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ.....	29
Εισαγωγή.....	29
2.1 Σύντομη αναδρομή στην ιστορία ανάπτυξης περιβαλλόντων με την βοήθεια των τεχνολογιών πληροφορικής.....	29
2.2 Κατηγορίες προγραμμάτων εκπαιδευτικού λογισμικού.....	30
2.3 Το εκπαιδευτικό λογισμικό στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης.....	32
2.4 Σύγχρονες παιδαγωγικές αρχές σχεδίασης.....	35
2.5 Η σημερινή κατάσταση – προτάσεις.....	36
3.ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ.....	38
3.1 Ιστορική εξέλιξη της ανάλυσης	38
3.2 Η τεχνολογία στην ανάλυση.....	40
3.3 Είδη εκπαιδευτικών λογισμικών.....	41
ΜΕΡΟΣ Β	
Εισαγωγή.....	46
Διδασκαλία σε εργαστήριο - Φύλλα εργασίας.....	49
Εφαπτομένη Συνάρτησης – Φύλλο Εργασία διδασκαλίας της εφαπτομένης.....	50
Φύλλο εργασίας διδασκαλίας Μονοτονίας – Ακρότατα – Καμπυλότητας – Σημείων Καμπής Συνάρτησης.....	60
Συμπεράσματα – Προβληματισμοί.....	65
Βιβλιογραφική Αναφορά.....	67

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εργασία αυτή έχει ως στόχο να διευκολύνει την κατανόηση μαθηματικών εννοιών που απαιτούν εμβάθυνση, διαίσθηση και αναπτυγμένη κρίση. Στοχεύει στην αντίληψη από τους μαθητές βασικών εννοιών της ανάλυσης που σχετίζονται με γεωμετρικές αναπαραστάσεις και δυναμική κινητικότητα. Σε αυτό συντελεί η αξιοποίηση των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι νέες τεχνολογίες στην εκπαίδευση και στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Στο πρώτο μέρος της συνεργασίας αυτής αναλύεται το θεωρητικό πλαίσιο διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών με τα παραδοσιακά μοντέλα και με τη βοήθεια νέων τεχνολογιών και εκπαιδευτικού λογισμικού.

Στο πρώτο κεφάλαιο καταγράφονται οι παλαιότερες και σύγχρονες θεωρίες μάθησης και οι μορφές διδασκαλίας των Μαθηματικών, όπως ισχύουν, ώστε να διαπιστωθεί η καινοτομία και αναγκαιότητα εισαγωγής νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία τους. Παρουσιάζονται οι παράγοντες που επηρεάζουν την κατανόηση των Μαθηματικών από τους μαθητές καθώς και η αποτελεσματικότητά τους.

Στη συνέχεια αιτιολογείται η αναγκαιότητα και χρηστότητα εισαγωγής των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση και ειδικότερα στα Μαθηματικά ενώ παράλληλα παρατίθενται και καταρρίπτονται οι επιφυλάξεις για την χρήση τους.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στο εκπαιδευτικό λογισμικό. Αρχικά παρουσιάζεται μια σύντομη αναδρομή στην ιστορία ανάπτυξης περιβαλλόντων με τη βοήθεια των τεχνολογιών πληροφορικής. Κατόπιν, αναφέρονται οι κατηγορίες προγραμμάτων εκπαιδευτικού λογισμικού και η χρήση τους στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης. Γίνεται επίσης λόγος για τις σύγχρονες παιδαγωγικές αρχές σχεδίασης. Παρουσιάζεται η σημερινή κατάσταση όσον αφορά τη χρήση νέων τεχνολογιών στο χώρο της εκπαίδευσης και διατυπώνονται προτάσεις για την αξιοποίησή τους.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή στην εξέλιξη της ανάλυσης. Αναφέρονται οι δυσκολίες που υπάρχουν στη διδασκαλία της ανάλυσης στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση και στις νέες δυνατότητες που προσφέρουν σ' αυτή οι νέες τεχνολογίες. Παρουσιάζονται τα είδη των εκπαιδευτικών λογισμικών που είναι κατάλληλα για την διδασκαλία κάθε ενότητας στο επίπεδο μέσης και πανεπιστημιακής εκπαίδευσης.

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας πραγματοποιείται η διδασκαλία σε εργαστήριο πληροφορικής με το εκπαιδευτικό λογισμικό Geometer's Sketchpad με δραστηριότητες και φύλλα εργασίας σχετικά με την εφαπτομένη γραφικής παράστασης συνάρτησης και τη μελέτη της συνάρτησης με την βοήθεια παραγώγων. Γίνεται ιδιαίτερη αναφορά στην κατανόηση και αντίληψη των εννοιών με γεωμετρικές αναπαραστάσεις και εξαγωγή των ορισμών, θεωρημάτων και συμπερασμάτων που αφορούν τις έννοιες αυτές.

ΜΕΡΟΣ Α

1. ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εισαγωγή

Από τα πιο πολυσυζητημένα θέματα και από τα κύρια ενδιαφέροντα της επιστήμης της ψυχολογικής είναι η έννοια της μάθησης. Η έννοια της μάθησης είναι σύνθετη και πολυσήμαντη. Ορισμένοι μελετητές υποστηρίζουν ότι η μάθηση είναι ένα άθροισμα γνώσεων που είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης ερεθίσματος – αντίδρασης ενώ για άλλους η μάθηση είναι μια διαδικασία ανάπτυξης νέων διαισθήσεων και ικανοτήτων, που είναι αποτέλεσμα αναδιαμόρφωσης μιας προηγούμενης κατάστασης. Γενικά, μια θεωρία μάθησης είναι μια ολοκληρωμένη συστηματική άποψη για τη φύση της διαδικασίας αλλαγής της συμπεριφοράς του ατόμου σαν αποτέλεσμα εμπειρίας και πράξης. Θεωρίες μάθησης έχουν διατυπωθεί από τον καιρό του Πλάτωνα και από τότε συνεχίζονται οι ερμηνείες του φαινομένου της μάθησης από φιλοσοφική, κοινωνική, βιολογική και ψυχολογική θεώρηση. Οι βασικότερες θεωρίες μάθησης που διατυπώθηκαν και άσκησαν τη σημαντικότερη επίδραση στην Παιδαγωγική των Μαθηματικών είναι οι ακόλουθες:

A. Μπιχεβιοριστική θεωρία

Η μπιχεβιοριστική θεωρία μάθησης ή μπιχεβιορισμός στηρίζεται στην άποψη ότι η μάθηση και η απόκτηση γνώσης είναι αποτέλεσμα της αλληλεξάρτησης ανάμεσα στα ερεθίσματα, που δέχεται το άτομο από το περιβάλλον του και τις αντιδράσεις του στα ερεθίσματα αυτά.

Ο άνθρωπος λειτουργεί ως παθητικός δέκτης ερεθισμάτων από το γύρω περιβάλλον του, στα οποία αντιδρά με κάποιο τρόπο. Αν αυτή η αντίδραση συσχετιστεί με μια αμοιβή και η όλη διαδικασία επαναληφθεί αρκετές φορές, τότε ο άνθρωπος έχει μάθει. Ο μπιχεβιορισμός έχει χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία των Μαθηματικών για πολλά χρόνια και εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ακόμη κυρίως λόγω των εντυπωσιακών αποτελεσμάτων που έχει στην εκμάθηση των μηχανικών πράξεων. Το βασικό της μειονέκτημα είναι ότι δεν ερμηνεύει ικανοποιητικά τη μάθηση σύνθετων μορφών. Υποστηρίζει πως κάθε σύνθετη μορφή αποτελείται από ένα σύνολο απλών καταστάσεων που η κατανόηση τους ερμηνεύει και την πιο σύνθετη συμπεριφορά. Δεν μπορούμε όμως να αναλύσουμε την ανακάλυψη ενός νέου θεωρήματος ή την επίλυση

ενός πρωτότυπου προβλήματος σε απλά βήματα. Επομένως, η μιχεβιοριστική προσέγγιση παρεμποδίζει την ανάπτυξη ανώτερης μαθηματικής σκέψης και πως η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν πρέπει να στηρίζεται μόνο σε αυτή τη θεωρία μάθησης (Pavlov- κλασική εξαρτημένη μάθηση, Thorndike- αρχή της δοκιμής και της πλάνης και το νόμο της άσκηση και του αποτελέσματος).

B. Θεωρία του ολομορφικού πεδίου

Στις αρχές του 20^{ου} αιώνα διατυπώθηκε η δεύτερη μεγάλη οικογένεια θεωριών μάθησης από 4 Γερμανούς ψυχολόγους: K. Lewin, W. Kohler, K. Koffka και M. Wercheimer, σύμφωνα με την οποία η μάθηση επικεντρώνεται στη μελέτη του συνόλου και όχι στα μέρη, τα οποία το αποτελούν.

Βασική παραδοχή της θεωρίας του ολομορφικού πεδίου είναι ότι ο άνθρωπος βρίσκεται σε αμοιβαία αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του. Για να επιτευχθεί η μάθηση πρέπει να αναπτυχθούν μέσα στον ζωτικό χώρο του ατόμου, δηλαδή στην ολότητα της συμπεριφοράς του σε δεδομένη στιγμή, πολλές δυνάμεις οι οποίες αποτελούν έναν τελικό σκοπό. Άρα στη θεωρία του ολομορφικού πεδίου σημαντικό ρόλο για τη μάθηση παίζουν οι δυνάμεις, τα κίνητρα και ο τελικός σκοπός. Η μάθηση ορίζεται σαν διαδικασία οργάνωσης των στοιχείων μιας κατάστασης. Δεν μπορεί κάτι να γίνει κατανοητό με τη μελέτη των μερών του αλλά με την μελέτη της ολότητας του (M. Köhler, K. Koffka). Η κεντρική ιδέα, δηλαδή, είναι ότι ενώ με τη συνειρμικότητα και το συμπεριφορισμό ενδιαφέρεται κανείς για ορισμένα στοιχεία της κατάστασης και τη σχέση τους, στη μορφολογική θεωρία εκείνο που ενδιαφέρει δεν είναι πια τα στοιχεία αυτά καθαυτά αλλά η σύσταση μιας σχέσης μεταξύ τους. Για αυτό μιλάει κανείς για **δόμηση** της κατάστασης. Έχει σημασία το σχήμα του υλικού προς μάθηση και οι παράγοντες, που εξηγούν την απομνημόνευση του, εξαρτώνται σημαντικά από αυτό το σχήμα.

Γ. Θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών

Η θεωρία αυτή στηρίζεται στην αντίληψη ότι το ανθρώπινο μυαλό συνεχώς προσλαμβάνει πληροφορίες από το εσωτερικό ή εξωτερικό περιβάλλον, τις επεξεργάζεται και τις αποθηκεύει ανάλογα σε μνήμες διαφορετικής χωρητικότητας. Ο εγκέφαλος λειτουργεί δηλαδή όπως ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής στον οποίο εισάγονται στοιχεία πληροφοριών, γίνεται η επεξεργασία τους και προκύπτουν τα

αποτελέσματα που δείχνουν ότι η μάθηση πραγματοποιήθηκε. Η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών δίνει μεγάλη έμφαση στη μνήμη, η οποία διακρίνεται σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη. Στη βραχυπρόθεσμη μνήμη κωδικοποιούνται, εναποθηκεύονται προσωρινά και διατηρούνται για μερικά μόνο δευτερόλεπτα. Με την επανάληψη οι πληροφορίες διατηρούνται περισσότερο χρόνο, συστηματοποιούνται, δομούνται με κατάλληλο τρόπο και εναποθηκεύονται μόνιμα στη μακροπρόθεσμη μνήμη. Η βραχυπρόθεσμη μνήμη έχει τη δυνατότητα να συγκρατεί περιορισμένο μόνο αριθμό πληροφοριών σε μια δεδομένη στιγμή. Εάν η νέα πληροφορία είναι πλήρης γίνεται αποδεκτή στη θέση της παλιάς, η οποία χάνεται. Μέσω της επανάληψης, όμως, είναι δυνατό να διατηρηθεί η παλιά πληροφορία στη βραχυπρόθεσμη μνήμη για περισσότερο καιρό. Δυστυχώς, η επανάληψη δεν μπορεί να αυξήσει τη χωρητικότητα της βραχυπρόθεσμης μνήμης. Στο σημείο αυτό παρεμβαίνει αποτελεσματικά η έννοια του αυτοματισμού που σημαίνει την εκτέλεση μιας διαδικασίας, χωρίς να χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή. Έτσι, δεν απαιτείται μνήμη για την εκτέλεση, με αποτέλεσμα να δημιουργείται περισσότερος χώρος για νέες πληροφορίες. Οι έννοιες της επανάληψης και του αυτοματισμού έχουν πολύ μεγάλη σημασία για τη μάθηση των Μαθηματικών. Υπάρχει, όμως, ο κίνδυνος της καθαρά μηχανικής μάθησης. Γενικά, ο σωστός τρόπος ταξινόμησης των πληροφοριών στη μνήμη συμβάλλει άμεσα στην επιτυχία των μαθητών στα Μαθηματικά (Bloom-Παιδαγωγική των στόχων, Mialuret, Vial, Legrand-Παιδαγωγική σχεδιασμού).

Δ. Θεωρία των ιεραρχιών μάθησης

Σ' όλες τις προηγούμενες θεωρίες δεν υπάρχει καμία εξήγηση γιατί η μάθηση απλών εννοιών αρχικά, διευκολύνει την κατανόηση δύσκολων. Ο πρώτος, που προσπάθησε να δώσει εξήγηση με αυστηρό τρόπο, ήταν ο Robert Gagné (1970), που ανέπτυξε μια νέα θεωρία μάθησης, η οποία βασίζεται στην ιδέα ότι οι απλούστερες μαθηματικές δραστηριότητες αποτελούν τα δομικά υλικά για τις πιο πολύπλοκες, οι οποίες – με τη σειρά τους – μπορούν να αναλυθούν στα πιο απλά συστατικά τους.

Ο Gagné αναγνώρισε το γεγονός ότι η εκμάθηση μιας έννοιας, ενός κανόνα ή η επίλυση ενός προβλήματος προϋποθέτουν την ύπαρξη κάποιων νοητικών δεξιοτήτων και κάποιων βασικών γνώσεων. Αυτό δείχνει πως ο μηχανισμός της μάθησης είναι επισωρευτικός δηλαδή η εκμάθηση μιας νέας γνώσης βασίζεται στην προηγούμενη.

Η θεωρία μάθησης του Gagné μπορεί να βοηθήσει τους καθηγητές να εντοπίσουν τα πιθανά σημεία δυσκολίας των Μαθηματικών, να οργανώσουν τη διδασκαλία τους και, προσαρμόζοντάς την στις ιδιαιτερότητες του κάθε μαθητή, να τον οδηγήσουν στην κατανόηση ακόμα και των πιο δύσκολων μαθηματικών εννοιών.

E. Αναπτυξιακή θεωρία

Μέχρι τις αρχές του 20^{ου} αι. επικρατούσε η άποψη ότι τα παιδιά, ανεξαρτήτως ηλικίας, μπορούν να σκέφτονται όπως οι μεγάλοι. Έτσι, η διδασκαλία των Μαθηματικών στα σχολεία, τόσο στους μικρότερους, όσο και στους μεγαλύτερους μαθητές, ήταν παρόμοια. Αυτό άλλαξε με την θεωρία του Ελβετού γενετικού επιστημολόγου Jean Piaget με το έργο του για τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης. Σύμφωνα με τη θεωρία του, η νοητική ανάπτυξη του ανθρώπου εξελίσσεται σε τέσσερα στάδια, των οποίων η σειρά διαδοχής παραμένει αμετάβλητη. Τα στάδια είναι τα εξής:

- ***Αισθησιοκινητικό στάδιο (0 – 2 χρόνια)***

Στο στάδιο αυτό, το παιδί αντιλαμβάνεται το περιβάλλον του μέσω των αισθήσεων του (κυρίως όραση, ακοή και αφή).

- ***Προσυλλογιστικό στάδιο (2 – 7 χρόνια)***

Στο στάδιο αυτό το παιδί αρχίζει να διαμορφώνει τη γλώσσα επικοινωνίας και να μαθαίνει κάποιες στοιχειώδεις έννοιες.

- ***Στάδιο των συγκεκριμένων συλλογισμών (7 – 12 χρόνια)***

Στην ηλικία αυτή, το παιδί διαμορφώνει πιο συστηματική και πιο λογική σκέψη. Έτσι, αρχίζει να αντιλαμβάνεται σχέσεις μεταξύ πραγμάτων ή προσώπων, εκτελεί αντιστρέψιμες πράξεις, αποδέχεται την αντιστροφή κάποιων ενεργειών και συνεργάζεται με άλλα άτομα. Δεν έχει, όμως, ακόμη την ικανότητα να κατανοήσει πιο πολύπλοκες έννοιες, οι οποίες συνδέονται με την αφαιρετική σκέψη.

- ***Στάδιο των αφηρημένων συλλογισμών (12 χρόνια και πέρα)***

Το κυρίαρχο χαρακτηριστικό αυτής της περιόδου είναι η ανάπτυξη της αφαιρετικής σκέψης, της σκέψης δηλαδή που δε στηρίζεται σε άμεσες εποπτείες. Ο έφηβος δε χρειάζεται πια συγκεκριμένα παραδείγματα, για να κατανοήσει μια έννοια, αλλά μπορεί να βασίζεται σε υποθέσεις, τόσο πραγματικές, όσο και φανταστικές.

Ο Piaget έβλεπε τη γνώση σαν μια διαδικασία προσαρμογής του ατόμου προς το περιβάλλον του. Ο άνθρωπος και το περιβάλλον του αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η νόηση είναι η ισορροπία αυτής της αλληλεπίδρασης. Για να φτάσει, όμως, κάποιος στη

νόηση, είναι απαραίτητο να υπάρχει αφομοίωση. Το άτομο θα πρέπει δηλαδή να μεταβάλλει μια καινούργια εμπειρία με κατάλληλο τρόπο ώστε να μπορέσει να την απορροφήσει. Η μεταβολή αυτή της εμπειρίας γίνεται από μία ανθρώπινη λειτουργία, τη συμμόρφωση. Χωρίς τη συμμόρφωση και την αφομοίωση δεν υπάρχει προσαρμογή.

Στ. Θεωρία της ανακάλυψης

Μετά την αναπτυξιακή θεωρία του Piaget, ο Jerome Bruner έδωσε έμφαση στη σημασία της ανακάλυψης και της διαίσθησης. Ο Bruner πίστευε πως ο βασικός ρόλος του καθηγητή είναι να βοηθάει τους μαθητές του να ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση. Οι τρόποι ανακάλυψης ποικίλουν, όπως η μαιευτική μέθοδος του Σωκράτη, η εξερεύνηση προβληματικών καταστάσεων που σχετίζονται άμεσα με το μαθητή, η κατασκευή ειδικών προβλημάτων από τα οποία το παιδί μπορεί να κατανοήσει κάποιες έννοιες και να βγάλει κανόνες κ.ά. Η σημασία της ανακάλυψης δεν εντοπίζεται τόσο στο αποτέλεσμα της, όσο στη διαδικασία εξερεύνησης. Ο Bruner επέμενε πολύ στο ρόλο της ενεργητικότητας του ατόμου και πίστευε πως η μάθηση δεν μεταδίδεται αλλά κατασκευάζεται και κατακτάται από το μαθητή. Η μάθηση απαιτεί εξερεύνηση, πειραματισμό, ανακατασκευή της γνώσης, ανακάλυψη. Ο Bruner τόνιζε στη θεωρία του και τη σημασία της διαίσθησης για την κατανόηση των Μαθηματικών, πίστευε πως είναι πολύ σημαντική για τη μάθηση και πως η καλλιέργειά της θα πρέπει να είναι ένας από τους βασικούς στόχους της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Οποιοδήποτε θέμα μπορεί να γίνει κατανοητό από τους μαθητές αν ο καθηγητής λάβει υπόψη του το στάδιο νοητικής ανάπτυξης του παιδιού και προσαρμόσει κατάλληλα το θέμα στο επίπεδο του μαθητή. Η δυσκολία βρίσκεται στο να βρεθεί η σωστή προσέγγιση και ο ανάλογος τρόπος για την παρουσίαση του.

Z. Κονστρουκτιβισμός

Η βασική παραδοχή του κονστρουκτιβισμού είναι ότι ο άνθρωπος κατασκευάζει τη γνώση και δεν τη δέχεται παθητικά. Η κινητήρια δύναμη για την κατασκευή της νέας

γνώσης είναι πάντα μια προβληματική κατάσταση την οποία δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν οι υπάρχουσες γνώσεις του ατόμου. Αυτό οδηγεί τον άνθρωπο σε ενεργοποίηση των υπάρχουσών γνωστικών δομών, σε τροποποίησή τους και σε κατασκευή νέων γνώσεων ώστε να ερμηνευθεί και επιλυθεί το πρόβλημα. Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού επικεντρώνεται σε τρεις βασικές ιδέες: α) οι μαθητές επινοούν προσωπικές μεθόδους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, β) η μάθηση των Μαθηματικών συντελείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων και γ) ο ρόλος της κοινωνικής ομάδας για τη μάθηση είναι καθοριστικός.

Ο κονστρουκτιβισμός αποτελεί την πιο αποδεκτή θεωρία για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Προσεγγίζει τη διδασκαλία περιγράφοντας τους σκοπούς και τις επιδιώξεις της. Βασική επιδίωξη είναι η παροχή ευκαιριών, η ενθάρρυνση του μαθητή να κατασκευάζει μόνος του τις μαθηματικές γνώσεις, μέσα από την εξερεύνηση, τον πειραματισμό, το σχηματισμό υποθέσεων, τη γενίκευση, την αιτιολόγηση κλπ (Piaget, Γνωστική Ψυχολογία-Ε. Bishop, 1967, Von Glaserferd, 1975).

Συγκεφαλαιωτικά, ο Κονστρουκτιβισμός (οικοδομισμός) προσδιορίζεται από τις επόμενες αρχές:

1. Η γνώση είναι μια διαδικασία προσαρμογής του υποκειμένου στο φυσικό και κοινωνικό περιβάλλον κι όχι η ανακάλυψη ενός προϋπάρχοντος κόσμου ανεξάρτητα από τον γνώστη.
2. Η γνώση κατασκευάζεται ενεργητικά από το άτομο και δεν συλλαμβάνεται 'παθητικά' από το περιβάλλον.
3. Η γνώση χρησιμεύει για την οργάνωση του κόσμου μας και όχι της 'αντικειμενικής' πραγματικότητας.

