

Το άρθρο δημοσιεύτηκε στο περιοδικό της  
Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας  
**ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ** γ' τεύχος 63 του 2005

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΧΗΜΕΙΑ

ή

### “Προσπαθώντας να ενισχύσουμε έναν ασθενή δεσμό”

**Κων/νος Καφετζόπουλος**, Δρ. Παν. Αθηνών, Πάρεδρος Χημείας  
Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

**Μιχαήλ Μανωλόπουλος**, Δρ. Παν. Αθηνών,  
Σχ. Σύμβουλος Μαθηματικών.

#### Περίληψη

Πολλές δυσκολίες συναντούν οι μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης στο αριθμητικό και υπολογιστικό μέρος του μαθήματος της Χημείας. Αυτό φανερώνει ότι υπάρχουν βασικές ελλείψεις σε ενότητες των Μαθηματικών, οι οποίες έρχονται στην επιφάνεια κατά τη μελέτη προβλημάτων Χημείας. Εκτός από τους υπολογισμούς, υπάρχει ιδιαίτερη δυσκολία στην κατάστροψη προβλημάτων με εξισώσεις, στην κατανόηση εννοιών, όπως της αναλογίας, των ποσοστών, των λογαρίθμων κ.ά. Η παρούσα εργασία αποτελεί προσέγγιση στις σχέσεις Μαθηματικών και Χημείας στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση και υπεισέρχεται σε λύσεις και προτάσεις ώστε οι μαθητές να καλλιεργήσουν τη μαθηματική σκέψη και τις εφαρμογές της, αλλά και την ικανότητα ελέγχου και επαλήθευσης των υπολογισμών και των συλλογισμών τους.

#### Abstract

Students of the Greek Secondary Education can have many difficulties when they use calculations in Chemistry. This indicates that there are basic deficiencies in specific units of Mathematics. Besides calculations, students can have special

difficulty in solving problems, equations, in comprehending concepts such as analogy, percentages and logarithms. The present study is an approach to interlink Mathematics and Chemistry in Secondary Education by providing some solutions so that students can broaden their mathematical thinking in actions, as well as the ability to check and verify the results of their calculations.

## 1.1 Εισαγωγή

*Μαθηματικά: Βασίλισσα και θεραπαινίδα των Επιστημών*

«Γνωρίζω πολύ καλά τη θεωρία αλλά δεν μπορώ να λύσω ασκήσεις». Αυτό θα μπορούσαν να το είχαν πει πολλοί Έλληνες μαθητές, αλλά για παρηγοριά μας, η πρόταση αυτή ανήκει σε Αμερικανούς μαθητές.<sup>1</sup> Είναι μεγάλο το πρόβλημα που έχουν πολλοί μαθητές Γυμνασίου αλλά και Λυκείου, τόσο με τις μαθηματικές εκφράσεις που συναντούν στη Χημεία όσο και με τη μαθηματική σκέψη και με τη μέθοδο λύσης των ασκήσεων. Η αδυναμία να κάνουν υπολογισμούς ή να οργανώνουν τα προβλήματα Χημείας δείχνει βασικές ελλείψεις σε απλά Μαθηματικά. Ακόμη δείχνει μειωμένη ικανότητα απλών αριθμητικών υπολογισμών, όπως οι πολλαπλασιασμοί ακεραίων ή δεκαδικών. Έχει παρατηρηθεί ότι η ικανότητα αριθμητικών πράξεων σε διεθνές επίπεδο συνεχώς μειώνεται<sup>2</sup>. Στις εξετάσεις για την εισαγωγή στην τριτοβάθμια Εκπαίδευση δεν είναι σπάνιο το φαινόμενο μαθητών με άψογη αντιμετώπιση της θεωρίας της Χημείας, να μειονεκτούν χαρακτηριστικά τόσο στη σύλληψη ή την οργάνωση προβλημάτων όσο και σε απλές αριθμητικές πράξεις.