Σύμφωνα με τον Nodding ο κονστρουκτιβισμός (οικοδομισμός) είναι μια μετα-θεωρία, γιατί «δεν εξετάζει μόνο την γνώση αλλά και τους μηχανισμούς δημιουργίας της γνώσης»

1.2 Μορφές διδασκαλίας των Μαθηματικών

Με τον όρο μορφές διδασκαλίας εννοούνται οι τρόποι με τους οποίους πραγματοποιείται μαθησιακή διαδικασία σε μικρά ή μεγάλα χρονικά διαστήματα σε

σχέση με τις δραστηριότητες και τη συμπεριφορά του δασκάλου και των μαθητών και χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες: τη δασκαλοκεντρική και τη μαθητοκεντρική.

Τα δασκαλοκεντρικά μοντέλα έχουν ως επίκεντρο το δάσκαλο, ο οποίος φέρει την όλη ευθύνη της μάθησης. Τα μαθητοκεντρικά μοντέλα έχουν ως επίκεντρο τον ίδιο τον μαθητή, ο οποίος με τη βοήθεια του καθηγητή του κατασκευάζει μόνος του τη γνώση και συμμετέχει ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία.

A. Αφηγηματική προσέγγιση

Βασικό χαρακτηριστικό αποτελεί η διήγηση και η παρουσίαση ενός θέματος από τον ομιλητή με τη μορφή του μονολόγου. Έτσι, είναι κύρια δασκαλοκεντρικό μοντέλο αφού ο καθηγητής κατέχει τον κύριο ρόλο και οι μαθητές είναι παθητικοί θεατές. Σχηματικά, λοιπόν, υπάρχει ο πομπός (καθηγητής) και ο δέκτης (μαθητής). Η μορφή αυτή κυριαρχούσε σε παλαιότερες εποχές, αλλά αποδείχθηκε αναποτελεσματική αφού ο καθηγητής δίδασκε την κάθε ενότητα με τον ίδιο ρυθμό για όλους κι έτσι οι αδύνατοι μαθητές δεν μπορούσαν να παρακολουθήσουν ή ακόμη τα παιδιά αποκτούσαν γνώσεις, τις οποίες δεν ήξεραν πού και πώς να τις εφαρμόσουν. Συμπερασματικά, αυτή η μορφή διδασκαλίας των Μαθηματικών αντιτίθεται στις σύγχρονες θεωρίες μάθησης και η κύρια αιτία είναι ο περιορισμός της αυτενέργειας του μαθητή.

B. Ανακαλυπτική προσέγγιση

Είναι αντίθετη με την αφηγηματική προσέγγιση και είναι καθαρά μαθητοκεντρική. Ο μαθητής αυτενεργεί και ο ρόλος του καθηγητή είναι καθοδηγητικός. Η γνώση κατακτάται μέσα από την εξερεύνηση και τον πειραματισμό.

Στην ανακαλυπτική προσέγγιση μπορούν να εντοπιστούν πέντε βήματα:

1. Καθορισμός προβλήματος
2. Συγκέντρωση δεδομένων στοιχείων και ανάλυσή τους
3. Σχηματισμός υπόθεσης
4. Έλεγχος ισχύος της υπόθεσης
5. Τελικό συμπέρασμα

Οι δύο αυτές προσεγγίσεις, η αφηγηματική και η ανακαλυπτική είναι δύο αντίθετες μορφές διδασκαλίας. Ωστόσο, ενδιάμεσα υπάρχουν κι άλλες μορφές διδασκαλίας, οι οποίες καθορίζονται από το ρόλο του καθηγητή και των μαθητών. Τα δύο άκρα, γενικά,

δεν έχουν τη δυνατότητα να προσφέρουν πολλά στη διδασκαλία και στη μάθηση των Μαθηματικών. Ούτε ο μονόλογος αλλά ούτε και η ελεύθερη ανακάλυψη οδηγούν το μαθητή στην απόκτηση γνώσης. Κάποια ενδιάμεση μορφή καθοδηγούμενης ανακάλυψης θα ήταν ίσως η καλύτερη διδακτική προσέγγιση.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω στοιχεία ο καθηγητής μπορεί να ακολουθήσει κάποια από τις επόμενες μορφές καθοδηγούμενης ανακάλυψης:

α. *Δειγματική μορφή*: Σ' αυτή τη μορφή ο καθηγητής επιδεικνύει μια διαδικασία, που είναι υπόδειγμα κάποιας δεξιότητας ή πρότυπο ενός φαινομένου και ο μαθητής προσπαθεί ν' αναπτύξει την ανάλογη ικανότητα πραγματοποίησης αυτής της διαδικασίας. Απαραίτητη είναι η χρήση εποπτικών μέσων, εργαστηρίων, γεωμετρικών οργάνων κλπ.

β. *Διδασκαλία με φύλλα εργασίας*: Δίνονται στους μαθητές γραπτές οδηγίες, που στόχο έχουν να κατευθύνουν τις ενέργειες και τις εργασίες τους. Άρα, η συμμετοχή των παιδιών είναι ενεργητική.

γ. *Εργαστηριακές προσεγγίσεις*: Αυτή η μορφή διδασκαλίας συντελεί στην ανάπτυξη της αυτενέργειας και της δημιουργικότητας του μαθητή. Συνίσταται και εφαρμόζεται κυρίως στις μικρότερες τάξεις, όπου τα παιδιά χρειάζονται συγκεκριμένες πράξεις και δραστηριότητες για να μάθουν. Βασική προϋπόθεση για την επιτυχία της εφαρμογής της αποτελεί η σωστή οργάνωση του μαθήματος από τον καθηγητή.

δ. *Συνεργατική μάθηση*: Οι μαθητές χωρίζονται από τον καθηγητή σε ομάδες 4 – 5 ατόμων, που στόχο έχουν να διερευνήσουν κάποιο θέμα ή να επιλύσουν κάποιο πρόβλημα. Έτσι, καλλιεργείται η κριτική σκέψη των μαθητών και μαθαίνουν να συνεργάζονται και να επικοινωνούν.

ε. *Διδασκαλία με ερωτήσεις*: Οι κατάλληλες ερωτήσεις μπορούν να προωθήσουν αποτελεσματικά τη μάθηση και να βοηθήσουν τα παιδιά να αποκτήσουν πολύ πιο εύκολα τις νέες γνώσεις.

Συμπερασματικά, ο καθηγητής μπορεί να συνδυάσει τις παραπάνω μορφές με γνώμονα πάντα την πρωτοβουλία, τη συμμετοχή και την αυτενέργεια του μαθητή.

Μια πετυχημένη διδασκαλία των Μαθηματικών θα πρέπει να έχει τα παρακάτω γνωρίσματα:

I. Παρουσίαση από τον καθηγητή: Ο καθηγητής παρουσιάζει την κάθε ενότητα και το κάθε θέμα κι αυτό είναι σημαντικό γιατί η ζωντανή παρουσίαση εντυπώνει τις νέες

γνώσεις στο μυαλό του παιδιού αποτελεσματικότερα από τα βιβλία και τα συγγράμματα.

II. Συζήτηση καθηγητή και μαθητών: Ο διάλογος, η αντιπαράθεση, η συνεργασία και η ελευθερία έκφρασης των μαθητών οδηγούν στην κατάκτηση της γνώσης.

III. Πρακτική άσκηση: Η εφαρμογή της θεωρίας στην επίλυση προβλημάτων οδηγεί στην κατανόηση του νέου αντικειμένου και στη διατήρηση στη μνήμη για περισσότερο χρόνο.

IV. Επίλυση προβλημάτων που προσομοιάζουν σε πραγματικές προβληματικές καταστάσεις: Η διδασκαλία των Μαθηματικών θα πρέπει να παρουσιάζει προβλήματα μέσα από τη ζωή, ώστε να δίνει κίνητρο στους μαθητές να ασχοληθούν μ' αυτά και να μπορέσουν αργότερα να ανταπεξέλθουν σε αρκετές δυσκολίες.

V. Εξερευνητική εργασία: Τα Μαθηματικά έχουν κατασκευαστεί και έτσι το βασικό χαρακτηριστικό τους είναι η εξερεύνηση. Επομένως, η εξερεύνηση αποτελεί το κύριο χαρακτηριστικό της διδασκαλίας. Η ερευνητική εργασία προσφέρει στο μαθητή την ευκαιρία να πάρει πρωτοβουλία και να αυτενεργήσει.

VI. Παρακίνηση των μαθητών: Κύριος στόχος του καθηγητή είναι να κινητοποιήσει το ενδιαφέρον των μαθητών του. Βασική προϋπόθεση αποτελεί η αγάπη και ο ενθουσιασμός του ίδιου για τα Μαθηματικά και τη διδασκαλία τους. Ακόμη, μπορεί να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών του παρουσιάζοντας καταστάσεις, οι οποίες έχουν άμεση σχέση με τις εμπειρίες και γενικά το περιβάλλον τους. Έτσι, οι μαθητές θα συμμετέχουν στη μαθησιακή διαδικασία με δική τους πρωτοβουλία.

Οι σύγχρονες αντιλήψεις, σχετικά με τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, θεωρούν ότι τα Μαθηματικά δεν αποτελούν μόνο ένα σύστημα γνώσεων, αλλά και μια διαδικασία οργάνωσης και τεκμηρίωσης αυτών των γνώσεων. Από τα μέσα ακόμη της δεκαετίας του '80, σε διεθνές επίπεδο, παρατηρούμε σημαντικές μεταβολές στη Μαθηματική εκπαίδευση. Μεταβολές οι οποίες εκτείνονται σε όλες τις συνιστώσες της, όπως: σκοποί, στόχοι, περιεχόμενο, δεξιότητες που πρέπει να αναπτύξουν οι μαθητές, διάρθρωση του Προγράμματος Σπουδών και των διδακτικών βιβλίων, διδακτικές μέθοδοι και τεχνικές, μέθοδοι αξιολόγησης κλπ. Οι λόγοι που προκαλούν τις αλλαγές αυτές οφείλονται: στην εξέλιξη των σύγχρονων κοινωνιών, στην ανάπτυξη των επιστημών, στον συνεχώς διευρυνόμενο ρόλο των νέων τεχνολογιών και στα συμπεράσματα των τελευταίων ερευνών της Διδακτικής των Μαθηματικών. Θα πρέπει να ιδωθεί με διαφορετικό τρόπο ο ρόλος και η θέση του καθηγητή των Μαθηματικών

στην τάξη, να δοθεί ευρύτερο περιεχόμενο στους όρους «διδασκαλίας» και «μάθησης» των Μαθηματικών.

Σύμφωνα με τις σύγχρονες αντιλήψεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών, ο μαθητής πρέπει να συμμετέχει ενεργά στην ανακάλυψη, οικοδόμηση και ανάπτυξη της γνώσης (Piaget, Bruner, Gagne). Έτσι, η διδασκαλία των Μαθηματικών θα πρέπει να βοηθά τους μαθητές να ανακαλύπτουν οι ίδιοι τη γνώση, όπου αυτό είναι εφικτό, μέσα από μια ενιαία και συνεχή δημιουργική διαδικασία, προτρέποντας τους να αναπτύσσουν πρωτοβουλίες και να προσδιορίζουν και να αξιοποιούν πηγές πληροφόρησης σχετικές με τα θέματα που μελετούν. Έτσι, αυτό προϋποθέτει την επιλογή και τη χρήση μεθόδων που θα προωθούν, θα ενισχύουν και θα ενθαρρύνουν:

- την ενεργοποίηση του μαθητή,
- τη δημιουργική δράση και τον πειραματισμό,
- την εμπλοκή του σε διαδικασίες μέσα από τις οποίες θα κατακτά ο ίδιος τη γνώση,
- τη συνεργατική και αναληπτική μάθηση,
- την απόκτηση της ικανότητας για συζήτηση,
- τον προβληματισμό και την καλλιέργεια κριτικής σκέψης,
- την καλλιέργεια ελεύθερης σκέψης και έκφρασης και γενικά
- τη μάθηση του «πώς μαθαίνουμε».

Η επιλογή των δραστηριοτήτων θα πρέπει να βασίζεται στους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και θα επιτρέπει τη συμμετοχή του συνόλου των μαθητών της τάξης.

Γι' αυτό θα πρέπει να συνδυάζεται η θεωρία με την πράξη και να στοχεύει στην απόκτηση κριτικής ικανότητας και δεξιοτήτων μεθοδολογικού χαρακτήρα.

Η επεξεργασία, επίσης, των εννοιών θα πρέπει να στηρίζεται στις προηγούμενες γνώσεις και εμπειρίες ώστε ο μαθητής να εντάσσει σταδιακά τη νέα γνώση στις ήδη υπάρχουσες. Επιπλέον, οι γενικεύσεις θα πρέπει να υποστηρίζονται από παραδείγματα, τα οποία θα αντλούν ιδέες από: το περιβάλλον, την καθημερινή ζωή και τις προσωπικές εμπειρίες των μαθητών.

Κύριο στοιχείο της διδασκαλίας αποτελεί η αξιοποίηση της εμπειρικής γνώσης και να αναδεικνύεται η αναγκαιότητα της εισαγωγής νέων εννοιών. Αυτό επιτυγχάνεται με τις κατάλληλες δραστηριότητες και προβλήματα.

Γι' αυτό η κάθε δραστηριότητα που επιλέγεται πρέπει να είναι κατανοητή απ' όλους τους μαθητές, να προσφέρει τη δυνατότητα για έρευνα και αυτενέργεια, να ενθαρρύνει τη συνεργατικότητα και την ομαδική εργασία, το πρόβλημα από το οποίο προκύπτει θα πρέπει να είναι πλούσιο σε εμπλεκόμενες έννοιες, να είναι αρκετά σημαντικό, αλλά όχι δύσκολο, για να μπορεί να αντιμετωπιστεί από τους περισσότερους μαθητές. Όλα αυτά θα πρέπει να κινούνται στα πλαίσια της διαδικασίας μάθησης μέσω διερεύνησης και ανακάλυψης, ώστε ο μαθητής να παρατηρεί, να συγκρίνει, να πραγματοποιεί μετρήσεις, να ταξινομεί, να γενικεύει και να ελέγχει τις υποθέσεις του. Θα πρέπει η διδασκαλία των Μαθηματικών να συνδυάζει το σχεδιασμό κατάλληλων και πλούσιων δραστηριοτήτων και τον προγραμματισμό μιας επιθυμητής τελικής συμπεριφοράς και να στοχεύει στη μάθηση της νέας γνώσης από το μαθητή με ενεργητική συμμετοχή του, χτίζοντας τα καινούργια στην προηγούμενη γνώση.

Συμπερασματικά, σύμφωνα με τις σύγχρονες αντιλήψεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών, που στοχεύουν στη μετάβαση από το παραδοσιακό δασκαλοκεντρικό μοντέλο στο πιο σύγχρονο μαθητοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας η διδακτική προσέγγιση πρέπει:

- Να αξιοποιεί τις αρχές του κονστрукτιβισμού (ομάδες εργασίας) επειδή οι μαθητές δεν είναι παθητικοί δέκτες πληροφοριών αλλά η γνώση αποκτιέται ενεργητικά μέσα από τις εμπειρίες τους.
- Να περιορίζει την υπερανάλυση στις προσεγγίσεις της μαθηματικής γνώσης, που καταστρέφει την αναλυτική σκέψη, που αποτελεί βασική προϋπόθεση της αντιληπτικής ικανότητας.
- Να συνδέει τη γνώση με την πραγματικότητα.
- Να δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στην ανάπτυξη ικανότητας νοερών υπολογισμών συμβάλλοντας στη βελτίωση της λειτουργίας της βραχυπρόθεσμης μνήμης και στην ανάπτυξη ικανότητας γενικεύσεων, που αποτελούν στοιχεία υγιούς και ισχυρής μαθηματικής σκέψης.
- Να προτάσσει τη λύση προβλήματος, που θεωρείται από τη σύγχρονη ψυχολογία και διδακτική μεθοδολογία η βάση της μαθηματικής και κριτικής σκέψης. Τα προβλήματα αντλούνται από τη ζωή των μαθητών (παραστάσεις και εμπειρίες) και έτσι να συνδέονται τα μαθηματικά με την καθημερινή ζωή.
- Να αξιοποιεί τη σύγχρονη τεχνολογία (H/Y, CD-ROMs κ.ά.) για την οικοδόμηση της γνώσης και την επίλυση προβλημάτων.

- Ο μαθητής να ωθείται στον προβληματισμό και στη συμμετοχή, αναπτύσσοντας ικανότητες δημιουργίας αλυσιδωτών ορθολογικών συλλογισμών.

Ο μαθητής μαθαίνει να οργανώνει, να σταθεροποιεί, να διατυπώνει τη μαθηματική του σκέψη μέσω επικοινωνίας, να χρησιμοποιεί τη γλώσσα των μαθηματικών με σαφήνεια και καθαρότητα, να τροποποιεί ή και να απορρίπτει τα συμπεράσματά του, να αναλύει και να αξιολογεί τη μαθηματική σκέψη, να αναγνωρίζει τον συλλογισμό και την απόδειξη ως θεμελιώδεις προσδοκίες των μαθηματικών, να αναπτύσσει και να εκτιμά μαθηματικά επιχειρήματα και αποδείξεις και να επιλέγει και να χρησιμοποιεί ποικίλους τύπους συλλογισμών και αποδεικτικών μεθόδων.

1.3 Η τεχνολογία στην εκπαίδευση

Η δύναμη της τεχνολογίας η οποία διαμορφώνει όλα σχεδόν τα γνωστικά αντικείμενα επηρεάζει σε βάθος τη διδασκαλία και τη μάθησή τους

Noss & Hoyles 1996

Η εξέλιξη της εκπαιδευτικής τεχνολογίας τα τελευταία 50 χρόνια κι ιδιαίτερα η ανακάλυψη των Η/Υ, η ανάπτυξη του διαδικτύου και του παγκόσμιου ιστού

διαμορφώνουν μια νέα δυναμική, η αξιοποίηση της οποίας αποτελεί πρόκληση για όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης. Οι παραδοσιακές εκπαιδευτικές μέθοδοι και τεχνικές όπως η διάλεξη, η παρουσίαση, οι ερωτήσεις – απαντήσεις, οι ομαδικές εργασίες αναδιαμορφώνονται και επαναπροσδιορίζονται με βάση τις νέες δυνατότητες ενώ παράλληλα δημιουργούνται ευκαιρίες για τη δημιουργία νέας αντίληψης για τη μαθησιακή διαδικασία και τις μεθόδους υποστήριξής της.

Στο ελληνικό σχολείο όπως και στις περισσότερες χώρες κυριαρχεί το δασκαλοκεντρικό μοντέλο εκπαίδευσης που στηρίζεται στη μετάδοση γνώσεων και πληροφοριών από ένα δάσκαλο – πομπό στους μαθητές – δέκτες. Το γνωστικό αντικείμενο είναι αυστηρά καθορισμένο σε συγκεκριμένο χώρο, χρόνο και η ομοιογένεια στον τρόπο που κάθε μαθητής προσεγγίζει και επεξεργάζεται την πληροφορία αποτελεί επιδιωκόμενο στόχο. Οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν ως βασικό εργαλείο για τη δουλειά τους το μοναδικό σχολικό εγχειρίδιο και το περιβάλλον επικοινωνίας με τους μαθητές τους είναι κυρίως του κιωλο-πίνακα. Η μάθηση θεωρείται ότι συντελείται αν ο μαθητής είναι σε θέση να αναπαράγει τις γνώσεις που του μεταδόθηκαν.

Από την άλλη πλευρά, τόσο οι γονείς όσο και η κοινωνία έχουν εδραιωμένη αντίληψη περί αποτελεσματικότητας του σχολείου στο βαθμό και την επιτυχία στις γενικές εξετάσεις που πιστεύουν ότι εξασφαλίζει και τη σταδιοδρομία. Αυτές οι αντιλήψεις δημιουργούν ανάλογη νοοτροπία και στο εκπαιδευτικό σύστημα.

Η γνώμη που έχουν οι περισσότεροι μαθητές για το σχολείο είναι πως είναι ιδιαίτερα βαρετό και πως τα περισσότερα μαθήματα είναι ανιαρά. Συχνά, δηλώνουν ότι δεν τους αρέσει κανένα μάθημα.

Τα τελευταία χρόνια βιώνουμε τη μετάβαση στη σύγχρονη κοινωνία και την οικονομία της γνώσης σε συνέχεια της μετάβασης από τη βιομηχανική κοινωνία και την οικονομία της γνώσης.

Η γνώση δεν είναι πλέον συγκεντρωμένη μόνο στο χώρο, σε μία πηγή, σ' ένα πανεπιστήμιο, σ' ένα σχολείο, σε μια βιβλιοθήκη, σ' ένα δάσκαλο, σ' ένα βιβλίο. Έχουμε μετάβαση από τη σταθερή μορφή γνώσης στις διασυνδεδεμένες και διαρκώς μεταβαλλόμενες πηγές γνώσης, από το συμπαγές έντυπο στο ηλεκτρονικό κείμενο και τα πολυμέσα. Η τεχνολογία είναι σήμερα ένα από τα σημαντικότερα εργαλεία για την αναβάθμιση των παρεχόμενων υπηρεσιών στο ελληνικό σχολείο και παίζει σημαντικό ρόλο στην επίτευξη αυτού του στόχου. Η αξιοποίηση της εκπαιδευτικής τεχνολογίας στη διδακτική πράξη είναι ένα από τα σημαντικότερα μέσα ώστε οι εκπαιδευτικοί και

οι μαθητές ν' αντιμετωπίσουν τις προκλήσεις της σημερινής κοινωνίας εφόσον συνδυαστεί με σύγχρονες αντιλήψεις για τη μάθηση.

Με την εισαγωγή των νέων τεχνολογιών της πληροφορίας και της επικοινωνίας στην εκπαίδευση (σχολείο της κοινωνίας της πληροφορίας) συντελείται μια ριζική αλλαγή των προτύπων της διδασκαλίας και της μάθησης. Η παράδοση θέλει τα παιδιά να μελετούν συγκεκριμένο αντικείμενο, σε συγκεκριμένο χώρο και χρόνο.

Σύμφωνα με την Roblyer (2004) χρησιμοποιούμε τεχνολογία για να επιτύχουμε:

- *Κέρδος της προσοχής των μαθητών.* Ο θεωρητικός της μάθησης Robert Gagné (1965) προτείνει ότι το να κερδίσεις την προσοχή του μαθητή αποτελεί το κρίσιμο γεγονός για τη διδασκαλία. Τα οπτικά και αλληλεπιδραστικά χαρακτηριστικά πολλών τεχνολογικών πόρων φαίνεται να βοηθούν στη συγκέντρωση προσοχής των μαθητών και την ενθάρρυνσή τους ν' αφιερώνουν περισσότερο χρόνο στις μαθησιακές δραστηριότητες.
- *Εμπλοκή των μαθητών σε παραγωγικές εργασίες.* Προκειμένου να κάνουν τη μάθηση πιο ουσιαστική για τους μαθητές τους, οι εκπαιδευτικοί συχνά προσπαθούν να τους βάλουν να δημιουργήσουν τα δικά τους, βασισμένα στην τεχνολογία, προϊόντα. Αυτές οι δραστηριότητες αρέσουν στους μαθητές καθώς προωθούν τη δημιουργικότητα και την έκφρασή τους, και την αίσθηση ότι έχουν ικανότητες, ότι μπορούν να δημιουργήσουν κι έτσι αισθάνονται ηθική ικανοποίηση (LaRove, 1990, Volter, 1992).
- *Σύνδεση των μαθητών με τις πηγές πληροφοριών και εκπαίδευσης.* Όπως σημειώνει ο Miler (2001), η τεχνολογία επεκτείνει το μαθησιακό περιβάλλον των μαθητών επιτρέποντάς τους την πρόσβαση σε πρωτογενείς πηγές υλικών, την απόκτηση πληροφοριών και εμπειριών με ανθρώπους και μέρη που διαφορετικά δε θα μπορούσαν να έχουν. Η φυσική απόσταση από τον εκπαιδευτή δεν αποτελεί πλέον εμπόδιο για την ολοκλήρωση ενός μαθήματος ή την απόκτηση πτυχίου.
- *Υποστήριξη των νέων διδακτικών προσεγγίσεων.* Δυνατότητα διδασκαλίας σε μικρές ομάδες που περιλαμβάνουν τη συνεργατική μάθηση.
- *Αυξημένη παραγωγικότητα του εκπαιδευτικού.* Βοήθεια προς τους εκπαιδευτικούς για να αντεπεξέλθουν στο συνεχώς αυξανόμενο όγκο γραφειοκρατικών υποχρεώσεων που αντιμετωπίζουν.

Επομένως, στην εργασιακή ζωή του μαθητή, σημασία θα έχει η ικανότητα να μαθαίνει καινούργια πράγματα και να τα εφαρμόζει, να θέτει στόχους και να κάνει προσωπικές επιλογές, να συνεργάζεται και να διαπραγματεύεται σε συνθήκες ανταγωνισμού αλλά κι

έντονης επικοινωνίας. Η διαπραγμάτευση είναι βασική ικανότητα προς καλλιέργεια στα πλαίσια της βασικής εκπαίδευσης στην κοινωνία της πληροφορίας.

Είναι επιτακτική ανάγκη η παιδεία να στραφεί προς τη διαμόρφωση ανθρώπων ικανών να θέτουν ενεργητικά στόχους, να κρίνουν και να επιλέγουν πληροφορίες και να τις χρησιμοποιούν αποτελεσματικά, δηλαδή όχι ανθρώπους που «ξέρουν» αλλά που είναι ικανοί να «μαθαίνουν». Ο πρώτος στόχος που θέτει η κοινωνία του 21^{ου} αι. για τη σχολική αναδόμηση είναι η μεταστροφή της εκπαιδευτικής φιλοσοφίας, ώστε η εκπαίδευση ν' αρχίζει με βάση τις ανάγκες του μαθητή. Μοχλοί επίτευξης μιας τέτοιας αλλαγής θεωρούνται η συμμετοχή της τοπικής κοινωνίας και των γονιών στη στήριξη της εκπαίδευσης και η ενδυνάμωση των εκπαιδευτικών στην παιδαγωγική διαδικασία. Ο αμέσως επόμενος στόχος είναι ν' αλλάξει το περιβάλλον μάθησης. Το ζητούμενο μιας εκπαίδευσης, η οποία θα ανταποκρίνεται στις ιδιαιτερότητες κάθε παιδιού μπορεί να βρεθεί μόνο μέσα από την ευελιξία διαμόρφωσης του μαθησιακού του περιβάλλοντος. Εδώ εμφανίζεται πλέον ως πολύτιμος αρωγός η νέα τεχνολογία με τις δυνατότητες που του παρέχει. Η τάξη του αυριανού σχολείου δεν θα περικλείεται πλέον από τους γνωστούς τέσσερις τοίχους, αλλά θα είναι συνδεδεμένη μέσω του Διαδικτύου και η τηλε-εκπαίδευση και τα CD πολυμέσων θα είναι τα βασικά εργαλεία αυτής της τάξης.

Παράλληλα όμως θα πρέπει ν' αλλάξει και ο ρόλος του δασκάλου. Από τον έως τώρα ρόλο του μεταδότη γνώσης, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να περάσει σε εκείνον τον καταλύτη αυτοδιδασκαλίας των μαθητών. Με άλλα λόγια ο δάσκαλος, χρησιμοποιώντας την τεχνολογία, να εντοπίζει τις ανάγκες και τις ιδιαιτερότητες κάθε μαθητή και να βρίσκει τα κατάλληλα μονοπάτια αναζήτησης της γνώσης. Επιστρέφει στον αυθεντικό – ξεχασμένο – ρόλο του σωκρατικού δασκάλου. Δεν βλέπει πλέον τους μαθητές του ως παθητικούς αποδέκτες της διδασκαλίας του, αλλά τους παρέχει ευρύτερα χρονικά περιθώρια για να κρίνουν, να απορροφούν, να διανοούνται, να εφαρμόζουν, να συνθέτουν και να οραματίζονται. (Καφαντάρης, 2003).

Οι νέες γενιές δεν γνωρίζουν τι θα πει τεχνοφοβία. Μεγαλώνουν μαθαίνοντας με τον υπολογιστή δίπλα στο τετράδιο. Οι 10 νέες τεχνολογικές καινοτομίες που θ' αλλάξουν την εκπαίδευση είναι: 1. Το ιδεατό σχολείο, 2. Η ασύρματη δικτύωση, 3. Τα συνεργατικά εργαλεία, 4. Το ψηφιακό βίντεο, 5. Οι υπηρεσίες εφαρμογής, 6. Οι συσκευές χειρός, 7. Η γλώσσα XML, 8. Η προσομοίωση πειραμάτων, 9. Οι ψηφιακές εκδόσεις και 10. Ο προσωπικός γραμματέας.

Οι νέες τεχνολογίες παρέχουν στον εκπαιδευτικό δυνατότητες προσομοίωσης οικοσυστημάτων, φυσικών φαινομένων κλπ. Το ζητούμενο λοιπόν είναι να γνωρίζει ο εκπαιδευτικός αυτές τις δυνατότητες και φυσικά να μπορεί να τις ενσωματώνει στο μάθημα προτρέποντας, προκαλώντας τους μαθητές να εργαστούν δημιουργικά, έτσι ώστε αναπτύσσοντας τη φαντασία τους, να οδηγηθούν σε πρωτότυπες, έξυπνες, ασυνήθιστες, σπάνιες ιδέες και λύσεις (Κοντογιαννοπούλου, 1992).

Στο σημερινό σχολείο ο υπολογιστής και το Internet είναι τα μέσα με τα οποία οδηγούμε τους μαθητές να επιτύχουν το στόχο της διδασκαλίας. Όμως, η χρήση του Η/Υ δημιουργεί νέα μαθησιακά περιβάλλοντα και ένεκα τούτου απαιτούνται αλλαγές σε δομικά στοιχεία της εκπαίδευσης, όπως το αναλυτικό πρόγραμμα, το μοντέλο διδασκαλίας και ο ρόλος του δασκάλου και του μαθητή. Το σχολείο αυτό θα παρέχει στα παιδιά και τους εφήβους δεξιότητες να κινούνται μέσα σ' αυτό το πλήθος των πληροφοριών σ' ένα σχολείο που θα είναι εναρμονισμένο με την κοινωνία και τις σύγχρονες απαιτήσεις της (Ανθογαλίδου, 1997).

Επομένως, η εισαγωγή της πληροφορικής στην εκπαίδευση έχει σαν βασική προϋπόθεση την ύπαρξη και αξιοποίηση αξιόπιστων προγραμμάτων και επιβάλλει την αλλαγή του ρόλου των καθηγητών. Τα οφέλη που αναμένονται για την παιδεία είναι τα εξής:

- Δυνατότητα αναζήτησης ποικίλων και μεγάλης κλίμακας πληροφοριών μέσω της πρόσβασης σε Τράπεζες Δεδομένων.
- Χρησιμοποίηση εκπαιδευτικών προγραμμάτων με βάση την τεχνολογία των πολυμέσων. Η τεχνολογία αυτή δίνει στο μαθητή τη δυνατότητα της προσέγγισης και επεξεργασίας σύνθετων πληροφοριών με ποικίλους συνδυασμούς και δυνατότητες.

Υπάρχουν όμως και προβλήματα από την εισαγωγή των νέων τεχνολογιών με κυριότερα τα εξής:

- Η εισαγωγή των νέων τεχνολογιών αλλάζει άρδην το ρόλο του εκπαιδευτικού.
- Η αξιοποίησή τους προϋποθέτει να υπάρχουν αξιόπιστα και αξιόλογα προγράμματα.
- Χρειάζεται περισσότερη έρευνα και ενασχόληση για να αξιοποιηθούν αυτές οι μέθοδοι μέσα στην τάξη (Μπαμπινιώτης, 2003).

Γενικότερα, στη σημερινή εποχή της παγκοσμιοποίησης πρέπει:

- Να αναπτύξουμε κριτική σκέψη, η οποία είναι η μοναδική άμυνα του ανθρώπου απέναντι στην πολυπλοκότητα των δικτύων επικοινωνίας και πληροφόρησης, αλλά

και ανάπτυξης της ικανότητάς του να θέτει σε τάξη το πληροφοριακό χάος που τον περισφίγγει (Κοσμίδου, 1996).

- Επίσης, πρέπει ν' αναπτύξουμε κριτική στάση ενάντια σε κάθε μορφή παθητικής ενσωμάτωσης σε κυρίαρχα πρότυπα του κοινωνικού και πολιτικού βίου (Ανθογαλίδου).

Οι βασικές δραστηριότητες με βάση τις οποίες μπορεί να ενδυναμωθεί η μαθησιακή ικανότητα των μαθητών με κατάλληλη χρήση της υπολογιστικής τεχνολογίας είναι:

- Η συμβολική έκφραση και διερεύνηση λογικομαθηματικών νοητικών πεδίων στα φυσικομαθηματικά αντικείμενα, με προγραμματιστικές εφαρμογές.
- Ο πειραματισμός με προσομοιωτές εργαστηρίων ή καταστάσεων.
- Η γραπτή έκφραση, με επεξεργαστές κειμένου.
- Η καταχώριση, ταξινόμηση, οργάνωση, επεξεργασία, ανάλυση, αναζήτηση και έκθεση πληροφοριών, με συστήματα διοίκησης βάσης δεδομένων.
- Η ελεύθερη και γραμμική σχεδίαση, με εφαρμογές σχεδίασης.
- Η επικοινωνία, με υπολογιστικά δίκτυα και τηλεπικοινωνίες.
- Οι κατασκευές και η τεχνολογία ελέγχου (ρομποτική).

Συμπερασματικά, η νέα πραγματικότητα που έφερε η εξέλιξη των τεχνολογιών της πληροφορίας και των επικοινωνιών (ΤΠΕ) επηρεάζουν και μετασχηματίζουν τους τρόπους με τους οποίους εκπαιδύουμε, εκπαιδευόμαστε και μαθαίνουμε. Για την αξιοποίηση των νέων εκπαιδευτικών περιβαλλόντων που διαμορφώνουν οι ΤΠΕ πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ολόκληρο το πλαίσιο μάθησης. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να δίνεται προσοχή όχι μόνο στα εργαλεία (δίκτυα, υλικό και εκπαιδευτικό λογισμικό) αλλά και στους τρόπους με τους οποίους αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά.

Τι χρειάζεται λοιπόν οι εκπαιδευτικοί για να αξιοποιήσουν την τεχνολογία;

- Ανάπτυξη φιλοσοφίας κι οράματος.
- Αναγνώριση των συγκεκριμένων διδακτικών και μαθησιακών προβλημάτων που η τεχνολογία μπορεί να βοηθήσει να αντιμετωπιστούν.
- Κατανόηση του πώς μπορεί να δημιουργήσει σημαντικές διδακτικές ευκαιρίες που δε θα υπήρχαν χωρίς αυτήν.

Η εκπαιδευτική τεχνολογία προσφέρει εναλλακτικές πηγές πληροφόρησης, μέσα επικοινωνίας και εργαλεία για έκφραση, διερεύνηση, προσομοίωση φαινομένων και κατασκευή μοντέλων. Αν αξιοποιηθούν σωστά, είναι δυνατόν να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν δεξιότητες, οι οποίες ενισχύουν τη μαθησιακή διαδικασία όπως

η ικανότητα για πειραματισμό και διερεύνηση να τους δώσει δυνατότητα για επικοινωνία, συνεργασία, αναζήτηση, ανακάλυψη, συμβολική έκφραση και διαπραγμάτευση εννοιών, όπως και να τους βοηθήσει να αναπτύξουν ανωτέρου επιπέδου ικανότητες, όπως η κριτική σκέψη και η αμφισβήτηση. Οι μαθητές έχουν πρόσβαση σε νέες πηγές πληροφοριών και είναι δυνατόν να αναπτύξουν πολύτιμες δεξιότητες κατά την αναζήτηση, αξιολόγηση, οργάνωση και ανταλλαγή πολλών διαφορετικών τύπων πληροφορίας σε πολύ λιγότερο χρόνο και πολύ μεγαλύτερη ένταση απ' ότι με τη χρήση παραδοσιακών προσεγγίσεων.

Η τεχνολογία δεν αρκεί για να εγγυηθεί την αποτελεσματική μάθηση. Ιδιαίτερα σημαντικό το εκπαιδευτικό πλαίσιο μέσα στο οποίο η τεχνολογία καλείται:

- να εξυπηρετήσει συγκεκριμένους μαθησιακούς – διδακτικούς στόχους,
- να υποστηρίξει σύγχρονα μοντέλα μάθησης που βασίζονται σε πραγματικά – καθημερινά προβλήματα,
- να προσφέρει σε μαθητές – καθηγητές περισσότερες ευκαιρίες για ανατροφοδότηση, αναστοχασμό και αναθεώρηση,
- την οικοδόμηση τοπικών και οικουμενικών μαθησιακών κοινοτήτων,
- να επεκτείνει τις δυνατότητες για επιμόρφωση και ενημέρωση των εκπαιδευτικών.

1.4 Γιατί οι νέες τεχνολογίες στα Μαθηματικά

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας και η εμφάνιση των ηλεκτρονικών υπολογιστών κίνησε το ενδιαφέρον αρκετών εκπαιδευτικών να προσπαθήσουν να τους εντάξουν στη διδασκαλία του μαθήματος των Μαθηματικών. Η προσπάθεια απέκτησε πολλούς υποστηρικτές. Δεν ήταν, όμως, λίγοι και αυτοί που εναντιώθηκαν. Λαμβάνοντας υπόψη κάποιος, τόσο τα πλεονεκτήματα, όσο και τα μειονεκτήματα της χρήσης των Η/Υ στη διδασκαλία και τη μάθηση του Μαθηματικού αντικειμένου, εύκολα καταλήγει στο συμπέρασμα πως το όφελος για την εκπαίδευση από μια τέτοια δραστηριότητα είναι πολύ μεγάλο. Ο Η/Υ αποτελεί ένα πολύ αξιόλογο διδακτικό μέσο. Προσαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες του κάθε μαθητή, παρακινεί τα παιδιά να ανακαλύψουν τη γνώση, συμβάλλει άμεσα στην ταχύτερη επίλυση των προβλημάτων και κάνει το μάθημα των Μαθηματικών πιο διασκεδαστικό, πιο ευχάριστο και πιο ενδιαφέρον. Η χρήση του θα πρέπει, όμως, να γίνεται μέσα σε λογικά πλαίσια, τα οποία δεν θα επιτρέπουν την

αλλοίωση του παιδαγωγικού σκοπού της εκπαίδευσης. Ο Η/Υ δεν πρέπει με κανένα τρόπο να αντικαταστήσει τον καθηγητή. Για να υπάρχει ωφέλεια και αποτελεσματικότητα απαιτείται και η συμβολή του διδάσκοντα. Ο Η/Υ αποτελεί απλά ένα εργαλείο, ένα μέσο που μπορεί να βελτιώσει τη μαθησιακή διαδικασία. Ο καθηγητής είναι το μόνο πρόσωπο, που μπορεί να κάνει αυτή τη διαδικασία βιωματική και πλήρη, όχι μόνο από γνώσεις και εμπειρίες, αλλά και από συναισθήματα και ψυχική ολοκλήρωση.

Οι υπολογιστές παρέχουν πολλές δυνατότητες, οι οποίες είναι οι εξής:

1. Η τεχνολογία μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές στα Μαθηματικά. Για παράδειγμα με Η/Υ και calculators, οι μαθητές μπορούν να εξετάσουν περισσότερα παραδείγματα αντιπροσωπευτικών μορφών απ' ότι είναι εφικτό με το χέρι, έτσι μπορούν να εξερευνούν και να κάνουν εικασίες. Τα τεχνολογικά εργαλεία (οι Η/Υ) έχουν μεγάλες δυνατότητες για γραφικά και παρέχουν πρόσβαση σε ισχυρά εποπτικά μοντέλα που πολλοί μαθητές δεν μπορούν ή δεν θέλουν να δημιουργήσουν από μόνοι τους.
2. Η υπολογιστική ικανότητα των Η/Υ αυξάνει το πλήθος των διαφόρων προβλημάτων στα οποία οι μαθητές μπορούν να έχουν πρόσβαση και τους δίνει τη δυνατότητα να κάνουν συνηθισμένες διαδικασίες γρήγορα και με ακρίβεια. Έτσι έχουν περισσότερο χρόνο για έννοιες και μοντελοποίηση.
3. Μπορεί να καλλιεργηθεί η εμπλοκή των μαθητών με αφηρημένες μαθηματικές ιδέες και να επιτευχθεί η κατάκτησή τους.
4. Αυξάνει το πλήθος και την ποιότητα των εξερευνήσεων παρέχοντας έναν τρόπο θέασης των μαθηματικών ιδεών από πολλές πλευρές. Η μάθηση διευκολύνεται από την ανάδραση που προσφέρει η τεχνολογία. Για παράδειγμα, αν σύρουμε ένα κομβικό σημείο σ' ένα περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας, το σχήμα αλλάζει. Η τεχνολογία βοηθάει επίσης στη μάθηση για τα μαθηματικά αντικείμενα που βλέπουν στην οθόνη, καθώς και για τα αποτελέσματα των διαφόρων δυναμικών μετασχηματισμών που αυτή επιτρέπει.
5. Η χρήση της τεχνολογίας δίνει στους δασκάλους την ευχέρεια να προσαρμόσουν τη διδασκαλία τους ανάλογα με τις ανάγκες και τις ιδιαιτερότητες των μαθητών. Οι μαθητές που δεν μπορούν εύκολα να συγκεντρωθούν, μπορούν ν' ασχοληθούν πιο πολύ μ' ένα θέμα ζητούμενο από υπολογιστή. Όμως, κι αυτοί που έχουν δυσκολίες οργάνωσης μπορεί να βρεθούν κερδισμένοι από τους περιορισμούς που επιβάλλονται σ' ένα υπολογιστικό περιβάλλον (Sheets, 1993).

6. Οι Η/Υ βοηθούν στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών: ταξινόμηση, αντιστοίχιση, λογικές ακολουθίες, αναγνώριση σχημάτων, αρίθμηση, βασικές πράξεις. Βοηθούν, επίσης, στην καλλιέργεια της φαντασίας, της κριτικής σκέψης, της δημιουργικότητας των παιδιών, ενώ παράλληλα ξεκουράζουν και ψυχαγωγούν, όπως αναφέρουν χαρακτηριστικά η Πετρινώλη (1992), ο Clemens (1986, 1991, 1993) και οι Riding & Powell (1987).

7. Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να μάθουν περισσότερα Μαθηματικά, αλλά και να κατανοήσουν καλύτερα τις έννοιες των Μαθηματικών με την κατάλληλη χρήση της τεχνολογίας (Dunham & Dick 1994, Sheets 1993, Groves 1994). Επικροτείται η άποψη ότι τα Μαθηματικά δεν είναι μόνο ένα σύνολο γνώσεων και κατάκτηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων, αλλά μια διαδικασία και συνεπώς οι στόχοι που τίθενται εκφράζονται πληρέστερα, όχι μόνο με τους όρους της παρατηρήσιμης συμπεριφοράς, αλλά και με όρους δραστηριοτήτων, γιατί έχει μεγάλη σημασία ο πλούτος της εμπειρίας που αποκτιέται κατά τη διαδικασία της μάθησης στα πλαίσια μιας ανοιχτής μαθησιακής κατάστασης κι όχι μόνο η ποικιλία των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν.

Ειδικότερα:

- Οι Η/Υ παρέχουν τη δυνατότητα στους μαθητές να δημιουργούν γραφικές παραστάσεις και να τις μετατοπίζουν πάνω στην οθόνη διατυπώνοντας και ελέγχοντας έτσι τις διάφορες υποθέσεις ευκολότερα.
- Βοηθούν στη μελέτη της Γεωμετρίας και των Συναρτήσεων, θέματα των Μαθηματικών, τα οποία απαιτούν ιδιαίτερη προσοχή και ακρίβεια και στα οποία ο σωστός σχεδιασμός και η εποπτεία παίζουν πολύ μεγάλο ρόλο.
- Προσαρμόζονται στους προσωπικούς ρυθμούς μάθησης του κάθε παιδιού, δίνοντάς του έτσι, την ευκαιρία να κατανοήσει καλύτερα κάποιες έννοιες και να καλύψει τυχόν κενά που έχει.
- Προσφέρονται για μαθητές, οι οποίοι είναι ιδιαίτερα δραστήριοι μέσα στην τάξη, δεν παρακολουθούν τον καθηγητή, δυσκολεύονται στο διάβασμα και γενικά δεν ανταποκρίνονται στο σύνηθες μοντέλο διδασκαλίας.
- Διαθέτουν αντικειμενικότητα, συνέπεια, προσαρμοστικότητα, υπομονή, πληρότητα στην παρουσίαση του αντικειμένου και ευελιξία.
- Παρέχουν τη δυνατότητα του πειραματισμού και της δοκιμής, βοηθώντας έτσι το μαθητή να μάθει από τα ίδια του τα λάθη.