Υπάρχει λοιπόν ένα κενό. Οι μαθητές που είναι υποχρεωμένοι να εξετάζονται στη Χημεία αλλά και οι μαθητές που επιλέγουν τη Χημεία ως μάθημα Κατεύθυνσης, παρουσιάζουν αντίστοιχες στοιχειώδεις ελλείψεις. Δεν είναι δύσκολο να εντοπίσουμε αυτές τις αδυναμίες μέσα από τις εργασίες των μαθητών. Οι ελλείψεις και τα λάθη συνήθως απαντώνται στις εξής ενότητες:

1. Αριθμητικές πράξεις
2. Κλάσματα, απλοποιήσεις κλασμάτων
3. Ποσοστά
4. Δυνάμεις

5. Εξισώσεις και προβλήματα απλών εξισώσεων
6. Λογάριθμοι, απλές λογαριθμικές εξισώσεις
7. Γραφικές παραστάσεις

Τίθενται επομένως μερικά ερωτήματα:

1. Πως και πόσο τα Μαθηματικά μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές στη μελέτη της Χημείας αφενός μεν στον τρόπο σκέψης, αφετέρου στους υπολογισμούς;
2. Κατά πόσο το περιεχόμενο των βιβλίων των Μαθηματικών συντελεί στην καλύτερη κατανόηση της Χημείας;
3. Ποίος ο ρόλος των καθηγητών Μαθηματικών στην κατανόηση προβλημάτων που σχετίζονται με τη Χημεία;
4. Ποια είναι τα συνηθισμένα λάθη των μαθητών και πώς μπορούμε να τα αποφύγουμε;

Στα ερωτήματα αυτά προσπαθούμε να δώσουμε απαντήσεις παρακάτω.

### **2.1 Πως και πόσο βοηθούν τα Μαθηματικά στην κατανόηση της Χημείας;**

Ποια είναι η αντίληψη των ίδιων των μαθητών για την σχέση Μαθηματικών και Χημείας;<sup>3</sup>

Μερικές χαρακτηριστικές απαντήσεις όπου οι μαθητές διαπιστώνουν σύνδεση των δυο μαθημάτων:

1. Αν δε ξέρεις Μαθηματικά δε μαθαίνεις Χημεία.
2. Τα Μαθηματικά είναι τρόπος σκέψης της ζωής και αφού η Χημεία είναι μέρος της ζωής όλων μας, σίγουρα βοηθούν τη Χημεία.
3. Φυσικά τα Μαθηματικά σε βοηθούν στη Χημεία.
4. Για την κατανόηση του μαθήματος της Χημείας, τα Μαθηματικά δε δίνουν και μεγάλη βοήθεια. Όμως για τη λύση πολλών ασκήσεων της Χημείας είναι απαραίτητα.
5. Η Χημεία έχει το δικό της τρόπο σκέψης, όπως και κάθε μάθημα, και τα Μαθηματικά βοηθούν μόνο στις πράξεις.
6. Πιστεύω πως και τα δυο μαθήματα θέτουν σε λειτουργία το μυαλό. Μας κάνουν να σκεφτόμαστε γρήγορα και να συνδέουμε τις γνώσεις μας. Πολλές φορές έστω και στοιχειώδεις γνώσεις στα Μαθηματικά, με βοήθησαν στη Χημεία.

Μερικοί όμως μαθητές δε βλέπουν ιδιαίτερη σχέση:

1. Τα Μαθηματικά στο μόνο που βοηθούν τη Χημεία, είναι στις πράξεις!
2. Δεν ενδιαφέρομαι ούτε για τα Μαθηματικά ούτε για τη Χημεία, άρα δεν μπορώ να τα σχολιάσω!
3. Έχετε δώσει πολύ μεγάλη σημασία στα Μαθηματικά και αναγκάζονται να μένουν στην ίδια τάξη παιδιά που δεν ενδιαφέρονται.
4. Δεν νομίζω να υπάρχει σχέση ανάμεσα στα Μαθηματικά και τη Χημεία. Άλλο πράγμα είναι το ένα και άλλο πράγμα είναι το άλλο. Καλύτερα να μην τα μπλέξουμε γιατί θα ξεχάσουμε και αυτά που ξέρουμε.
5. Σα μαθήματα έχουν πολύ μικρή σχέση, φυσικά η Χημεία είναι πιο ενδιαφέρον μάθημα.
6. Τα Μαθηματικά είναι σαφώς καλύτερα από τη Χημεία και πιο κατανοητά.
7. Πιστεύω πως δεν έχουν άμεση σχέση σαν τρόπος σκέψης. Τα Μαθηματικά έχουν μια φιλοσοφία ενώ η Χημεία που υποτίθεται ότι έμαθα, δεν μου χρησιμεύει σε τίποτα. Ίσως να φταίει ο τρόπος διδασκαλίας και ο καθηγητής, ίσως να φταίω και εγώ. Το θέμα όμως είναι τελικά τι έγινε.
8. Σχέση Μαθηματικών και Χημείας; Δεν ξέρω, εγώ θα ακολουθήσω διαφορετικές σπουδές.