- Καταρρίπτουν το μύθο της αυθεντίας του καθηγητή και δίνουν τον έλεγχο της όλης διαδικασίας στα παιδιά.
- Δίνουν τη δυνατότητα ανάλυσης, σύνθεσης και αξιολόγησης.
- Συμβάλλουν στη δημιουργία θετικών στάσεων των μαθητών για τα Μαθηματικά.

1.5 Επιφυλάξεις για τη χρήση Η/Υ στα Μαθηματικά

A. *«Οι μαθητές χρησιμοποιούν τους υπολογιστές για να παίρνουν έτοιμα τα αποτελέσματα χωρίς οι ίδιοι να κουραστούν».* Όμως:

1. Ουσιαστικά δε συντελείται καμία ουσιαστική μαθηματική σκέψη κατά την εκτέλεση υπολογισμών μηχανικά από το μαθητή. Η πραγματική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών έγκειται στην κατανόηση της κατάστασης που περιγράφει το πρόβλημα, στην αναγνώριση και διάκριση των δεδομένων από τα ζητούμενα, στην εύρεση του μαθηματικού μοντέλου που το περιγράφει, στις στρατηγικές επίλυσης που αναπτύσσονται από τον λύτη και στις μεταγνωστικές διαδικασίες που επιτελούνται.

2. Οι υπολογιστές μπορούν να χρησιμεύσουν απλά ως εργαλείο ώστε να αποφεύγονται κάποιοι μονότονοι υπολογισμοί και χρονοβόρες διαδικασίες, όπως για παράδειγμα η κατασκευή της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης, που είναι δραστηριότητες που μπορεί να αποθαρρύνουν τους μαθητές και να τους αποτρέψουν από την επίλυση προβλημάτων και τα μαθηματικά γενικότερα. Αντίθετα, όταν οι υπολογιστές και οι νέες τεχνολογίες χρησιμοποιούνται με τον σωστό τρόπο, προάγουν την κατανόηση και μάλλον δραστηριοποιούν τη σκέψη παρά την υποκαθιστούν.

B. *«Οι υπολογιστές κάνουν όλη τη δουλειά αντί για τους μαθητές κι έτσι δεν ενεργοποιούνται οι ίδιοι».*

Όμως: Οι υπολογιστές μπορούν να πραγματοποιήσουν μόνο χαμηλού επιπέδου υπολογισμούς – δεν μπορούν να σκέφτονται και να αποφασίζουν αντί για το

μαθητή. Μπορούν, επομένως, να επιταχύνουν την εκπαιδευτική διαδικασία αποφεύγοντας να εμπλακούν με χρονοβόρους ρουτίνας, ώστε οι μαθητές να διαθέσουν περισσότερο χρόνο σε πραγματική επίλυση προβλήματος και σε εκείνα που έχουν πραγματικά ενδιαφέρον από μαθηματική άποψη, όπως για παράδειγμα στη μοντελοποίηση, στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων, στην αναγνώριση κανονικοτήτων και τη συζήτηση στην τάξη. Οι έρευνες μάλιστα δείχνουν ότι η αυτοπεποίθηση των μαθητών, ο ενθουσιασμός και η αυτο-εκτίμηση βελτιώνονται σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης όπου χρησιμοποιούνται υπολογιστές (Campbell & Stewart, 1993 – Hembree & Dessart, 1989). Σύμφωνα με τον Suydam (1987) πάνω από 100 μελέτες έδειξαν ότι η χρήση των calculators α) αυξάνει τις επιδόσεις των μαθητών, β) αυξάνει τις δεξιότητες επίλυσης προβλήματος και γ) προάγει την κατανόηση των μαθηματικών ιδεών.

Γ. «Οι άνθρωποι θα εξαρτώνται σε τέτοιο βαθμό από τους υπολογιστές που θα είναι εντελώς ανάκανοι χωρίς αυτούς. Τι θα συμβεί για παράδειγμα όταν τελειώσουν οι μπαταρίες ή όταν δεν υπάρχει διαθέσιμος υπολογιστής;».

Όμως, είναι πολύ σημαντική η επισήμανση ότι δεν πρέπει να εγκαταλειφθούν οι δεξιότητες που σχετίζονται με το χαρτί και το μολύβι και οι αλγόριθμοι. Θα πρέπει να συνεχίσουν να διδάσκονται οι βασικές τεχνικές λογισμού ιδιαίτερα αυτές που χρειάζονται περισσότερο για την επίλυση προβλημάτων. Οι διαδικασίες αυτές είναι απαραίτητες για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης. Άλλωστε αυτές οι δεξιότητες χρειάζονται στην περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμος υπολογιστής αλλά ιδιαίτερα στην περίπτωση που χρειάζεται να ελέγξουμε την ορθότητα και την καταλληλότητα ενός αποτελέσματος που επέστρεψε ο υπολογιστής. Κι αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό γιατί πολλές φορές κανείς μπορεί να οδηγηθεί σε λάθος συμπεράσματα αν δεν έχει βαθύτερη γνώση των ίδιων των μαθηματικών μεθόδων, που υπεισέρχονται και των περιορισμών της υπολογιστικής μηχανής.

Οι υπολογιστές διευκολύνουν τους μαθητές απαλάσσοντάς τους από χρονοβόρες και άσκοπες από διδακτική άποψη πράξεις. Ακόμη, οι μαθητές εξοικειώνονται με τις νέες τεχνολογίες και αποκτούν ένα χρήσιμο εφόδιο. Έχουν έτσι ένα πλεονέκτημα σε σχέση με όσους δεν χρησιμοποιούν τους υπολογιστές διότι κατανοούν τις δυνατότητες και τους περιορισμούς της τεχνολογίας, είναι πιο δεκτικοί στην τεχνολογία και όσο περισσότερο ασχολείται κανείς με διαφορετικά τεχνολογικά μέσα τόσο πιο άνετα νιώθει απέναντι στις νέες εξελίξεις και τόσο πιο πρόθυμος και

ικανός είναι να τις εφαρμόσει. Οι εργοδότες θέλουν ανθρώπους που να μπορούν να σκέφτονται, να συνεργάζονται, να επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τις πιο αποτελεσματικές μεθόδους (την τεχνολογία όταν απαιτείται) και να εφαρμόζουν δημιουργικά τα αποτελέσματά τους στην πράξη.

2.ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια έχουν αξιοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό στην εκπαίδευση οι πράγματι εκπληκτικές δυνατότητες του υπολογιστή και των τεχνολογιών της πληροφορίας και της επικοινωνίας. Έως σήμερα έχει παραχθεί διεθνώς μεγάλος αριθμός τίτλων εκπαιδευτικού λογισμικού, καθώς και ποικίλα συστήματα προοριζόμενα για εκπαιδευτική χρήση.

Εκπαιδευτικό λογισμικό είναι το μέσο της εκπαιδευτικής διαδικασίας που αποσκοπεί στη διευκόλυνση της μάθησης, χρησιμοποιώντας ως κύριο εργαλείο τον υπολογιστή. Η διευκόλυνση της μάθησης μπορεί να επιτευχθεί είτε χρησιμοποιώντας το εκπαιδευτικό λογισμικό ως μέσο διδασκαλίας από τον εκπαιδευτικό είτε ως αλληλεπιδραστικό μέσο αυτοδιδασκαλίας από τον μαθητή. Έτσι, η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού μπορεί να συμβάλλει στη βελτίωση της μάθησης, όχι μόνο σε ποσοτικό επίπεδο, αλλά και σε ποιοτικό, ενεργοποιώντας το μαθητή και τον εκπαιδευτικό ώστε να αξιοποιήσουν το δυναμικό τους.

Αυτό σημαίνει ότι ο χρήστης εκπαιδευτικού λογισμικού:

- α) εξερευνά και ανακαλύπτει
- β) αποκτά δημιουργική σχέση με το γνωστικό αντικείμενο που μαθαίνει.

2.1 Σύντομη αναδρομή στην ιστορία ανάπτυξης περιβαλλόντων με την βοήθεια των τεχνολογιών πληροφορικής.

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε τα πρώτα χρόνια στην εκπαίδευση ήταν λογισμικό που δεν είχε σχεδιασθεί για τις ανάγκες των μαθητών της διδασκαλίας και της μάθησης. Προς το τέλος της δεκαετίας του 1960 κατασκευάστηκε εκπαιδευτικό λογισμικό που έτρεχε μόνο σε μεγάλους υπολογιστές τύπου main frame (Plato programs) (Karut, 1992). Ο τύπος λογισμικού που παραγόταν εκείνη την εποχή ήταν παιχνίδια, προσομοιώσεις και διδακτικά υλικά. Τα διδακτικά υλικά κυρίως αποτελούνταν από σειριακές παρουσιάσεις των εννοιών που επιλέγονταν για διδασκαλία. Η αλληλεπίδραση του μαθητή με το πρόγραμμα ήταν περιορισμένη. Ουσιαστικά, ο μαθητής μπορούσε μόνον να προχωρήσει μια σελίδα μπρος ή πίσω ή να γυρίσει στον πίνακα περιεχομένων του μαθήματος και να λύσει κάποιες ασκήσεις σαν αυτές που περιέχονται στα σχολικά βιβλία. Αυτά τα διδακτικά υλικά συνοδεύονταν συνήθως από ένα σύστημα αξιολόγησης της απάντησης το οποίο εκφραζόταν με σχόλια επιβράβευσης προς το μαθητή ή με κάποια παρότρυνση να συνεχίσει σε περίπτωση που

έκανε λάθος. Λίγο αργότερα (στη δεκαετία του 1970) έγινε μια προσπάθεια αντικατάστασης του δασκάλου από τον υπολογιστή.

Κατασκευάστηκαν τότε εκπαιδευτικά προγράμματα που προσπαθούσαν να προσομοιώσουν τους παραδοσιακούς τρόπους διδασκαλίας και τα παραδοσιακά συστήματα αναπαράστασης δηλαδή τα συστήματα που χρησιμοποιούσαν τα 'αδρανή' μέσα με κύριο εκπρόσωπο τους το περιβάλλον χαρτί-μολύβι (Karut,1992). Ο τρόπος αλληλεπίδρασης με αυτά τα προγράμματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή προσπαθούσε να μιμηθεί την αλληλεπίδραση μαθητή- δασκάλου. Οι σχεδιαστές λογισμικού έφτιαχνα μια δομή του αντικειμένου μάθησης, έκαναν υποθέσεις που αφορούσαν τον μαθητή και την αλληλεπίδραση του με το δάσκαλο με ένα παραδοσιακό τρόπο. Δεν έπαιρναν επίσης υπ'όψη τους τις δυνατότητες της επιστήμης των υπολογιστών και το πώς αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην εκπαίδευση. Η ποιότητα των δραστηριοτήτων που αυτά τα προγράμματα υποστήριζαν ήταν τύπου εκγύμνασης και εξάσκησης (drill and practice) (Becker, 1990). Στη διάρκεια της δεκαετίας του 1980 και μέχρι σήμερα κατασκευάστηκαν προγράμματα λογισμικού που εισήγαγαν νέες διαστάσεις στην εκπαίδευση. Τέτοια προγράμματα ήταν περιβάλλοντα που στηρίζονταν σε γλώσσες προγραμματισμού, όπως η Logo, οι προσομοιώσεις και οι μικρόκοσμοι με τη χρήση γλωσσών υψηλού επιπέδου και αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού (high level, object-oriented programming languages).

Σήμερα οι μικροϋπολογιστές υπάρχουν σχεδόν σε κάθε σπίτι, έχουν εισαχθεί στα σχολεία και γενικά έχουν οδηγήσει σε μια νέα εκπαιδευτική εποχή. Ιδιαίτερα οι δυνατότητες των μικρόκοσμων ανοίγουν στους μαθητές δυνατότητες να εξερευνήσουν πραγματικά συστήματα και να κάνουν έλεγχο υποθέσεων με παραγωγικό ή επαγωγικό τρόπο. Χρησιμοποιώντας τις προσομοιώσεις και την αναγνώριση πρότυπων σε συνδυασμό με το στοιχείο της δυνατότητας αλληλεπίδρασης βοηθούν τα παιδιά να αναπτύξουν μοντέλα ανάλυσης ή πρόβλεψης που χαρακτηρίζονται από διανοητικές εικόνες και δράσεις όπως και λογική σκέψη (Janvier, 1987c).

2.2 Κατηγορίες Προγραμμάτων Εκπαιδευτικού Λογισμικού

Το εκπαιδευτικό λογισμικό είναι προγράμματα που διαπραγματεύονται θέματα όπως:

- Πληροφορίες για ιστορικά γεγονότα (περιλαμβάνουν εικόνες από αντικείμενα εποχής ή και αναπαραστάσεις γεγονότων.
- Λεξικά και εγκυκλοπαίδειες.
- Παιδαγωγικά παιχνίδια (π.χ. σκάκι, γεωγραφική τόμπολα κ.α.).
- Κινούμενα σχέδια με δυνατότητα αλληλεπίδρασης.

Όταν λέμε αλληλεπίδραση εννοούμε πώς ανάλογα με το ποιο κουμπί θα πατήσει το παιδί η ιστορία θα εξελιχθεί διαφορετικά. Τέτοια προγράμματα χρησιμοποιούνται συχνά για την εκμάθηση ξένων γλωσσών. Όταν το παιδί πατήσει το κουμπί ακούγεται το όνομα του πράγματος που εμφανίστηκε στην οθόνη ενώ παράλληλα εμφανίζεται γραμμένο όνομα του.

- Μουσική και τέχνη όπου ο χρήστης μπορεί να επεμβαίνει τόσο κάνοντας αλλαγές όσο και δημιουργώντας τα δικά του κομμάτια.

Τα προγράμματα που χρησιμοποιούνται σαν εκπαιδευτικό λογισμικό χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:

A. Λογισμικό χωρίς σαφές εκπαιδευτικό περιεχόμενο. Τέτοια προγράμματα είναι:

- Οι επεξεργαστές κειμένου
- Υπολογιστικοί πίνακες, λογιστικά και στατιστικά πακέτα.
- Συστήματα διαχείρισης βάσης δεδομένων (DBMS).
- Εγκυκλοπαίδειες, λεξικά, γεωγραφικοί άτλαντες, αντιλεξικά θησαυροί.
- Επεξεργασία πληροφοριών.

B. Λογισμικά παρουσίασης.

Τα προγράμματα αυτά περιλαμβάνουν μία ευρεία κατηγορία λογισμικού από τα σχετικά απλά μέχρι τα σύνθετα πακέτα συγγραφής

- MS- Powerpoint
- Asymetrix Toolbook II Instructor 6.5
- Macromedia Authorware
- (Attain)
- Macromedia Director κ.α.

Γ. Εκπαιδευτικό λογισμικό

Περιλαμβάνει προγράμματα που έχουν γραφτεί με αποκλειστικό στόχο να διδάξουν.

Στο παρελθόν χωρίζονταν συνήθως στις εξής κατηγορίες:

- Εξάσκηση- εκγύμναση (drill practice)
- Διδακτικά (tutorials)
- Εκπαιδευτικά προγράμματα και εκπαιδευτικά παιχνίδια (educational, educational games) όπως το σκάκι ή το τέτρις.
- Προσομοιώσεις, παραδείγματα είναι οι προσομοιωτές πτήσεως (flight simulators)(Τζιμόπουλος, Μικρόπουλος, Κουλαϊδης, 1995).

Σήμερα υπάρχει η δυνατότητα οι πιο πάνω κατηγορίες να ενσωματωθούν σε ενιαία προγράμματα εκπαιδευτικού λογισμικού. Τα καινούρια προγράμματα συμπεριφέρονται με διαφορετικούς τρόπους κάθε φορά επιτυγχάνοντας πολλαπλή αντιμετώπιση του διδασκόμενου αντικειμένου (Vygotsky, 1978).

2.3 Το εκπαιδευτικό λογισμικό στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης

Το εκπαιδευτικό λογισμικό πρέπει να απευθύνεται και ως μέσο διδακτικής βοήθειας στον καθηγητή, αλλά να έχει τη δυνατότητα και της αυτοδιδασκαλίας γνωστικών αντικειμένων του μαθητή. Πρέπει να είναι κατά τέτοιον τρόπο δομημένο, έτσι ώστε να μπορεί να ανταποκρίνεται σε γνωστικές θεωρητικές ενότητες ίσης διάρκειας με μιας διδακτικής περιόδου. Αυτό θα ανταποκρίνεται στο σημερινό εκπαιδευτικό μοντέλο του εκπαιδευτικού αλλά και του μαθητή. Βέβαια, το ασκησιακό/πρακτικό μέρος του δεν μπορεί να ακολουθεί αυτόν το χρονικό περιορισμό. Πρέπει να έχει τη δυνατότητα και τα χαρακτηριστικά εφαρμογών πολυμέσων. Πρέπει επίσης, να λειτουργεί σ' ένα δικτυακό περιβάλλον με ευκολία χρήσης και επικοινωνίας, όχι μόνο σε τοπικό επίπεδο, αλλά και σε ένα επίπεδο ευρύτερης δικτύωσης. Η χρήση του μπορεί να αποτελεί βοήθημα του εκπαιδευτικού στο καθημερινό του έργο ως επαναληπτικό βοήθημα στις γνώσεις του μαθητή ή ως μέσο αυτοδιδασκαλίας.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό είναι προϊόν που απευθύνεται σε εκπαιδευτικού και μαθητές και δημιουργείται από ομάδα επιστημόνων αποτελούμενη από εξειδικευμένους: α)σε συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο, β) παιδαγωγούς ψυχολόγους, γ)πληροφορικούς, δ) τεχνικούς βίντεο, ήχου, γραφικών, κίνησης (Σαβρανίδης, Μικρόπουλος, 1995).

Οι διδάσκοντες θα πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν τα ακόλουθα βασικά χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού λογισμικού: α) Στόχος: να υπάρχει σαφής, προκαθορισμένος στόχος του εκπαιδευτικού λογισμικού προς την ομάδα των μαθητών που απευθύνεται να υπάρχουν, επίσης, επιμέρους στόχοι των υποενοτήτων του εκπαιδευτικού λογισμικού, κατανεμημένοι σε εκπαιδευτικές περιόδους. β) Να υπάρχει ακρίβεια του περιεχομένου: επίπεδο περιεχομένου συνυφασμένο με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών που απευθύνεται

- Πορεία βημάτων από τα εύκολα θέματα στα δυσκολότερα
- Επεξηγήσεις ή διευκρινήσεις όπου χρειάζεται
- Παραδείγματα, εφαρμογές και ασκήσεις
- Σύνδεση με κείμενα, εικόνες, ήχους και βίντεο (Αθ. Κυριαζής-Σπύρος Μπακογιάννης Χαρακτηριστικά Εκπ/κού Λογισμικού στη διδασκαλία των Μαθηματικών).

γ) Καθοδηγητική δομή: Η κατάλληλη αλληλεπίδραση¹ για τους μαθητές στους οποίους απευθύνεται και με δυνατότητα εξατομίκευσης. Δεκτικό σε μη αναμενόμενες εισερχόμενες πληροφορίες. Ενθάρρυνση χρήσης του εκπαιδευτικού λογισμικού. Καθορισμός πορείας από τον εκπαιδευτικό για τη χρήση του λογισμικού. Εύκολη χρήση των μονάδων εισόδου εξόδου δεδομένων. Η κατάλληλη τεχνική ερωτήσεων για τους μαθητές προς τους οποίους απευθύνεται. δ) Εφαρμόσιμη υποστήριξη: Ευκολία χρήσης στην τάξη. Να μην απαιτούνται προαπαιτούμενες δυνατότητες του εκπαιδευτικού για τη χρήση του λογισμικού (γνώση, πείρα). Διάκριση σε επίπεδα διδασκαλίας, ανάλογα με το επίπεδο των μαθητών στους οποίους απευθύνεται. On-line βοήθεια για κάθε απαίτηση τεχνικής υποστήριξης στη χρήση του λογισμικού. Έξοδος από κάθε σημείο του λογισμικού στο βασικό κατάλογο λειτουργίας. Διατήρηση του σημείου εξόδου του μαθητή από τη χρήση του λογισμικού και επαναφορά του από το σημείο της διακοπής, εφόσον το επιθυμεί. ε) Αξιολόγηση: Ύπαρξη διαγνωστικών τεστ για την προ-αξιολόγηση του μαθητή. Ύπαρξη τεστ για τη διάγνωση της αποτελεσματικότητας του λογισμικού μετά την παρακολούθηση του. Παιδαγωγικός σχεδιασμός των τεστ, με δυνατότητα ενημέρωσης τους από τον εκπαιδευτικό. Ύπαρξη μέσων αυτοαξιολόγησης. (Εργαστήριο Θετικών Επιστημών Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Πατρών).

Γενικά από παιδαγωγική άποψη κάθε εκπαιδευτική εφαρμογή πολυμέσων οφείλει να εκμεταλλεύεται την τεχνολογία και να λειτουργεί στο παρακάτω πλαίσιο.

A. - Να θέτει στόχους

- Να δείχνει τα επιδιωκόμενα αποτελέσματα
- Να θέτει δραστηριότητες δομημένες και ανοικτού τύπου.

B. Να περιλαμβάνει αλληλεπιδράσεις:

- Για ανατροφοδότηση
- Για παροχή πληροφοριών
- Να περιέχει αξιολόγηση (disessa and Abelson, 1986)

Συγκριτικά με τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού έχει τα ακόλουθα πλεονεκτήματα:

1. Δίνει τη δυνατότητα εξατομικευμένης διδασκαλίας. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής εξηγεί στο μαθητή τη θεωρία α) με την παράθεση πληροφοριών, κανόνων και εικόνων,

¹ Απαραίτητος όρος λειτουργίας του υπολογιστή στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης είναι να μπορεί ο/η χρήστης αλληλεπιδρά με θετικό και λειτουργικό τρόπο ,ε το μέσον αυτό και το περιβάλλον που δημιουργεί.