Στο συγκεκριμένο ερώτημα «σας βοήθησαν τα Μαθηματικά στη μελέτη της Χημείας είτε στους υπολογισμούς είτε στον τρόπο σκέψης;» πήραμε τις απαντήσεις που φαίνονται στον πίνακα:

Στους υπολογισμούς	<b>Πολύ</b>	<b>Λίγο</b>	<b>Καθόλου</b>
	23%	67%	10%
Σαν τρόπος σκέψης	<b>Πολύ</b>	<b>Λίγο</b>	<b>Καθόλου</b>
	40%	42%	18%

Από τον πίνακα φαίνεται ότι από τους υπολογισμούς δεν βοηθήθηκε το 10% των μαθητών ενώ στον τρόπο σκέψης δεν βοηθήθηκε περίπου το διπλάσιο ποσοστό (περίπου 18%). Θετική συνεισφορά στους υπολογισμούς είχε το  $23\%+67\%=90\%$  έναντι της θετικής συνεισφοράς στον τρόπο σκέψης κατά

40%+42%=82%. Κατά τους μαθητές πιο ευδιάκριτη είναι η προσφορά του υπολογιστικού μέρους των Μαθηματικών στη Χημεία.

Αναλυτικά οι μαθητές σημείωσαν ποιες ενότητες των Μαθηματικών τους βοήθησαν περισσότερο στη Χημεία:

Ενότητες των Μαθηματικών που βοηθούν στη Χημεία	Καταφατικές απαντήσεις
1. Αριθμητικές πράξεις	80%
2. Εξισώσεις	56%
3. Αναλογίες	56%
4. Κλασματικές εξισώσεις	46%
5. Δυνάμεις	46%
6. Τριώνυμο	30%
7. Ριζικά	21%

Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται τελικά ότι η συνεισφορά των Μαθηματικών στη μελέτη της Χημείας είναι κυρίως οι αριθμητικές πράξεις.

## 2.2. Πόσο τα βιβλία Μαθηματικών, βοηθούν τους μαθητές, στην κατανόηση της Χημείας;

Ερευνώντας τα βιβλία Μαθηματικών διαπιστώνουμε ότι λείπουν εφαρμογές που να έχουν σχέση με τη Χημεία. Δε φαίνεται άμεσα η σύνδεση των δύο μαθημάτων, κάτι που αντίθετα φαίνεται για τη Φυσική. Πού οφείλεται η ανυπαρξία της Χημείας στα βιβλία Μαθηματικών; Μήπως όμως δεν υπάρχει σχέση Μαθηματικών και Χημείας; Αντίθετα! Πολλά βιβλία Χημείας έχουν ιδιαίτερα κεφάλαια αφιερωμένα στο απαραίτητο μαθηματικό υπόβαθρο για τη Χημεία. Μια απλή περιήγηση στο διαδίκτυο δείχνει ότι υπάρχουν πολλοί δικτυακοί τόποι που συσχετίζουν Μαθηματικά και Χημεία τόσο σε επίπεδο Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών όσο και σε περιεχόμενο βιβλίων ιδίως για την τριτοβάθμια εκπαίδευση<sup>4</sup>. Στο ΣΤ΄ Πανελλήνιο Συνέδριο Χημείας έχει αναφερθεί το απαραίτητο υπόβαθρο Μαθηματικών για τη Χημεία της Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης<sup>5</sup>.

Στο πλαίσιο προσέγγισης των γνωστικών αντικειμένων (π.χ. διαθεματικότητα) μπορεί κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών να γίνεται η προσθήκη παραδειγμάτων παρμένων από τη Χημεία. Έτσι θα καλλιεργήσουν οι μαθητές την άποψη για την ενότητα των Θετικών Επιστημών. Παράλληλα θα έχουν και παραδείγματα εφαρμογής των μαθηματικών σε χημικά προβλήματα.

Ας ξεφυλλίσουμε τώρα τα βιβλία Μαθηματικών και ας δούμε το περιεχόμενό τους σε σχέση με τη Χημεία:

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Περιέχουν κεφάλαια που είναι η βάση για τους αριθμητικούς υπολογισμούς στη Χημεία όπως το 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο για τους φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς, το 2<sup>ο</sup> μέτρηση μεγεθών, το 3<sup>ο</sup> τα κλάσματα και το 4<sup>ο</sup> ανάλογα ποσά. Η άγνοια που εμφανίζουν οι μαθητές σε αυτά τα κεφάλαια ακόμη και αυτοί της θετικής ή της τεχνολογικής κατεύθυνσης, δείχνουν τις ελλείψεις στα Μαθηματικά που τους κυνηγούν από το Γυμνάσιο.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο με τις εξισώσεις αρχίζουν τα ιδιαίτερα προβλήματα των μαθητών στη συνδυαστική και συνθετική εργασία. Τα προβλήματα κορυφώνονται με την επίλυση τύπων και τη λύση προβλημάτων με εξισώσεις. Οι παράγραφοι αυτές (2.2, 2.3 και 2.4), που αποτελούν τον τρόπο σκέψης για τα προβλήματα Φυσικής και Χημείας είναι από τα πιο δυσνόητα για τα παιδιά του γυμνασίου και έτσι αρχίζει ένας φαύλος κύκλος. Θεωρούμε αυτονόητες γνώσεις και τεχνικές αντιμετώπισης προβλημάτων, αυτές που τα παιδιά ούτε συμπαθούν ούτε κατανοούν. Και αυτό φαίνεται από τις τεράστιες ελλείψεις με τις οποίες καταφθάνουν στην πρώτη λυκείου και τους ακολουθούν μέχρι τις κατευθύνσεις.

Σε αυτές τις παραγράφους όπως και στο 5<sup>ο</sup> κεφάλαιο με τις συναρτήσεις και τα ανάλογα ποσά, θα ήταν πολυτέλεια να αναζητήσουμε παραδείγματα από το φυσικό κόσμο. Ίσως όμως αυτά ακριβώς τα παραδείγματα να λειτουργούσαν θετικά στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών που θέλουμε να προσεγγίσουν οι μαθητές όπως αυτή των αναλόγων ποσών, των συναρτήσεων και των γραφικών παραστάσεων. Θα μπορούσαν

λοιπόν πολλά σημεία της ύλης να είχαν γραφεί με λιγότερο μαθηματικό και αφαιρετικό τρόπο και περισσότερο περιγραφικά με περισσότερα παραδείγματα από το φυσικό κόσμο.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Αντίστοιχες παρατηρήσεις ισχύουν και για τα πρώτα κεφάλαια της Γ΄ Γυμνασίου όπου υπάρχουν μεν παραδείγματα από το φυσικό κόσμο όμως, οι μαθητές δεν κατανοούν αυτά τα προβλήματα και δεν τα εφαρμόζουν στη Φυσική ή τη Χημεία. Η Γ΄ Γυμνασίου είναι η τάξη κλειδί για τα μαθηματικά που χρειάζονται στη Χημεία. Οι διδάσκοντες θα πρέπει να δίνουν ιδιαίτερη προσοχή στα κεφάλαια: 1<sup>ο</sup> Πραγματικοί αριθμοί, 2<sup>ο</sup> Αλγεβρικές παραστάσεις, 3<sup>ο</sup> Εξισώσεις και 4<sup>ο</sup> Συναρτήσεις, που είναι ιδιαίτερης προτεραιότητας για τις φυσικές επιστήμες.