β) με προσομοίωση πειραμάτων, χημικών αντιδράσεων και μορίων, μαχών, τρόπους λειτουργίας χαρτών κ.α. Στη συνέχεια ελέγχει αν αυτή η θεωρία είχε εμπεδωθεί με την παράθεση ερωτήσεων κ ασκήσεων. Αν ο μαθητής έχει κατανοήσει το «μάθημα» μπορεί να συνεχίσει στο επόμενο κεφάλαιο. Αν ο μαθητής έχει κενά τότε το εκπαιδευτικό λογισμικό εξηγεί πάλι το θέμα και αξιολογεί την προσπάθεια του μαθητή (η σκέψη στο παιδί διαμορφώνεται ποιοτικά, Piaget 1975, Bruner 1974).

2. Δίνει τη δυνατότητα διαφοροποίησης του χρόνου διδασκαλίας και του χρόνου μελέτης- μάθησης.

3. Έχει τη δυνατότητα άμεσης αμφίδρομης επικοινωνίας μεταξύ διδάσκοντος και διδασκομένων. Μόλις ο Η/Υ (δάσκαλος) εντοπίσει λάθος αμέσως δίνει σήμα και ο μαθητής πρέπει να προσπαθήσει πάλι. Αν ο μαθητής δεν μπορεί να εντοπίσει το λάθος του, τότε ο Η/Υ κάνει τη διόρθωση. Η διόρθωση γίνεται την ώρα που γίνεται το λάθος και όχι όπως γίνεται στις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας μετά την πάροδο κάποιας χρονικής περιόδου, όταν δηλαδή ο δάσκαλος θα πάρει το γραπτό του μαθητή για να το διορθώσει και να του το επιστρέψει. Ο μαθητής στις παραδοσιακές μεθόδους παίρνει πίσω το διορθωμένο γραπτό του μόνο και μόνο για να δει το βαθμό που πήρε ενώ από το Η/Υ μαθαίνει το λάθος του αφού παραπέμπεται στους σχετικούς κανόνες.

4. Επιτρέπει στο μαθητή να «αυτενεργήσει» ώστε να ανακαλύψει το αντικείμενο της μελέτης του.

5. Με τη χρήση της τηλεματικής (τηλεπικοινωνίες και Η/Υ- διαδίκτυο) παρέχει τη δυνατότητα διαφοροποίησης του τόπου όπου βρίσκεται ο διδάσκοντας και αυτού που βρίσκεται ο καθένας από τους μαθητές του. με αυτή την τεχνική ο δάσκαλος ή ο καθηγητής αντί να βρίσκεται στην τάξη του βρίσκεται στο σπίτι του που μπορεί να είναι στη γειτονική πόλη ή και χώρα. Οι μαθητές είναι συνδεδεμένοι σε ένα WAN (Wide Area Network Δίκτυο Ευρείας Περιοχής) και είναι σε θέση να δέχονται και να στέλνουν πληροφορίες στους υπόλοιπους μαθητές και στο δάσκαλο (Hoyles, 1993).

6. Η τηλεματική μας δίνει την δυνατότητα σχηματισμού εξειδικευμένων διδακτικών ομάδων (τάξεων) η ύπαρξη των οποίων θα ήταν για οικονομικούς ή φυσικούς λόγους αδύνατη (π.χ. διδασκαλία ξένων γλωσσών ή γλωσσών προγραμματισμού σε ολιγοθέσια σχολεία (Papert, 1993).

7. Εξασφαλίζει ίσες ευκαιρίες σ' όλους μαθητές αφού όλοι μπορούν να έχουν πρόσβαση στον καλύτερο δάσκαλο, στην οργανωμένη βιβλιοθήκη, στο πειραματικό εργαστήριο (προσομοιώσεις)(Apple, 1987 και Olson, 1987).

8.Επιτρέπει την προσομοίωση πειραμάτων που είναι πρακτικά δύσκολο κ φυσικώς αδύνατο να γίνουν στην τάξη.

2.4 Σύγχρονες παιδαγωγικές αρχές σχεδίασης

Η καρδιά του εκπαιδευτικού λογισμικού είναι η εκπαιδευτική του σχεδίαση, η οποία περιλαμβάνει:

- Τη μελέτη και την ανάλυση των απαιτήσεων που πρέπει να καλύψει το λογισμικό,
- Τη διατύπωση των παιδαγωγικών στόχων που θέτει,
- Τη σχεδίαση των διδακτικών σεναρίων που θα συμβάλουν στην επίτευξη των στόχων,
- Την επιλογή και επιλογή των δραστηριοτήτων στις οποίες θα εμπλακούν ενεργά οι μαθητές/τριες ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι που έχουν τεθεί,
- Τη διαδικασία αξιολόγησης των αποτελεσμάτων της διδακτικής αξιοποίησης του λογισμικού,

Την παροχή κατάλληλης βοήθειας στον/ην εκπαιδευτικό με τη μορφή συμβουλευτικού οδηγού, όπου εξηγούνται οι βασικές αρχές και οι στόχοι του λογισμικού, δίνονται διευκρινίσεις για την πραγματοποίηση των δραστηριοτήτων, την αξιολόγηση κλπ.

Η διαμόρφωση του τελικού αποτελέσματος όσον αφορά το λογισμικό εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις παιδαγωγικές και διδακτικές θεωρίες που ασπάζεται ο σχεδιαστής/ρια του λογισμικού, και κυρίως από την αντίληψη που έχει για τον τρόπο που μαθαίνει κάθε άτομο, και ιδιαίτερα το παιδί. Δεν είναι δυνατό να σχεδιάσει κάποιος/α εκπαιδευτικό λογισμικό ποιότητας όταν οι αντιλήψεις του/ης για τη μάθηση στηρίζονται στην ιδέα της ‘μετάδοσης’ της γνώσης αυτούσιας από το /η δάσκαλο/αλα που ‘ξέρει’ στο παιδί που ‘δεν ξέρει’ και θεωρεί ότι είναι νοητικά και γνωστικά ‘άγραφος χάρτης’ (Χρ. Σολωμονίδου, Σύγχρονες παιδαγωγικές αρχές σχεδίασης).

2.5 Η σημερινή κατάσταση – Προτάσεις

Η συζήτηση για την Πληροφορική, τους υπολογιστές, το Internet και για το πώς αυτά μπορούν να ενσωματωθούν στην εκπαιδευτική διαδικασία έχει σήμερα πάρει μεγάλες διαστάσεις. Το υπουργείο Παιδείας έχει βεβαίως εξοπλίσει τα σχολεία με εργαστήρια Πληροφορικής, αλλά αυτό είναι ένα πολύ μικρό πρώτο βήμα. Πρέπει να εξοικειωθούν οι μαθητές και κυρίως οι εκπαιδευτικοί στη χρήση των υπολογιστών για να μπορέσουν να ενσωματωθούν (οι υπολογιστές) στην εκπαιδευτική διαδικασία. Αλλά και αυτά μόνα τους δεν αρκούν. Χρειάζεται και το κατάλληλο εκπαιδευτικό λογισμικό.

Σήμερα η παραγωγή εκπαιδευτικού λογισμικού στην Ελλάδα είναι πολύ μικρή, ενώ η ποιότητα του διεθνούς εκπαιδευτικού λογισμικού σύμφωνα με την άποψη του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου (3) είναι οι εξής:

‘... Δυστυχώς, τα παραδείγματα εκπαιδευτικού λογισμικού καλής ποιότητας, είναι διεθνώς πολύ λίγα. Σχετικές μελέτες που διεξάγονται τα δεκαπέντε τελευταία χρόνια στην Ευρώπη και στις ΗΠΑ, συγκλίνουν στο συμπέρασμα ότι τα τρία βασικά αίτια που προκαλούν την έλλειψη εκπαιδευτικού λογισμικού καλής ποιότητας, είναι τα εξής:

α. Το εκπαιδευτικό λογισμικό παράγεται ως ανεξάρτητο προϊόν και όχι ως μέρος ενός πακέτου διδακτικού υλικού που εξυπηρετεί συγκεκριμένο Πρόγραμμα Σπουδών.

β. Οι μηχανισμοί για την αξιολόγηση του εκπαιδευτικού λογισμικού είναι ανεπαρκείς.

γ. Το κόστος παραγωγής είναι μεγάλο.’ (Γ. Παπαδόπουλος: Έλεγχος ποιότητας εκπαιδευτικού λογισμικού: Ο σχεδιασμός και το έργο του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου).

Οι προτάσεις απευθύνονται και στους εκπαιδευτικούς και στην πολιτεία.

A. Οι εκπαιδευτικοί οφείλουν να μάθουν τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών και των δημοφιλών προγραμμάτων. Με αυτά θα μπορέσουν να ανταποκριθούν στοιχειωδώς στη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού στη διδασκαλία. Εύκολη είναι και η εκμάθηση προϊόντων δημιουργίας παρουσιάσεων, ώστε να είναι σε θέση να κάνουν οι ίδιοι εκπαιδευτικές παρουσιάσεις με όλη τη δύναμη και τα μέσα που προσφέρουν σήμερα οι υπολογιστές (ήχος, κίνηση, αλληλεπίδραση, διασύνδεση). Ακόμα και οι γλώσσες προγραμματισμού έχουν γίνει σήμερα αρκετά φιλικές, ώστε να είναι σχετικά εύκολη υπόθεση η δημιουργία ενός απλού προγράμματος.

B. Η πολιτεία οφείλει να δημιουργήσει το κατάλληλο περιβάλλον, ώστε να μπορέσουν οι εκπαιδευτικοί να ασχοληθούν με τη χρήση και την κατασκευή εκπαιδευτικού λογισμικού. Πρέπει να γίνει κατάλληλη επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στη χρήση υπολογιστών και ακόμα να ενθαρρύνει αυτούς που είναι διατεθειμένοι να ασχοληθούν με την κατασκευή εκπαιδευτικού λογισμικού. Δεν είναι αρκετό να εξοπλιστούν τα σχολεία με εργαστήρια πληροφορικής και προγράμματα εκπαιδευτικού λογισμικού.

Πρέπει να είναι δυνατή η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού στην τάξη. Επειδή σήμερα υπάρχουν σε αρκετές σχολικές μονάδες εκπαιδευτικοί με αρκετά καλές γνώσεις Πληροφορικής, αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν πυρήνες σε προγράμματα ενδοσχολικής επιμόρφωσης σχετικά με την παραγωγή εκπαιδευτικού λογισμικού με απλά μέσα. Τα παραπάνω κοστίζουν βεβαίως αρκετά, αλλά είναι απαραίτητα για να μην αποξενωθεί το εκπαιδευτικό λογισμικό από τους εκπαιδευτικούς.

3. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ

3.1 Ιστορική εξέλιξη Ανάλυσης

Η έννοια της συνάρτησης αποτελεί κεντρική έννοια στην Επιστήμη των Μαθηματικών και των εφαρμογών τους και ανάγεται στη γενική τάση του ανθρώπου να συνδέει δυο ποσότητες, η οποία είναι τόσο αρχαία όσο και τα ίδια τα Μαθηματικά.

Κατά την περίοδο των αρχαίων Ελλήνων η ιδέα του λόγου δύο μεγεθών αποτελεί μια πρόμη μορφή συναρτησιακού συσχετισμού.

Κατά την Αναγέννηση η μαθηματική μελέτη της κίνησης είναι εκείνη που οδηγεί στις δυναμικές ιδέες του Απειροστικού λογισμού όπως η παράγωγος και το διαφορικό. Ο Καρτέσιος με τις εργασίες του έδωσε σημαντική ώθηση στα μαθηματικά του 17^{ου} αιώνα κάνοντας χρήση των συντεταγμένων θεμελιώνοντας την αναλυτική γεωμετρία (La Géométrie 1637).

Ο όρος συνάρτηση χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Leibniz το 1692 για να περιγράψει μια ποσότητα που σχετίζεται με μια καμπύλη. Το 1694 ο όρος συνάρτηση χρησιμοποιήθηκε από τον Bernoulli με την ίδια έννοια, ενώ το 1718 ο Bernoulli όρισε τη συνάρτηση σαν μια « ποσότητα αποτελούμενη κατά οποιοδήποτε τρόπο από μια μεταβλητή και σταθερές». Ο συμβολισμός $f(x)$ εισήχθη το 1734 από το Euler (από το function δηλ λειτουργία ή διαδικασία). Στον 18^ο αιώνα οι ερμηνείες του Euler, Lagrange, Laplace για την φύση των απειροστών, την έννοια του ορίου και του συνεχούς παρέσυρε τους μαθηματικούς σε λανθάνουσες αντιλήψεις για τις έννοιες ορίου, συνέχειας, παραγώγου κ.λπ.

Τον 19^ο αιώνα όμως η μαθηματική επιστήμη εξελίχθηκε ταχύτατα προς δυο βασικά εργαλεία του απειροστικού λογισμού δημιουργώντας ένα αυστηρό σύστημα ανάλυσης και έφερε στο προσκήνιο νέες ιδέες που οδήγησαν στην ανακάλυψη νέων μαθηματικών με τις θεωρίες απειροσυνόλων, των μη Ευκλείδειων Γεωμετριών, των αλγεβρικών δομών κ.λπ. Κυριαρχεί το αίτημα της θεμελίωσης των Μαθηματικών με τη συμβολή μεγάλων Μαθηματικών της εποχής όπως οι Lagrange, Legendre, Cauchy, Bolzano, Dedekind, Cantor, Weierstrass, Peano, Frege, Dirichlet κ.α.

Κατά το 20^ο αιώνα η μεγάλη ώθηση στα Μαθηματικά προήλθε από πρωτοποριακές εργασίες στα απειροσύνολα, τη θεωρία συνόλων και την ανάπτυξη και τελειοποίηση του H/Y.

Η εισαγωγή στις θεμελιώδεις έννοιες της ανάλυσης αποτελεί μια κρίσιμη φάση στη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών γιατί τους προσφέρει τη δυνατότητα να αρχίσουν να σκέπτονται με ποιότητα νέους και διαφορετικούς τρόπους. Η μελέτη των μαθηματικών δίνει την ευκαιρία στο άτομο να σκεφτεί με αφηρημένο τρόπο, να κατασκευάσει μοντέλα ερμηνείας του κόσμου του και να εξαγάγει συμπεράσματα από βασικές υποθέσεις. Δυστυχώς όμως οι έννοιες αυτές εισάγονται τον τελευταίο χρόνο στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση σαν μια συλλογή από μηχανικές διαδικασίες, τυποποιημένες τεχνικές λεπτομέρειες, χωρίς αποδείξεις των θεωρημάτων και παρουσιάζονται με αυστηροφανή τρόπο επαναλαμβανόμενες χωρίς όμως ουσιαστική κατανόηση από τους μαθητές.

Όταν η παρουσίαση γίνει με μια εννοιολογική προσέγγιση, η οποία εξασφαλίζει την ουσιαστική κατανόηση και αποφεύγει τη στείρα και σχολαστική αυστηρότητα τότε πολλαπλασιάζεται η ικανότητα εφαρμογής. Το μάθημα της Ανάλυσης ενοποιεί όλη την προηγούμενη μαθηματική ύλη και εισάγει τον μαθητή σε ένα σύνολο εννοιών και μεθόδων που εφαρμόζονται ε όλες τις επιστήμες. Το όριο και η συνέχεια εισάγονται διαισθητικά με τη βοήθεια στατικών εικόνων και δίνεται η ευκαιρία οι μαθητές να κατανοήσουν σε βάθος τις ιδιότητες των συναρτήσεων και να μελετήσουν τη συμπεριφορά τους σε σημεία που δεν ορίζονται. Η μελέτη των παραγώγων δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση φαινομένων στιγμιαίας μεταβολής, μύηση στις δυναμικές τεχνικές της βελτιστοποίησης και στις εφαρμογές ακροτάτων.

Η ολοκλήρωση επιτρέπει στους μαθητές να κατανοήσουν έννοιες που συσχετίζονται με τα όρια ακολουθιών και υπολογισμό επιφανειών και όγκων.

Τα προβλήματα κατανόησης των εννοιών στο μάθημα της ανάλυσης είναι:

- Γνωστικά: Οι μαθητές δεν είναι κατάλληλα προετοιμασμένοι για να εισαχθούν στη μελέτη των εννοιών της ανάλυσης. Έχουν φτωχό μαθηματικό υπόβαθρο, δεν έχουν εμπεδώσει σε βάθος προαπαιτούμενες έννοιες και τεχνικές, με συνέπεια την έλλειψη κατανόησης, αδυναμία εφαρμογής των εννοιών αυτών και δύσκολη ή αδύνατη η μελέτη της ανάλυσης.
- Μαθηματική γλώσσα: Οι έννοιες της ανάλυσης απαιτούν ειδική συμβολική γλώσσα για την οποία οι μαθητές είναι απροετοίμαστοι.

- **Μαθηματική αυστηρότητα:** Η διδασκαλία της ανάλυσης ακολουθεί τη φυσική πορεία της ιστορικής εξέλιξης και οι διαισθητικές ιδέες προηγούνται των λογικό- αυστηρών μαθηματικών θεμελιώσεων. Έτσι ο μαθητής αδυνατεί να κατανοήσει την προέλευση μαθηματικών ιδεών που βρίσκονται πίσω από τις θεμελιώδεις έννοιες και τεχνικές και οδηγείται σε μηχανική μάθηση.
- **Διδακτική μεθοδολογία:** Η έκταση της ύλης, ο περιορισμένος χρόνος και ο τρόπος παρουσίασης του περιεχομένου καλλιεργούν την τυποποιημένη-μηχανική διδασκαλία.

3.2 Η τεχνολογία στην ανάλυση

Η εισαγωγή στις θεμελιώδεις έννοιες της ανάλυσης αποτελεί μια κρίσιμη φάση στην μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών γιατί τους προσφέρει τη δυνατότητα να αρχίσουν να σκέπτονται με ποιότητα νέους και διαφορετικούς τρόπους. Η μελέτη των μαθηματικών δίνει την ευκαιρία στο άτομο να σκεφτεί με αφηρημένο τρόπο, να κατασκευάσει μοντέλα ερμηνείας του κόσμου του και να εξαγάγει συμπεράσματα από βασικές υποθέσεις.

Δυστυχώς όμως οι έννοιες αυτές εισάγονται τον τελευταίο χρόνο στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση σαν μια συλλογή από μηχανικές διαδικασίες, τυποποιημένες τεχνικές λεπτομέρειες, χωρίς αποδείξεις των θεωρημάτων και παρουσιάζονται με αυστηροφανή τρόπο επαναλαμβανόμενες χωρίς όμως ουσιαστική κατανόηση από τους μαθητές.

Όταν η παρουσίαση γίνει με μια εννοιολογική προσέγγιση, η οποία εξασφαλίζει την ουσιαστική κατανόηση και αποφεύγει τη στείρα και σχολαστική αυστηρότητα τότε πολλαπλασιάζεται η ικανότητα εφαρμογής.

Το μάθημα της Ανάλυσης ενοποιεί όλη την προηγούμενη μαθηματική ύλη και εισαγάγει τον μαθητή σε ένα σύνολο εννοιών και μεθόδων που εφαρμόζονται σε όλες τις επιστήμες. Το όριο και η συνέχεια εισάγονται διαισθητικά με τη βοήθεια στατικών εικόνων και δίνεται η ευκαιρία οι μαθητές να κατανοήσουν σε βάθος τις ιδιότητες των συναρτήσεων και να μελετήσουν τη συμπεριφορά τους σε σημεία που δεν ορίζονται. Η μελέτη των παραγώγων δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση φαινομένων στιγμιαίας μεταβολής, μύηση στις δυναμικές τεχνικές της βελτιστοποίησης και στις εφαρμογές ακρότατων.

Η ολοκλήρωση επιτρέπει στους μαθητές να κατανοήσουν έννοιες που συσχετίζονται με τα όρια ακολουθιών και υπολογισμού επιφανειών και όγκων.

Τα προβλήματα κατανόησης των εννοιών στο μάθημα της ανάλυσης είναι:

- i. Γνωστικά: Οι μαθητές δεν είναι κατάλληλα προετοιμασμένοι για να ενισχυθούν στη μελέτη των εννοιών της ανάλυσης. Έχουν φτωχό μαθηματικό υπόβαθρο, δεν έχουν εμπειρία σε βάθος προαπαιτούμενες έννοιες και τεχνικές, με συνέπεια την έλλειψη κατανόησης, αδυναμία εφαρμογής των εννοιών αυτών και δύσκολη ή αδύνατη η μελέτη της ανάλυσης.
- ii. Μαθηματική γλώσσα: Οι έννοιες της ανάλυσης απαιτούν ειδική συμβολική γλώσσα για την οποία οι μαθητές είναι απροετοίμαστοι.
- iii. Μαθηματική αυστηρότητα: Η διδασκαλία της ανάλυσης ακολουθεί τη φυσική πορεία της ιστορικής εξέλιξης και οι διαισθητικές ιδέες προηγούνται των λογικών- αυστηρών μαθηματικών θεμελιώσεων. Έτσι ο μαθητής αδυνατεί να κατανοήσει την προέλευση των μαθηματικών ιδεών που βρίσκονται πίσω από τις θεμελιώδεις έννοιες και τεχνικές και οδηγείται σε μηχανική μάθηση.
- iv. Διδακτική μεθοδολογία: Η έκταση της ύλης, ο περιορισμένος χρόνος και ο τρόπος παρουσίασης του περιεχομένου καλλιεργούν την τυποποιημένη – μη μηχανική διδασκαλία.

3.3 Είδη εκπαιδευτικών λογισμικών

A. Σήμερα στο ελληνικό σχολείο τα εκπαιδευτικά λογισμικά που έχουν σχεδιαστεί για εκπαιδευτικούς σκοπούς και μπορεί να έχουν εφαρμογή στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση είναι:

α. Το Cabri-Geometry II

Προσφέρεται κυρίως για διερευνητική μάθηση και πειραματισμό σε μεγάλο μέρος των μαθηματικών στις τελευταίες τάξεις του Δημοτικού, όλες τις τάξεις του Γυμνασίου και του Λυκείου. Είναι εργαλείο δυναμικής διαχείρισης γεωμετρικών σχημάτων και αλγεβρικών παραστάσεων κατάλληλο για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας της Άλγεβρας, της Ανάλυσης και των Φυσικών επιστημών. Το λογισμικό μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε γεωμετρικά αντικείμενα με τη δυνατότητα μετακίνησης, περιστροφής, αυξομείωσης, ανάκλασης κ.λπ.