### **ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Κεφ.1<sup>ο</sup> Η εξίσωση  $ax+b$ : Πρόβλημα λυμένο από τη Φυσική (σελ.26) και προτεινόμενες ασκήσεις (σελ.27, 28) από τη Γεωμετρία τη Φυσική και τα Οικονομικά. Θετική η παρουσία μίας άσκησης στη σελίδα 28 (αρ.4 της Β΄ ομάδας με ανάμιξη διαλυμάτων) η οποία είναι μάλλον εξειδικευμένη και συνήθως δεν δίνεται για λύση από τους καθηγητές των Μαθηματικών. Στη σελ. 52 υπάρχει ένα πρόβλημα Φυσικής (ασκ.6), στις Γενικές Ασκήσεις της Γ΄ Ομάδας του 1<sup>ου</sup> κεφαλαίου.

Κεφ.2<sup>ο</sup> Συναρτήσεις: Στη παράγραφο 2.4 υπάρχουν τρεις ασκήσεις της Β΄ ομάδας με περιεχόμενο από τη Φυσική. Γενικά υπάρχει απουσία σύνδεσης των γραφικών παραστάσεων με Φυσική και Χημεία.

Κεφ.3<sup>ο</sup> Συστήματα γραμμικών εξισώσεων: Δύο ασκήσεις Φυσικής και δύο Χημείας στη σελ.105 και στη σελ.114 (κράματα). Σημειώνουμε ότι πολλές ασκήσεις στη Χημεία, λύνονται με συστήματα εξισώσεων.

Κεφ.4<sup>ο</sup> Εξισώσεις-ανισώσεις 2<sup>ου</sup> βαθμού. Ιδιαίτερα απαραίτητες για όσους ακολουθήσουν θετική ή τεχνολογική κατεύθυνση. Υπάρχει ένα λυμένο πρόβλημα Φυσικής και αρκετά προτεινόμενα. Απουσιάζει η Χημεία.

Κεφ.5<sup>ο</sup> Τριγωνομετρία. Υπάρχουν λίγα προβλήματα Φυσικής. Το κεφάλαιο όμως διδάσκεται με συντομία στην Β΄ Λυκείου με αποτέλεσμα να μην αξιοποιούνται.

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι τα Μαθηματικά της Α΄ Λυκείου έχουν συγκεκριμένη και σαφή σχέση με τη Φυσική. Δεν μπορούμε να πούμε όμως ότι το ίδιο συμπέρασμα βγαίνει και για τη Χημεία. Η Χημεία είναι σχεδόν ανύπαρκτη ενώ θα μπορούσαν να είχαν δοθεί κάποια προβλήματα τα οποία να καθοδηγούν το μαθητή στο μαθηματικό υπόβαθρο που είναι αναγκαίο για τη Χημεία και αναφέρεται ιδίως στα κεφ. 1 έως 4.

### **ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Υπάρχουν διάσπαρτα προβλήματα τα οποία εμφανίζουν τη σύνδεση Μαθηματικών με άλλες επιστήμες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το (πολύ καλό) πρόβλημα με το pH (πε χα - ενεργός οξύτητα διαλύματος) της σελ.139 και το προτεινόμενο στη σελ.146, τα οποία όμως δε διδάσκονται από τους καθηγητές μαθηματικών. Όσον αφορά την Γεωμετρία Β΄ Λυκείου, θα θέλαμε να εκφράσουμε τη γνώμη ότι οι μαθητές που θα ακολουθήσουν θετική και τεχνολογική κατεύθυνση πρέπει να έχουν στοιχειώδεις γνώσεις Στερεομετρίας.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Απουσιάζουν παντελώς προβλήματα Φυσικής και Χημείας, ακόμα και στο κεφάλαιο των διανυσμάτων! Υπάρχει αναφορά σε πρακτικές εφαρμογές της ανακλαστικής ιδιότητας κάποιων κωνικών τομών.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΟΕΔΒ 2003**

Υπάρχουν μόνο παραδείγματα και ασκήσεις από τη Φυσική τα περισσότερα στη στιγμιαία ταχύτητα και επιτάχυνση. Και εδώ απουσιάζει η Χημεία.

Το ίδιο σχόλιο ισχύει και για το βιβλίο **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ** της Γενικής Παιδείας της Γ΄ Λυκείου.