Είναι προϊόν του IMAG (Ινστιτούτο Πληροφορικής και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών) του Πανεπιστημίου Joseph Fourier της Γκρενόμπλ και του CNRS (Εθνικό κέντρο Επιστημονικής Έρευνας της Γαλλίας).

Το πρόγραμμα μπορεί να ενταχθεί στο κύριο διδακτικό έργο του σχολείου και ανταποκρίνεται στις ανάγκες των μαθητών και των εκπαιδευτικών. Συμπληρώνει τη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία Προκαλεί και διατηρεί το ενδιαφέρον των μαθητών, ενισχύει τη διερευνητική και ενεργητική μάθηση. Προσφέρει τη δυνατότητα για πολλαπλή αναπαράσταση της γνώσης και είναι απλό και φιλικό στη χρήση του από εκπαιδευτικούς και μαθητές που δεν έχουν ιδιαίτερη ειδίκευση σε υπολογιστές.

β. The Geometer's sketchpad

Είναι ένα ισχυρό εργαλείο για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας, της Άλγεβρας, της Τριγωνομετρίας και της Ανάλυσης.

Σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε μετά από πολύχρονες έρευνες στη διδακτική των μαθηματικών. Είναι ένα διεθνώς αναγνωρισμένο εργαλείο μάθησης ιδανικό για την οργάνωση δραστηριοτήτων διερευνητικής μάθησης στο σχολικό εργαστήρι και στο σπίτι. Αξιοποιεί τις δυνατότητες των νέων τεχνολογιών και βοηθά στην κατανόηση με ολοκληρωμένο τρόπο εννοιών και διαδικασιών μέσα από την επίλυση προβλημάτων και πειραματισμό. Η παιδαγωγική προσέγγιση του στηρίζεται στη άποψη ότι η μάθηση προϋποθέτει την ενεργητική συμμετοχή των μαθητών όλης της τάξης και την αλληλεπίδραση των μαθητών με τα διδακτικά εργαλεία. Παρέχει τη δυνατότητα για απόκτηση ικανότητας για διερεύνηση, ανάλυση, σύνθεση, αντιμετώπιση και κατανόηση εννοιών μέσα από την οργάνωση νοητικών δομών. Η σημαντικότερη δυνατότητα που έχει είναι η άμεση διαχείριση των μαθηματικών αντικειμένων και σχημάτων από διαφορετικές οπτικές γωνίες με δυνατότητα κίνησης και ταυτόχρονης παρακολούθησης της αλλαγής των διάφορων στοιχείων και μεγεθών σχήματος.

γ. The Function Probe

προορίζεται να χρησιμοποιηθεί σε μαθήματα άλγεβρας, τριγωνομετρίας και ανάλυσης (πριν τον διαφορικό και ολοκληρωτικό λογισμό) στις τάξεις γυμνασίου και λυκείου. Είναι ευέλικτο και δυναμικό εργαλείο, σχεδιασμένο έτσι ώστε να είναι εύκολο στην εκμάθηση και τη χρήση. Οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να συμμετέχουν ενεργά στη χρήση του προγράμματος, οι καθηγητές μπορούν να επιδεικνύουν τεχνικές επίλυσης προβλημάτων και να καθοδηγούν συζητήσεις μέσα στην τάξη. Δεν είναι αυστηρά συνδεδεμένο με συγκεκριμένο διδακτικό υλικό αλλά αντίθετα είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να είναι συμβατό με ενέργειες και αναπαραστάσεις που δημιουργούν και

χρησιμοποιούν οι μαθητές στα προβλήματα που συναντούν κατά την μελέτη των μαθηματικών. Οι μαθητές μπορούν να μάθουν με ποιοτικό τρόπο τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων, να κατασκευάζουν πίνακες τιμών, να μετασχηματίζουν δυναμικά και εποπτικά τη γραφική συνάρτηση μιας συνάρτησης, να επιλέγουν καρτεσιανό, λογαριθμικό ή πολικό σύστημα αξόνων, να δουλεύουν με παραμετρικούς τύπους, να καλέσουν μια συνάρτηση που έχει οριστεί σε ένα παράθυρο από άλλο παράθυρο.

B. Τα πιο διαδεδομένα υπολογιστικά συστήματα άλγεβρας γενικού σκοπού σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης είναι το Mathematica, το Maple, το Matlab, το Derive κ.α.

α) Το Mathematica είναι ένα υπολογιστικό σύστημα άλγεβρας γενικού σκοπού που μας δίνει την δυνατότητα εκτέλεσης όχι μόνο αριθμητικών αλλά και πολύπλοκων συμβολικών αλγεβρικών υπολογισμών που καλύπτουν όλο το φάσμα από τον ακριβή υπολογισμό των ριζών πολυωνύμου, της τιμής ενός ολοκληρώματος μέχρι και επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Η Mathematica είναι ένα πρόγραμμα υψηλής περιεκτικότητας σε αφηρημένες μαθηματικές έννοιες και γι' αυτό είναι πολύ κομψότερο στην εσωτερική δομή και τον τρόπο λειτουργίας από τα κοινά προγράμματα αριθμητικών υπολογισμών. Οι εκπληκτικές δυνατότητες που έχει στην γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων την καθιστά μοναδικό εργαλείο στα Μαθηματικά και στις εφαρμογές τους.

Η γλώσσα που διαθέτει δίνει τη δυνατότητα προγραμματισμού με διαφορετικά στυλ όπως με τη μέθοδο του διαδικασιακού προγραμματισμού, του συναρτησιακού προγραμματισμού και του κανονοκεντρικού προγραμματισμού.

Λόγω των δυνατοτήτων που έχει, χρησιμοποιείται ευρέως στην τριτοβάθμια εκπαίδευση και με λιγότερες εφαρμογές στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

β) Ο Maple V αναπτύχθηκε στο πανεπιστήμιο του Waterloo και σε άλλα πρωτοπόρα και γνωστά πανεπιστήμια σε όλο τον κόσμο. Το όρισμα που έχει είναι η δημιουργία ενός πλούσιου περιβάλλοντος που θα επιτρέπει μαθηματικές πληροφορίες να μοιράζονται μεταξύ προγραμμάτων που είναι συμβατά με το πρότυπο OPEN Math Tm. Προσφέρει από απλές παρουσιάσεις νόμων και ορισμών μέσα στη τάξη μέχρι την αποτελεσματική δημιουργία υλικού διδασκαλίας. Το πρόγραμμα Maple V Release 5 είναι ιδανικό για την διδασκαλία των Μαθηματικών. Το αμφίδρομο και ανοιχτό περιβάλλον του μας επιτρέπει την ανάπτυξη ερωτήσεων, προβλημάτων, ασκήσεων αλλά και εξετάσεων on-line. Καθιστά τη διδασκαλία ευχάριστη και κάνει την

διαδικασία της διδασκαλίας πιο δυναμική. Χρησιμοποιείται από πολλά ιδρύματα εκπαιδευτικά σε όλο τον κόσμο για διδασκαλία, προετοιμασία μαθημάτων και ανάπτυξη διδακτικού υλικού σε όλα τα επίπεδα της Άλγεβρας, Φυσικής, Χημείας, Οικονομικών, στατικής, μηχανικής, υδραυλικής.

Επιτρέπει την απρόσκοπτη μετατροπή μαθηματικών πληροφοριών και εκφράσεων μεταξύ διαφορετικών προγραμμάτων.

γ) Το Matlab είναι ένα πρόγραμμα για αριθμητικούς υπολογισμούς ειδικά στην γραμμική Άλγεβρα. Είναι ένα ισχυρό εργαλείο στην οπτικοποίηση, στον προγραμματισμό, στην έρευνα και στις επικοινωνίες. Περιέχει μοντέρνους αλγόριθμους, δυνατότητες χειρισμού τεράστιων ποσοτήτων δεδομένων και ισχυρά προγραμματιστικά εργαλεία. Δεν είναι σχεδιασμένο για συμβολικούς υπολογισμούς αλλά αυτό αντισταθμίζεται γιατί συνδέεται άμεσα με Maple.

δ) Το Derive είναι ένα μαθηματικό υπολογιστικό πρόγραμμα. Επεξεργάζεται και επιλύει αλγεβρικές μεταβλητές, παραστάσεις, εξισώσεις, συναρτήσεις, διανύσματα και πίνακες. Επιτελεί αριθμητικούς, συμβολικούς υπολογισμούς και γραφικούς υπολογισμούς σε δυο και τρεις διαστάσεις. Αποτελεί εξαιρετικό εργαλείο για την εκτέλεση και εφαρμογή, τη διδασκαλία και εκμάθηση Μαθηματικών και τεκμηρίωση μαθηματικών εργασιών. Ανοίγει νέους ορίζοντες στη διδασκαλία εκμάθηση και κατανόηση των μαθηματικών. Μέσα από τυπικά μαθηματικά προβλήματα λυκείου και γυμνασίου χρησιμοποιείται και για καθημερινά ζητήματα. Είναι εύχρηστο και πολύ βολικό για την δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

ΜΕΡΟΣ Β

Εισαγωγή

Από όλες τις ενότητες των Μαθηματικών, μετά τη γεωμετρία, η ανάλυση έχει συγκεντρώσει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον, και έχουν γίνει προσπάθειες και επενδύσεις για παιδαγωγική αξιοποίηση της σύγχρονης τεχνολογίας στην εκπαίδευση. Αυτό είναι συνέπεια της αποδοχής ότι η παραδοσιακή προσέγγιση της ανάλυσης δεν είναι ικανοποιητική. Η παραδοσιακή διαδικασία χρησιμοποιεί συμβολικές τεχνικές για παραγωγή, ολοκλήρωση και επίλυση διαφορικών εξισώσεων με συμπληρωματική βοήθεια στατικών εικόνων ή γραφημάτων.

Με το σχεδιασμό νέων εκπαιδευτικών εργαλείων και μέσων δημιουργήθηκαν τα υπολογιστικά αλγεβρικά συστήματα, τα γραφικά λογισμικά για την εισαγωγή και διερεύνηση των εννοιών της ανάλυσης προσφέροντας δυνατότητα προσέγγισης της ανάλυσης με πολύπλευρο τρόπο. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να οδηγήσουν από την μάθηση τεχνικών για την επίλυση ασκήσεων και το μηχανικό χειρισμό συμβόλων στην ανάπτυξη υψηλότερου επίπεδου γνωστικών ικανοτήτων για την κατανόηση των εννοιών. Ο υπολογιστής εξασφαλίζει ευκαιρίες για δυναμική οπτικοποίηση και ο έλεγχος από τον μαθητή δυναμικών εννοιών μπορεί να οδηγήσει σε νέες αντιλήψεις για τις έννοιες.

Η εργασία επικεντρώνεται στο να εξετάσει τους τρόπους με τους οποίους μπορεί ο καθηγητής Μαθηματικών στην Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση να προσεγγίσει διδακτικά με την βοήθεια νέων τεχνολογιών και εκπαιδευτικών λογισμικών σημαντικές έννοιες της Ανάλυσης.

Η διαφορετική προσέγγιση γενικά στην ανάλυση αφορά τις έννοιες του ορίου συνάρτησης, την εξίσωση εφαπτομένης σε σημείο της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης, τις γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης f , της παραγώγου f' , της δεύτερης παραγώγου f'' και της αντίστροφης συνάρτησης με τις ιδιότητες που απορρέουν από αυτές, την έννοια της συνέχειας, τα θεωρήματα Μέσης Τιμής – Rolle-Fermat, τη μελέτη μονοτονίας ακρότατων, σημείων καμπής και καμπυλότητας μιας συνάρτησης και το ορισμένο ολοκλήρωμα.

Η παρουσίαση έγινε μετά την διδασκαλία των εννοιών της εφαπτομένης σε σημείο της γραφικής παράστασης συνάρτησης και τη μελέτη με τη βοήθεια των παραγώγων στο σχολικό εγχειρίδιο της τρίτης τάξης του Λυκείου σε μαθητές Θετικής και Τεχνολογικής κατεύθυνσης, σύμφωνα με τις οδηγίες του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για τη διδασκαλία των εννοιών αυτών.

Η αποτελεσματική διδασκαλία μιας έννοιας πρέπει να στηρίζεται στη διαισθητική γνώση και τις προηγούμενες εμπειρίες των μαθητών που παίζουν καθοριστικό λόγο στη μάθηση της έννοιας με υποστήριξη, ενίσχυση και καθοδήγηση στην ανακάλυψη της γνώσης.

Με τη βοήθεια του λογισμικού Geometer's Sketchpad οι μαθητές θα καταλήξουν σε συμπεράσματα για τον συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης και την σύνδεση της με τον παράγωγο αριθμό $f'(x_0)$. Σχεδιάζοντας τις γραφικές παραστάσεις της $f'(x)$ και $f''(x)$ θα εντοπίσουν την μονοτονία, την καμπυλότητα, τα ακρότατα και τα σημεία καμπής της συνάρτησης f . Η διδακτική αξιοποίηση τεχνολογικών εργαλείων δίνει νέες ευκαιρίες για δημιουργία περιβαλλόντων τα οποία βελτιώνουν τις παραδοσιακές διδακτικές προσεγγίσεις, αλλά κυρίως εισάγουν νέες μορφές και ευκαιρίες μάθησης. Η εισαγωγή της τεχνολογίας στην μαθηματική διαδικασία μετασχηματίζει τόσο τις δυναμικές πρακτικές όσο και τα ίδια τα μαθηματικά ως γνωστικό αντικείμενο. Η δυναμική οπτικοποίηση αλγεβρικών ποσοτήτων προκαλούν την διερευνητική διάθεση των χρηστών. Η δυνατότητα κίνησης των αντικειμένων και η εισαγωγή παραμέτρων στην κατασκευή, δίνουν την ευκαιρία στον διδάσκοντα να σχεδιάσει ανοικτές καταστάσεις προβλήματος οι οποίες απαιτούν την διατύπωση εικασιών και τον έλεγχο τους. Μπορούμε να δημιουργήσουμε δραστηριότητες οι οποίες καταργούν τα στεγανά μεταξύ των διάφορων αλγεβρικών περιοχών και αναδεικνύουν ένα ενιαίο γενικό πλαίσιο μαθηματικής δράσης. Οι ανοικτές καταστάσεις προβλήματος και η δυναμική φύση των μαθηματικών αντικειμένων δημιουργούν νέους πυρήνες διαπραγμάτευσης και επικοινωνίας μεταξύ των μαθητών.

Επιχειρείται μια εκτίμηση για τα αίτια των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση των εννοιών αυτών και φιλοδοξεί να συνεισφέρει στον προβληματισμό για καλύτερη εμπέδωση και αντιμετώπιση των δυσκολιών με τη χρήση των νέων τεχνολογιών.

Η έρευνα επιδιώκει να εξακριβώσει αν:

- i. Είναι το λογισμικό Geometer's Sketchpad εύχρηστο από τους μαθητές με μικρή εμπειρία στη χρήση ψηφιακών τεχνολογιών ένα εργαλείο για τη διερεύνηση και μελέτη των εννοιών εφαπτομένη γραφικής παράστασης συνάρτησης, μονοτονία, ακρότατα, καμπυλότητα, σημεία καμπής.

- ii. Μπορούν οι μαθητές αξιοποιώντας τις δυνατότητες του να οδηγηθούν στην εννοιολογική κατανόηση των ορισμών αυτών και των νοημάτων της ενότητας αυτής.
- iii. Μπορούν οι μαθητές να οδηγηθούν στη βαθύτερη κατανόηση των εννοιών αυτών.
- iv. Ο καθηγητής αξιοποιώντας την πρόσθετη παιδαγωγική αξία που παράγεται από την ένταξη του λογισμικού στη διδακτική διαδικασία μπορεί να σχεδιάσει και να οργανώσει μια διδασκαλία πλήρους κατανόησης και αποσαφήνισης των εννοιών αυτών.

Τα ερωτήματα που καλούνται να απαντήσουν οι μαθητές μετά τη διδασκαλία της ανάλυσης είναι :

- α) Τι γεωμετρικές εικόνες έχουν οι μαθητές σχετικά με την εφαπτομένη της καμπύλης;
- β) Τι είδους διαισθητικές αντιλήψεις έχουν;
- γ) Σε ποιο βαθμό κατανοούν τη θεωρία σε βασικές ενότητες όπως η μονοτονία, τα ακρότατα, τα Σ.Κ και η καμπυλότητα;
- δ) Ποιες αλγεβρικές πληροφορίες προκύπτουν από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, τη γραφική παράσταση της παραγώγου και της γραφικής παράστασης της δεύτερης παραγώγου;
- ε) Πως μπορούν να χειριστούν τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f-f'$, $f'-f''$ και αντίστροφα;
- στ) Πως μπορούν από τις γεωμετρικές παραστάσεις να κατανοήσουν εννοιολογικά

Διδασκαλία σε εργαστήριο- Φύλλα εργασίας

Η διδασκαλία γίνεται σε εργαστήριο πληροφορικής με τη χρήση του λογισμικού Geometer's Sketchpad. Η προσέγγιση είναι βιωματική και γίνεται με τη βοήθεια λογισμικού. Οι μαθητές κάθονται σε ομάδες 2 και 3 ατόμων σε κάθε υπολογιστή και συνεργάζονται μεταξύ τους για την συμπλήρωση των φύλλων εργασίας που τους δίνονται. Στους μαθητές έχει γίνει μια πειραματική διαδικασία εξοικείωσης με το παραπάνω λογισμικό ώστε να είναι σε θέση να ανταποκριθούν στις ανάγκες των δραστηριοτήτων που τους δίνεται. Κάθε φύλλο εργασίας για να ολοκληρωθεί χρειάζεται μια διδακτική ώρα.

Η μέθοδος είναι ανακαλυπτική ή καθοδηγούμενη ανακαλυπτική σε κάποια σημεία και η ενεργή συμμετοχή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία, η λειτουργία του μέσα στην ομάδα οδηγεί στην συνεργατική και βιωματική μάθηση. Το μάθημα στο εργαστήριο είναι ασύγχρονο αφού σε κάθε υπολογιστή οι μαθητές βρίσκονται σε διαφορετικό σημείο σε αντίθεση με την τάξη όπου όλοι κοιτάζουν το ίδιο αντικείμενο από τον καθηγητή. Το θέμα διαπραγμάτευσης μπορεί να είναι ανοικτό και να μην είναι γνωστό εκ των προτέρων το ζητούμενο. Οι μαθητές προσεγγίζουν το θέμα από την δική τους οπτική γωνία, δρουν μόνοι τους και δεν φθάνουν όλοι στο ίδιο αποτέλεσμα. Ο έλεγχος της τάξης για να έχουμε διδακτικά και παιδαγωγικά αποτελέσματα απαιτεί εκπαίδευση και εμπειρία. Σχεδιάζοντας το μάθημα στο εργαστήριο θα πρέπει να υπάρχουν σαφείς διδακτικοί και παιδαγωγικοί στόχοι. Κάθε μάθημα δεν μπορεί να μεταφερθεί στο εργαστήριο. Κάνουμε μάθημα στο εργαστήριο μόνο αν δείχνουμε πράγματα που δεν μπορούμε να δείξουμε στην τάξη. Δεν πρέπει να μεταφέρουμε τον πίνακα στις οθόνες των υπολογιστών. Πρέπει να μην φορτώνουμε τα σχήματα με πολλά πράγματα και μετρήσεις. Η μάθηση είναι αποτέλεσμα της δράσης κάθε ομάδας στις οποίες κάθε μαθητής έχει συγκεκριμένο ρόλο ώστε να κάνει εικασίες, να τις διερευνά να τις επαληθεύει και να τις επιλέγει από ένα πλήθος λύσεων. Ένα μάθημα στο εργαστήριο μπορεί να γίνει με κεντρική παρουσίαση από τον εκπαιδευτικό με την βοήθεια προτζέκτορα ή να μοιραστεί μια έτοιμη εργασία από τον εκπαιδευτικό στους μαθητές και να τους ζητηθεί να βρουν κάτι καθοδηγούμενοι από φύλλα εργασίας. Στην περίπτωση αυτή έχουμε διαφορετική προσέγγιση και δεν παρακολουθούν οι μαθητές τον εκπαιδευτικό αλλά ο εκπαιδευτικός τους μαθητές και καθοδηγεί, διορθώνει, συμπληρώνει. Τα φύλλα εργασίας πρέπει να έχουν λίγες ερωτήσεις να οδηγούν τους

μαθητές στην ανακάλυψη του ζητούμενου και να δίνουν τα συμπεράσματα μέσα από επαναληπτικές εργασίες.

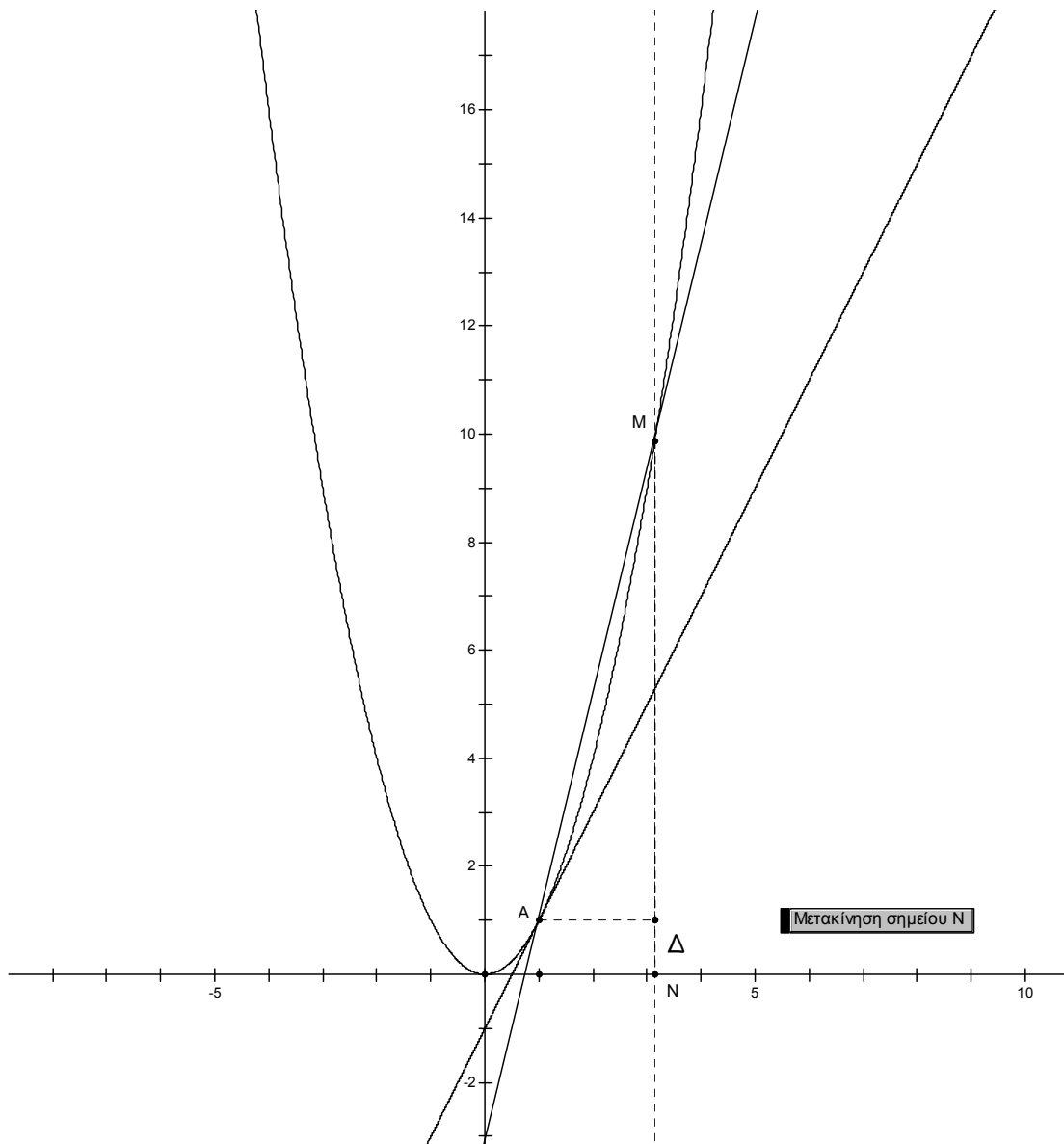
Εφαπτομένη Συνάρτησης

Ο ορισμός της εφαπτομένης μιας καμπύλης είναι μια πηγή δυσκολίας για τους μαθητές. Οι διαισθητικές ιδέες τους έρχονται σε σύγκρουση με το τυπικό ορισμό. Αρκετοί μαθητές δύσκολα οπτικοποιούν την εφαπτομένη σαν την οριακή θέση μια τέμνουσας.

Ο Tall (1985) αναφέρει ότι είναι λάθος των μαθηματικών να θεωρούν ως “διαισθητική” την προσέγγιση της εφαπτομένης με την οριακή θέση της τέμνουσας που διέρχεται από τα σημεία $(\chi, f(\chi))$ και $(\chi+h, f(\chi+h))$ για χ σταθερό και h μεταβλητό.

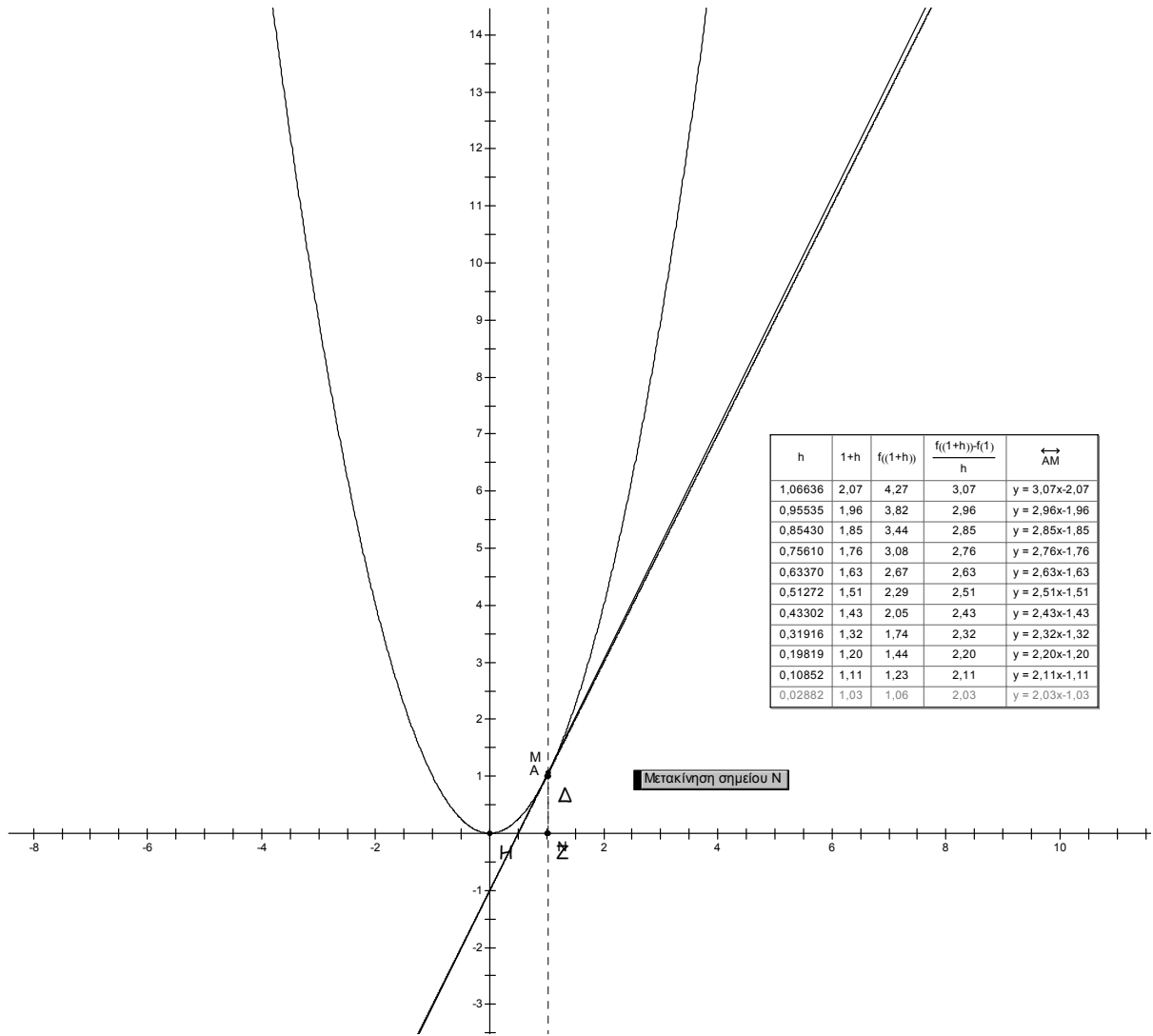
Το πρόβλημα της εφαπτομένης μιας καμπύλης σε ένα σημείο της απασχόλησε τους μαθηματικούς από πολύ παλιά. Οι αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί είχαν δώσει τον ορισμό: Εφαπτομένη μιας καμπύλης λέμε την ευθεία που έχει ένα μόνο κοινό σημείο με αυτή.

Η έννοια της εφαπτομένης είναι αρκετά προβληματική για τους μαθητές της Γ Λυκείου όπως ορίζεται στο μάθημα της Ανάλυσης. Η έννοια που έχουν αρχικά είναι η εφαπτομένη που έχει ένα κοινό σημείο με τον κύκλο από την Α΄ Λυκείου. Στην διδασκαλία της παραβολής στη Β΄ Λυκείου παρουσιάζεται σαν ευθεία με ένα κοινό σημείο με την καμπύλη αλλά αφήνει στο ίδιο ημιπίπεδο ολόκληρη την καμπύλη. Στην Γ΄ Λυκείου ανακαλύπτουν ότι η εφαπτομένη μπορεί να έχει κι άλλα κοινά σημεία με την καμπύλη και να διαπερνά την καμπύλη στο σημείο επαφής. Με την παρουσίαση της εργασίας θέλουμε να δούμε αν μπορούν διαισθητικά να αναγνωρίσουν την ύπαρξη ή όχι της εφαπτομένης σε κάποιο σημείο της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης



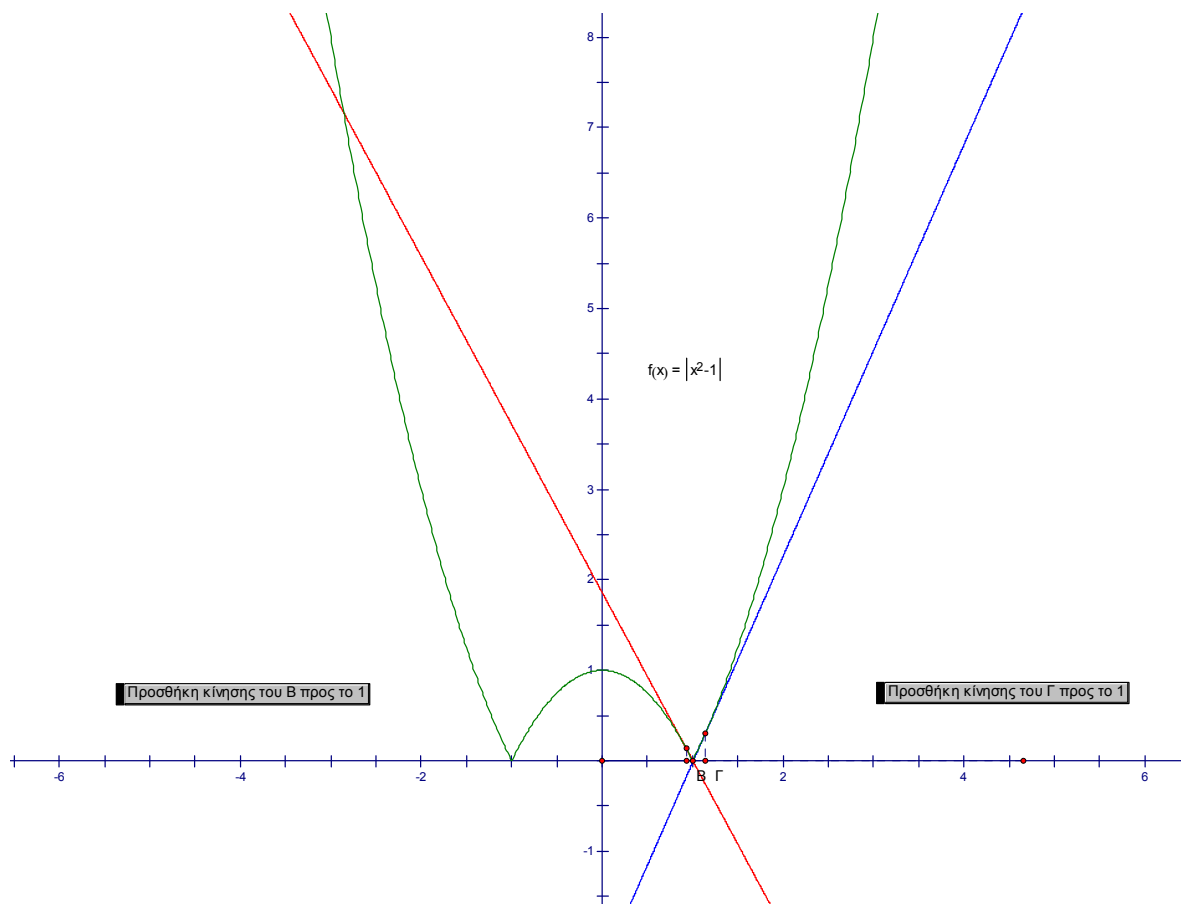
Σχήμα1

Γεωμετρική Προσέγγιση της Εφαπτομένης



Σχήμα 2

Αλγεβρική Προσέγγιση της Εφαπτομένης



Σχήμα 3

Μη ύπαρξη εφαπτομένης

Φύλλο Εργασίας Διδασκαλίας της Εφαπτομένης.

Στην οθόνη του υπολογιστή έχουμε ανοικτό το Scetchpad. Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^2$, πάνω σ' αυτή παίρνουμε το σταθερό σημείο $A(1,1)$, το σημείο M σε τυχαία θέση και την εφαπτομένη ευθεία στο σημείο αυτό. Μετακινούμε τυχαία το σημείο M και παρατηρούμε πως μετακινείτε και η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f .

- Μετακινείτε το σημείο M σε 3 διαφορετικές ακέραιες θέσεις και συμπληρώστε τον πίνακα.

Συντεταγμένες του M	Κλίση AM	γωνία ω	εφω	$M\Delta$	$A\Delta$	$M\Delta/A\Delta$

- Φτιάξτε με την βοήθεια του λογισμικού ένα πίνακα και συμπληρώστε 20 τιμές πλησιάζοντας το σημείο M προς το A . Τι παρατηρείτε;

.....

- Μετακινείτε το σημείο M ώστε η κλίση της ευθείας ε να είναι 0. Πότε συμβαίνει αυτό; Επιβεβαιώστε την εικασία με τη βοήθεια του 2^ο πίνακα.

.....

- Δίνοντας στο h πολύ μικρές τιμές να συμπληρώσετε τον πίνακα.

h	$1+h$	$f(1+h)$	λ	$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$	Εξίσωση εφαπτομένης

- Ζητάμε από τις μαθητές να διατυπώσουν την εικασία που οδηγούνται από τις συγκρίσεις των σημείων των δύο πινάκων.

.....

- Να επαληθεύσετε την εικασία με την εύρεση κλίσης της τέμνουσας που διέρχεται από τα σημεία $x=x_0$, $x=x_0+h$ και να την συνδέσετε με τον ορισμό της παραγώγου.

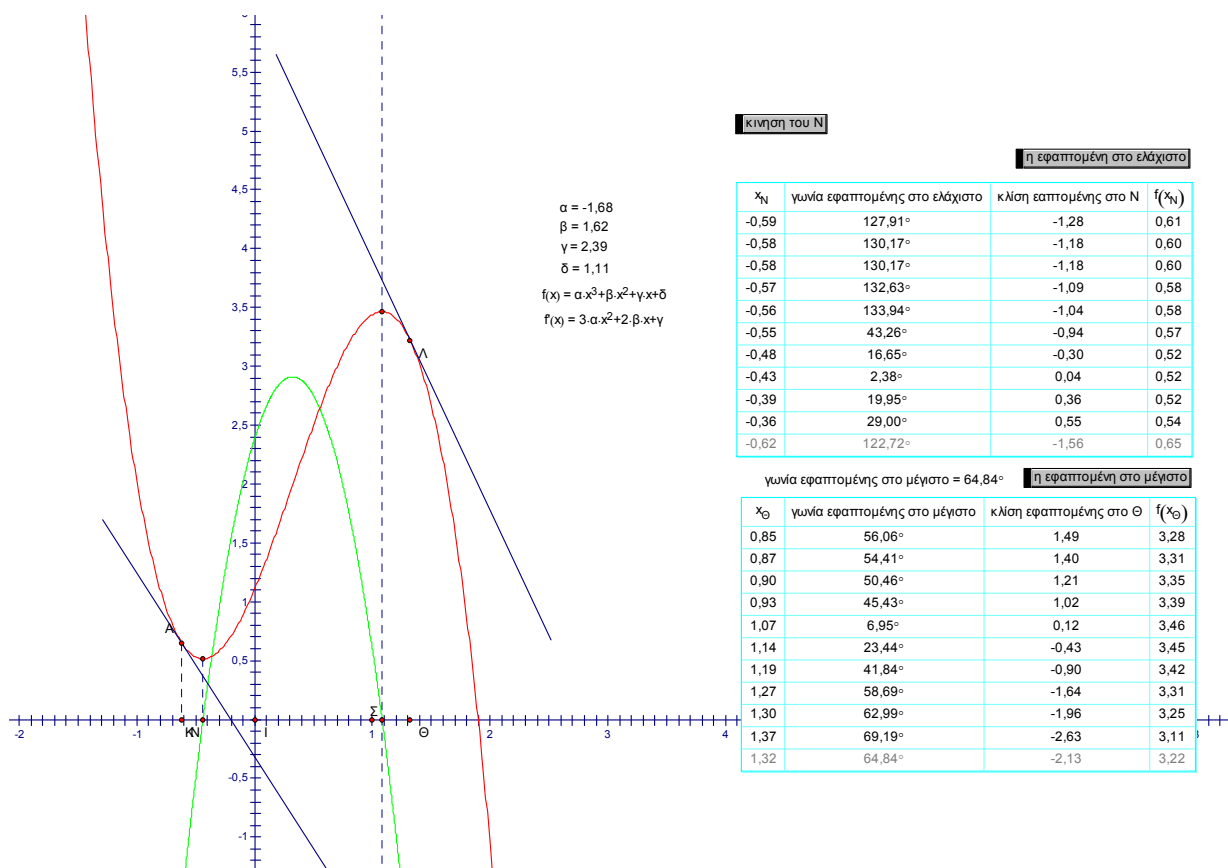
.....

- Στο τρίτο σχήμα σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^2-1/x$. Μετακινούμε το M στα διάφορα σημεία της γραφικής παράστασης σχεδιάζοντας την εφαπτομένη. Καταγράφουμε τις οριακές θέσεις των ημιεφαπτομένων στα σημεία $x=-1$, $x=1$. Ζητάμε από τους μαθητές να αναφέρουν πως λέγονται τα σημεία αυτά και αν διακόπτεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης. Τι συμβαίνει με τη f' στα σημεία αυτά.

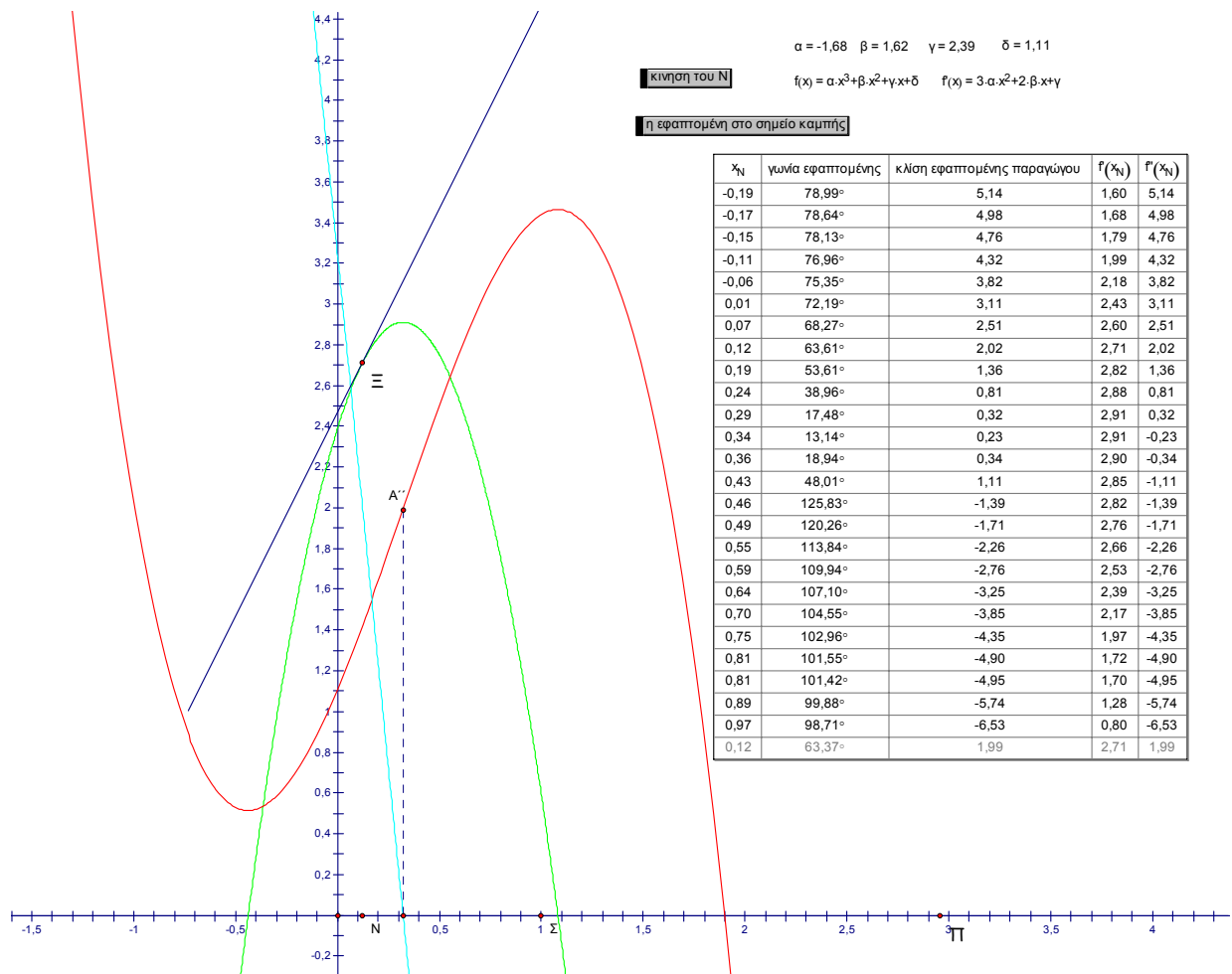
Έτσι οδηγούμε τους μαθητές στην εικασία της μη παραγωγίσιμης συνάρτησης και τον ορισμό των γωνιακών σημείων από τη μη ύπαρξη εφαπτομένης στα σημεία αυτά.