### 2.3 Κατά πόσον οι καθηγητές των Μαθηματικών βοηθούν τους μαθητές στην κατανόηση της Χημείας;

Είναι δύσκολο και παρακινδυνευμένο να υπεισέλθουμε στο έργο συναδέλφων. Όμως πρέπει να θέσουμε ένα ερώτημα. Πόσο αξιοποιούνται τα ήδη υπάρχοντα παραδείγματα και προβλήματα Φυσικής και Χημείας των σχολικών βιβλίων; Ποιες δυνατότητες υπάρχουν για μεγαλύτερη προσέγγιση των φυσικών επιστημών μέσα από τα Μαθηματικά; Πόσο καρποφόρα μπορεί να είναι μια τέτοια προσέγγιση και τι προβλήματα κατανόησης μπορεί να προκύψουν; Το γεγονός είναι ότι από μέρους των μαθητών υπάρχουν συγκεκριμένες ελλείψεις και λάθη που επαναλαμβάνονται με ανησυχητική συχνότητα.

### 2.4 Συνήθη μαθηματικά λάθη των μαθητών στο μάθημα της Χημείας.

Η πρώτη κατηγορία είναι τα υπολογιστικά λάθη από απροσεξία. Αυτά βέβαια δεν είναι μόνο τα τελείως τυχαία (όπως το  $1+1=3$ ) αλλά δηλώνουν και μειωμένη εξοικείωση με υπολογισμούς όπως:  $\frac{0,1}{2}=0,5$  αντί του ορθού  $0,05$  ή  $[\text{OH}] = \frac{10^{-14}}{10^{-9}} \Leftrightarrow [\text{OH}] = 10^{-4}$  αντί του ορθού  $10^{-5}$ ,  $\text{pH} = -\log 1 = 1$  αντί  $\text{pH} = 0$ .

Συνηθισμένα, επαναλαμβανόμενα λάθη γίνονται στην απλή μέθοδο και συγκεκριμένα στις κλασματικές εξισώσεις. Έτσι:

$$0,1 = \frac{0,1}{x-2} \Leftrightarrow x=2!, \text{ αντί του ορθού } x-2=1 \Leftrightarrow x=3, \text{ ή}$$

0,2 mol αντιστοιχούν σε Q cal

$$1 \text{ mol αντιστοιχεί σε } 58\text{cal} \quad \text{τότε } Q = 58 \cdot \frac{1}{0,2}, \text{ αντί του}$$

$$\frac{0,2}{1} = \frac{Q}{58} \text{ κλπ.}$$

Το τελευταίο μπορεί να ανήκει και στα λάθη άγνοιας. Τα παιδιά μαθαίνουν απλή μέθοδο στη Χημεία και δεν πάει πάντα ο νους τους ότι η απλή μέθοδος είναι εφαρμογή των αναλόγων ποσών και των κλασματικών εξισώσεων.

Λάθη άγνοιας είναι το να φτάνουν μπροστά σε ένα υπολογισμό και εκεί να σταματούν:

$$-\log 1 = ; \text{ ή } \frac{10^{-4}}{10^{-5}} = ; \text{ Ίσως πρόκειται για τεμπελιά όπως και στα}$$
$$\text{εξής: } \frac{0,2}{0,1} = ; \text{ ή } \frac{11,2}{22,4} = ; \text{ κλπ.}$$

Το πολύ συνηθισμένο φαινόμενο των μαθητικών λαθών έχει γίνει αντικείμενο ερευνών και συζητήσεων στο χώρο της παιδαγωγικής<sup>6</sup>. Τα λάθη δεν συνιστούν πλέον παθολογικές και ενοχοποιητικές καταστάσεις, αλλά φανερώνουν ότι ο μαθητής δεν έχει αφομοιώσει την ύλη και ότι βρίσκεται στη διαδικασία της μάθησης. Η παιδαγωγική διαχείριση του λάθους συνίσταται σε μια θεώρηση των γνώσεων του μαθητή με στόχο από τη μία την προσαρμογή του μαθητή στο εκπαιδευτικό περιβάλλον αλλά και τη βελτίωση του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος σύμφωνα με τις ανάγκες και τα χαρακτηριστικά του μαθητή. Με άλλα λόγια η διαδικασία της διαμορφωτικής αξιολόγησης είναι απαραίτητη για την βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης<sup>7</sup>.