Οι μαθητές συμπλήρωσαν σωστά τον πρώτο πίνακα όπου η κλίση της εφαπτομένης παρουσιάζεται με αριθμητική και γεωμετρική αναπαράσταση. Ζητάμε να παρατηρήσουν την σχέση τετμημένης του σημείου επαφής με την κλίση της εφαπτομένης, να διατυπώσουν την εικασία και να την επαληθεύσουν και για μη ακέραιες τιμές. Στο δεύτερο πίνακα ζητάμε την επιβεβαίωση του κανόνα και με αυστηρά μαθηματικό τρόπο, δηλαδή με την βοήθεια του ορισμού της παραγώγου τιμής και την επαλήθευση με την γραφική παράσταση. Στη συνέχεια θα εισάγουμε την έννοια της μη παραγωγίσιμης συνάρτησης όχι σαν αυστηρό ορισμό της παραγώγου ως όρια αλλά σαν γεωμετρική προσέγγιση οπτικά μέσω της γραφικής παράστασης όταν αυτή παρουσιάζει γωνιακά σημεία. Αυτό γίνεται με τη διερεύνηση του γραφήματος όταν ο τύπος περιέχει απόλυτα και τη κατασκευή των εφαπτόμενων εκατέρωθεν των γωνιακών

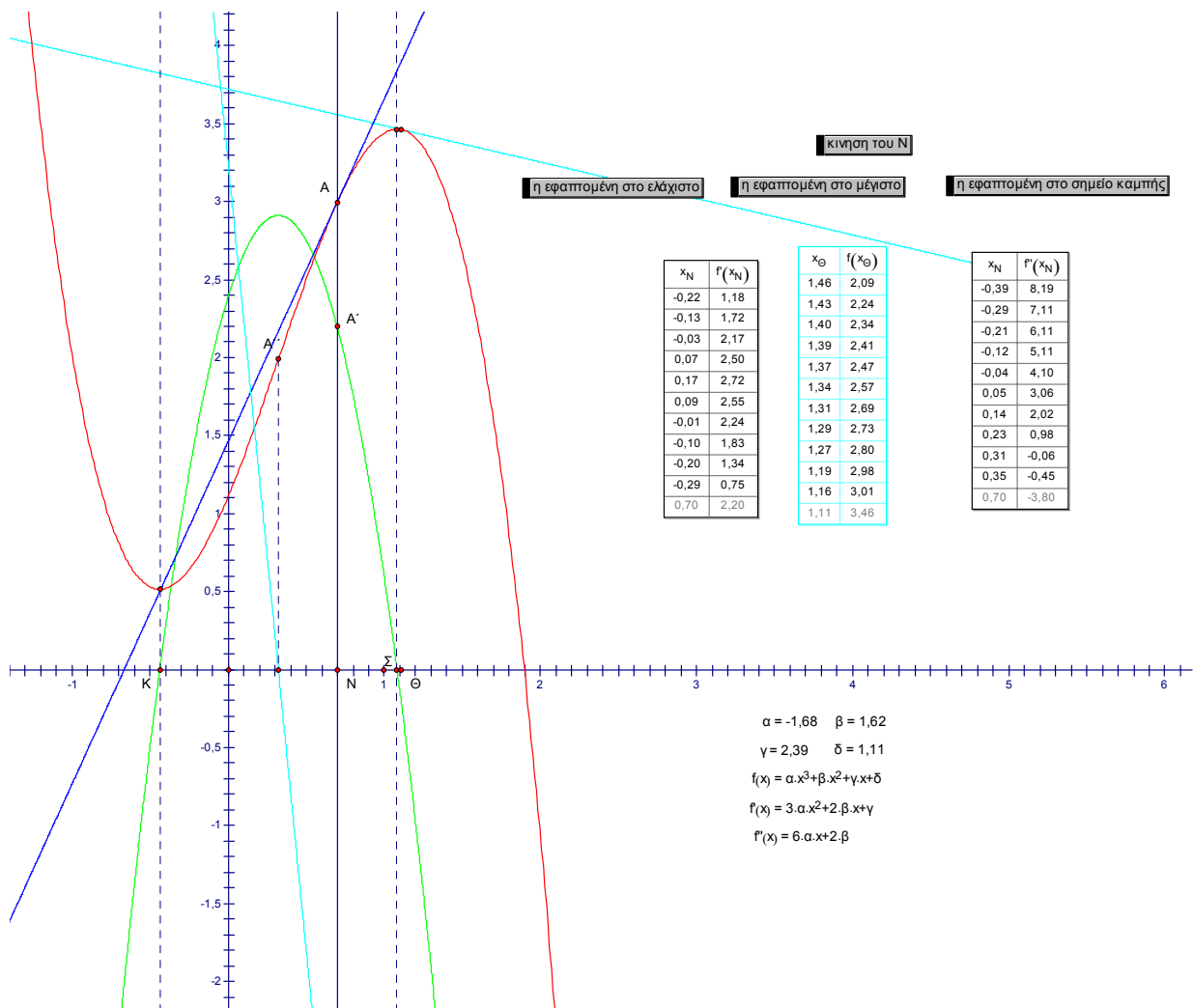
σημείων μέχρι τη γωνιακή θέση τους σαν ημιαπατόμενες. Στο σημείο $O(0,0)$ δεν αναγνωρίζεται ότι εφαπτομένη είναι ο άξονας χ', χ . Η δυσκολία των μαθητών δεν είναι η συμπλήρωση των πινάκων αλλά στο ότι πρέπει να σκεφτούν να δημιουργήσουν έναν τέτοιο πίνακα μόνο από την γραφική παράσταση. Αυτό μπορεί να γίνει μόνο αν ο μαθητής κατέχει γεωμετρικές διασυνδέσεις που τις προσαρμόζει στο σύνολο των σχημάτων που βλέπει.



Σχήμα 1
Η εφαπτομένη στα σημεία ακρότατων



Σχήμα 2
 Η εφαπτομένη στα σημεία καμπής



Σχήμα 3
 Η εφαπτομένη στα σημεία ακρότατων και καμψής

Φύλλο Εργασίας διδασκαλίας – Ακρότατων –Καμπυλότητας- Σημείων Καμπής συνάρτησης

Στην οθόνη του υπολογιστή έχουμε ανοικτό το Sketchpad. Σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=ax^3+\beta x^2+\gamma x+\delta$, $f'(x)=3ax^2+2\beta x+\gamma$ των οποίων οι τιμές των συντελεστών αλλάζουν από τους μεταβολείς a, β, γ, δ .

Παίρνουμε σημείο Λ στη γραφική παράσταση της συνάρτησης. Εμφανίζουμε τις συντεταγμένες του και σχεδιάζουμε την εφαπτομένη στο σημείο αυτό:

- Μετακινείστε το σημείο Λ στην περιοχή που η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι φθίνουσα. Τι παρατηρείτε;

.....
.....
.....

- Μετακινείστε το σημείο Λ στην περιοχή που η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αύξουσα. Τι παρατηρείτε;

.....
.....
.....

- Μετακινείστε το σημείο Λ ώστε η εφαπτομένη ε να είναι φθίνουσα. Τι παρατηρείτε για τη μονοτονία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f ;

.....
.....
.....

- Μετακινείστε το σημείο Λ ώστε η εφαπτομένη ε να είναι αύξουσα. Τι παρατηρείτε για την μονοτονία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f ;

.....
.....
.....

- Συμπληρώστε τους πίνακες για 3 τιμές

Τετμημένη Λ	Πρόσημο f'	Μονοτονία f

Τετμημένη Λ	Πρόσημο f'	Μονοτονία f

- Πως συνδέονται το πρόσημο της κλίσης με την μονοτονία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f ;

.....
.....
.....

- Διατυπώστε τους ορισμούς της μονοτονίας.

.....
.....
.....

- Μετακινείστε το σημείο Λ ώστε η κλίση της ευθείας να είναι 0. Που συμβαίνει αυτό και συμπέρασμα προκύπτει;

.....
.....
.....

- Επαληθεύστε το συμπέρασμα σε θέση του σημείου Λ που η ευθεία έχει κλίση 0. Ο μηδενισμός της f' τι δίνει για την f . Ποια η θέσης της εφαπτομένης στην περίπτωση αυτή; Διατυπώστε το Πρώτο θεώρημα ακρότατων.

.....

.....

.....

.....

Στο δεύτερο σχήμα σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = ax^3 + bx^2 + \gamma x + \delta$, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + \gamma$, $f''(x) = 6ax + 2b$.

Παίρνουμε σημείο Ξ στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f' και σχεδιάζουμε την εφαπτομένη στο σημείο αυτό.

- Μετακινείστε το σημείο Ξ στην περιοχή που η γραφική παράσταση της f' είναι αύξουσα. Τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

- Μετακινείστε το σημείο Ξ στην περιοχή που η γραφική παράσταση της f' είναι φθίνουσα. Τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

- Συμπληρώστε τους πίνακες για 3 τιμές

τετμημένη Ξ	πρόσημο f'	πρόσημο f''

τετμημένη Ξ	πρόσημο f'	πρόσημο f''

Συμπληρώστε των πίνακα.

τετμημένη χ	Εξίσωση εφαπτομένης	Κλίση	Θέση της εφαπτομένης με τη Γ.Π

- Παρατηρείστε την θέση της εφαπτόμενης ευθείας ως προς την γραφική παράσταση της συνάρτησης f όταν η $f'(x)$ είναι θετική και όταν είναι αρνητική,

.....
.....
.....

- Παρατηρείστε την τιμή της $f'(x)$ όταν η $f''(x)$ μηδενίζεται. Εξηγήστε τι συμβαίνει στην περίπτωση αυτή.

.....
.....
.....

Από το σχήμα 3 να συμπληρώσετε τον πίνακα

x			
$f'(x)$			
$f''(x)$			
$f(x)$			

- Να διατυπώσετε τα συμπεράσματα για την καμπυλότητα της συνάρτησης.

.....
.....
.....

- Να διατυπώσετε τα συμπεράσματα για τα σημεία καμπής.

.....

.....

.....

- Αλλάζετε τις τιμές των παραμέτρων $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

Για την μονοτονία συναρτήσεων ο μηχανιστικός κανόνας αν η παράγωγος είναι θετική τότε η f είναι γνήσια αύξουσα κι αν η παράγωγος είναι αρνητική τότε η f είναι γνήσια φθίνουσα έχει κατανοηθεί και ο πρώτος πίνακας συμπληρώνεται με επιτυχία από τους μαθητές. Αντίθετα η ύπαρξη των ακρότατων συνάρτησης δυσκολεύει τους μαθητές ειδικά αν αυτά πρέπει να αναγνωριστούν από γραφικές παραστάσεις παραγώγων με μεγαλύτερη δυσκολία στο αν είναι ολικά ή τοπικά ακρότατα.

Η χάραξη της καθέτου από το σημείο τις γραφικής παράστασης στο άξονα $\chi'\chi$ ορίζει εύκολα τα σημεία μηδενισμού της f' και διευκολύνει τους μαθητές, οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι η f δεν έχει άλλα σημεία εκτός από αυτά των ακρότατων στα οποία παρουσιάζεται οριζόντια εφαπτομένη άρα η f' δεν μηδενίζεται πουθενά αλλού εκτός από τα ακρότατα της. Αρκετοί μαθητές διαβάζουν και μελετούν το γράφημα της f' σαν να είναι το γράφημα της f . Δεν γνωρίζουν να εφαρμόζουν τα συμπεράσματα που απορρέουν από τις παραγώγους και τη χρήση τους. Λίγοι μαθητές δίνουν ακρότατο της συνάρτησης το άπειρο που δείχνει την ασάφεια που έχουν για την έννοια του απείρου. Απαντούν λανθασμένα στα σημεία μηδενισμού της f' και στο πρόσημο της. Τέλος δυσκολεύονται στο τρίτο σχήμα στη σύνδεση της γραφικής παράστασης της f'' με τον εντοπισμό των σημείων καμπής της συνάρτησης.

Συμπεράσματα- Προβληματισμοί

Η σημασία του ρόλου των αναπαραστάσεων στη διδασκαλία των εννοιών που αναφέραμε στην εργασία είναι καταλυτική. Οι μαθητές έχουν σημαντικά οφέλη όταν οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν κατάλληλες και πολλαπλές αναπαραστάσεις στη διδασκαλία τους. Οι αναπαραστάσεις πρέπει να αντιμετωπίζονται σαν επικοινωνιακά εργαλεία για τη δόμηση της κατανόησης των μαθηματικών εννοιών και της δεξιότητας της επικοινωνίας και μάθησης. Οι μαθητές χρησιμοποιούν τις συνδέσεις μεταξύ των

διάφορων αναπαραστάσεων και έτσι μπορούν να κατανοήσουν και να διακρίνουν μεταξύ τους τις μαθηματικές έννοιες, να οργανώσουν τις ιδέες τους και να αναδομήσουν εποικοδομητικά τις δικές τους προσωπικές αναπαραστάσεις. Ένα κύριο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι οι γεωμετρικές αναπαραστάσεις δεν χρησιμοποιούνται από τους μαθητές. Προτιμούν τις αλγοριθμικές και αλγεβρικές διαδικασίες και όχι τις οπτικές με δυναμική κινητικότητα.

Γενικά τα καταφέρνουν στα αλγοριθμικά θέματα αλλά δυσκολεύονται στις γεωμετρικές διασυνδέσεις που απαιτούν γεωμετρική αντίληψη. Μπορούν να καταλάβουν τη γεωμετρική σημασία της παραγωγού σε σχέση με την εφαπτομένη καμπύλης περισσότερο σαν αποτέλεσμα αποστήθισης παρά κατανόησης. Αυτό οφείλεται στο ότι η γεωμετρία διδάσκεται με “παθητικό” τρόπο στις δύο πρώτες τάξεις του Λυκείου χωρίς να είναι αποδεκτή από τους μαθητές αφού δεν χρειάζεται λένε στην Γ΄ Λυκείου με αποτέλεσμα η διδασκαλία της ανάλυσης όπου απαιτεί γεωμετρική αντίληψη να εμποδίζει την κατανόηση και αποσαφήνιση αρκετών εννοιών. Η οπτικοποίηση στη διδασκαλία της Ανάλυσης ταυτίζεται με τις γραφικές παραστάσεις και προσδίδει πλήθος πληροφοριών. Η εισαγωγή των γραφικών παραστάσεων είναι ένα κομβικό σημείο στη διδασκαλία και είναι το πρώτο στάδιο από το οποίο ξεκινώντας μπορούν οι μαθητές να κατανοήσουν και να επεκταθούν σε κάποιο άλλο. Αν ο καθηγητής εξήγησε, τη γεωμετρική ερμηνεία της παραγωγού αλλά μετά ασχολήθηκε κατά κύριο λόγο με την εύρεση της παραγωγού με αλγοριθμικές διαδικασίες τότε ο μαθητής θα έχει ασαφή και αποκρουστική εικόνα για τη γεωμετρική σημασία της έννοιας που διδάχθηκε και θα έχει ισχυρή εικόνα για τους αλγεβρικούς χειρισμούς. Αν ξεπεράσουμε τις δυσκολίες της οπτικοποίησης συμβάλλουμε ουσιαστικά στην κατανόηση και αποσαφήνιση των εννοιών από το μαθητή. Όλες οι ενότητες δεν είναι δυνατόν να διδαχθούν με τη βοήθεια των νέων τεχνολογιών. Με την παρουσίαση και συζήτηση που ακολούθησε επιβεβαιώθηκαν οι έρευνες που δείχνουν την αλγεβρική αντιμετώπιση των μαθητών σε προβληματικές καταστάσεις, θέματα που αφορούν την οπτικοποίηση και την μεγάλη δυσκολία χειρισμού γραφικών παραστάσεων. Δεν δίνεται ολοκληρωμένη και μονοδιάστατη απάντηση σε όλα τα ερωτήματα και τις παρατηρήσεις που προέκυψαν αλλά θα ήταν μεγάλη η ικανοποίηση αν κάποια από αυτά είναι χρήσιμα για μια πιο ολοκληρωμένη έρευνα.

Βιβλιογραφία.

- Γαρυφαλλίδου Δέσποινα: «Ο ρόλος της σύγχρονης τεχνολογίας στην εκπαιδευτική διαδικασία, μια διδακτική παρέμβαση» Πανεπιστήμιο Πατρών, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Μεταπτυχιακό, Ακαδημαϊκό έτος 1994-1995, Διπλωματική εργασία.
- Γ.Σ Ιωαννίδης- Χ. Θ Παναγιωτακόπουλος: «Ο ηλεκτρονικός Υπολογιστής, ένα σύγχρονο εργαλείο» Εκδόσεις Καστανιώτη 1999.
- Παναγιωτακόπουλος- Χ. Ιωαννίδης Σ.Γ « Τα πολυμέσα στην εκπαίδευση; Ανεπιφύλακτα ναι.» Νέα Παιδεία, τεύχος 82, π. 98-114 (1997)
- Howers R F και Williams P.O “ A methodology for developing computer based teaching programs” Comp. Educ. 10,9, 1985
- Τουμάσης Μπ και Αρβανίτης Τ.: Μαθηματικά και τέχνη: Διακοσμητικά σχήματα με χρήση γεωμετρικού λογισμικού. Πρακτικά 19^ο Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, ΕΜΕ, 2001
- Τουμάσης Μπ και Αρβανίτης Τ.: Διδασκαλία μαθηματικών με χρήση Η/Υ, Αθήνα, Εκδόσεις Σαββάλας, 2003
- The Geometer’s Sketchpad, Key Curriculum Press, Berkeley, California, 1995 (Ελληνική έκδοση: Καστανιώτης, Αθήνα, 2000)
- Noss, R & Hoyles, C (1996) Windows on mathematical meanings: Learning Cultures and Computers. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Skinner, B.F. (1968) The Technology of Teaching. New York, Appleton, 1968
- Nygotsky, L (1978) Mind in Society Cambridge: Harvard University Press
- Δημητρακοπούλου Α 1998. Σχεδιάζοντας εκπαιδευτικά λογισμικά. Από τις εμπειρικές προσεγγίσεις στη διεπιστημονική θεώρηση. Σύγχρονη Εκπαίδευση.
- Apostol Tom (1984) Διαφορικός και ολοκληρωτικός Λογισμός I, II, εκδ. Ατλαντίς.
- Lakoff G, Nunez E. (2000) Where Mathematics Comes from Basic Books
- Rudin W (1985) Principles of Mathematical Analysis. International Students Edition
- Spreavak M (2000): Διαφορικός και Ολοκληρωτικός Λογισμός, εκδ. ΠΕΚ
- Thomas G, Finney R (2000) Απετρουστικός Λογισμός, εκδ Π.Ε.Κ
- Ζαχαριάδης Θ, Μπιζιά Ε, Σογιούλ Α (2004): Εννοιολογική αλλαγή στη Μαθηματική ανάλυση: Από την εφαπτομένη καμπύλης. Θερινό σχολείο, Κύπρος 2004
- Μουσουλίδης Ν, Γαγάτσης (2003) Γεωμετρική και Αλγεβρική προσέγγιση επίλυσης σε αναπαραστάσεις συναρτήσεων Παν/μιο Κύπρου, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής.

- Edwards L, (1998) *Embodying Mathematics and Science: Microworlds as Representation*, Journal of Mathematical Behavior, 17
- Κυνηγός Χ., *Ε Μημαράκη και συγγραφείς Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα*, εκδ Καστανιώτη, Αθήνα, 2002
- Κυνηγός Χ. «Η ευκαιρία που δεν πρέπει χαθεί: Η υπολογιστική τεχνολογία ως εργαλείο έκφρασης και διερεύνησης στη γενική παιδεία» *Ελληνική Εκπαίδευση: Προοπτικές ανασυγκρότησης και εκσυγχρονισμού (Καζαμίας Α και Κασσωτάκης Μ.)* 396-416, Σείριος, 1995
- Τουμάσης Μ., *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*, εκδ Gutenberg, Αθήνα, 1994.
- Tall, D, (1994) *Calculus and Analysis*, The international Encyclopaedia of Education, Second Edition, Pergamon Press, pp 3680-3681, 3682
- Tall D. O. (1997) *Functions and Calculus*. In A. J. Bishop et al (Eds), *International Handbook of Mathematics Education*, 289-325, Dordrecht: Kluwer
- Κυνηγός Χ. (2005): *Μαθηματικά με εργαλεία ψηφιακής τεχνολογίας*. 1^ο Συνέδριο Εν.Ε.Δι.Μ., Πρακτικά Εισηγήσεων, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα
- Κυνηγός Χ. (2007) *Το μάθημα της Διερεύνησης: Παιδαγωγική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών για τη διδακτική των μαθηματικών*. Από την έρευνα στη σχολική τάξη. Αθήνα. Ελληνικά Γράμματα.
- Μεταξάς, Ν (2006): *Η δυσκολία κατανόησης του ορισμού του αόριστου ολοκληρώματος*. Ανάλυση μέσα από διαφορετικά θεωρητικά πλαίσια. Διπλωματική εργασία. Μεταπτυχιακό πρόγραμμα Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών. Αθήνα.
- Hughes M., (1996). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών*. Δυσκολίες στην εκμάθηση των Μαθηματικών, Εκδόσεις Gutenberg.
- Βοσνιάδου Σ. (2001). *Εισαγωγή στη Ψυχολογία*, Τόμος Α', Εκδόσεις Gutenberg
- Βοσνιάδου Σ. (2001). *Η Θεωρία του Piaget για τη νοητική ανάπτυξη*. Στο Donaldson M. *Η σκέψη των παιδιών* (σελ 173-195) Εκδόσεις Gutenberg
- Κορδάκη Μ. (2001) *Θέματα διδακτικής της Γεωμετρίας στο περιβάλλον του Cabri-Geometry II* Εκδόσεις Καστανιώτης
- Οι τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Εκπαίδευση* (2002) Έκδοση ΥΠΕΠΘ, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα.
- Φιλίππου Γ, Χρίστου Κ, (2002) *Διδακτική των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Δάρδανος, Αθήνα.

Γαγάτσης Α, Σπύρου Π, Ευαγγελίου Α, Ηλία Ι (2004) Αντιλήψεις δευτεροετών φοιτητών τμήματος Επιστημών της Αγωγής για την έννοια της συνάρτησης: εμπόδια στην κατανόηση και αλλαγές μετά τη διδασκαλία

Γαγάτσης Α, Μιχαηλίδου Ε, Σιακαλλή Μ, (Λευκωσία, 2000) Συναρτήσεις, ένα παιχνίδι αλλαγών πεδίου αναπαράστασης.

diSessa A., Hoyles C, Noss R& Edwards L. (eds) Computers and exploratory learning, Springer-verlag Berlin/Heidelberg (1995)

Κολέζα Ε, Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών, Εκδ Leader Books, Αθήνα, 2000

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Τμήμα Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (2003): Οδηγίες για την διδασκτέα ύλη και τη διδασκαλία των μαθημάτων στο Γυμνάσιο και το Λύκειο κατά το σχολικό έτος 2003- 2004, Τεύχος Β (2^η Έκδ) Αθήνα, ΟΕΔΒ.