Για να ολοκληρώσουμε το θέμα των λαθών είναι σκόπιμο να προτείνουμε τρόπους αποφυγής. Καλό είναι λοιπόν, πέρα από την τριβή που πρέπει να αποκτήσει με κάθε είδους υπολογισμούς κατά τη διάρκεια της σχολικής του ζωής ο μαθητής, να εθιστεί και στην «επαλήθευση» και τον «επανεέλεγχο» όπου είναι δυνατόν. Πρέπει να αφιερώνεται χρόνος για έλεγχο και να καλλιεργηθεί η νοοτροπία: «μην αφήνεις τους άλλους να βρουν τα λάθη σου, τα οποία μπορείς να διορθώσεις μόνος σου». Η επαλήθευση, που ζητείται σε πολλές ασκήσεις, πρέπει να γίνει συνείδηση στο μαθητή. Ίσως πιο πλήρης θα ήταν η επανεξέταση των προβλημάτων από την αρχή και λύση με διαφορετικό τρόπο, αλλά αυτό είναι πολυτέλεια, όχι όμως περιττή, αφού σε ένα επίσημο διαγώνισμα, βλέπεις μαθητές να αποχωρούν νωρίς και με λάθη που εύκολα θα μπορούσαν να ελέγξουν.

## 2.5 Επίλογος

Τελειώνοντας συνοψίζουμε και τονίζουμε ότι είναι ιδιαίτερα απαραίτητο ένα Μαθηματικό υπόβαθρο σε όσους θέλουν να ασχολούνται επιτυχώς με τη Χημεία, σε επίπεδο Δευτεροβάθμιας

Εκπαίδευσης. Αυτό είναι έργο των καθηγητών μαθηματικών οι οποίοι πρέπει να εξοικειώνουν τους μαθητές με υπολογισμούς και έννοιες (ασφαλώς αρκετά σημαντικό), αλλά και να τους δίνουν τη δυνατότητα να καλλιεργούν αναλυτική και συνθετική σκέψη, έτσι ώστε να λύνουν τα προβλήματα και να καταλήγουν στο ζητούμενο μέσα από επαγωγικές μεθόδους και διαδικασίες. Η οικοδόμηση της «μαθηματικής σκέψης» είναι το ζητούμενο. Τα Μαθηματικά έχουν τη δυνατότητα να σε μαθαίνουν να σκέπτεσαι με συνέπεια, και μέσα από λογικές και συναρτώμενες σκέψεις αναλύοντας και συνθέτοντας να βρίσκεις τις κατάλληλες λύσεις. Μεταφέρουν μια φιλοσοφία ένα λιτό και αυστηρό τρόπο σκέψης που μπορεί να βοηθήσει ιδιαίτερα την οικοδόμηση του τρόπου σκέψης των μαθητών. Ακόμη, σε οδηγούν σε τρόπους ελέγχου και επαλήθευσης έτσι ώστε να μειώνονται τα πιθανά λάθη κατά την επεξεργασία των προβλημάτων. Γι αυτό και καταλήγουμε σε αυτό που είπε μια μαθήτρια χαριτολογώντας: «Το ένα χέρι νίβει το άλλο και τα δυο το πρόσωπο».

---

#### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- <sup>1</sup> Bohning J., Journal of Chemical Education Vol.59, σελ.207 March 1982.  
<sup>2</sup> Morse, E., Journal of Chemical Education Vol.57, σελ.61, 1980.  
<sup>3</sup> Προαιρετικό Ερωτηματολόγιο καθώς και προφορικές συνεντεύξεις 65 μαθητών Β΄ και Γ΄ τάξεων Αθηναϊκού Λυκείου.  
<sup>4</sup> Mathmol (Mathematics and Molecules) <http://www.nyu.edu/pages/mathmol> και Mathematics of Chemistry <http://www.thecatalyst.org/sitemap.html>  
<sup>5</sup> Μαθηματικό υπόβαθρο για τους Χημικούς σε Προπτυχιακές και Μεταπτυχιακές Σπουδές» Μαρία Περτέση-Κέη, ΚΠΕ Δημόκριτος 1981.  
<sup>6</sup> Ράπτη Μ., «Τα λάθη των Μαθητών και ο Ρόλος τους στη Διαδικασία της Μάθησης» Gutenberg Παιδαγωγική Σειρά Αθήνα 2002.  
<sup>7</sup> Τουμάσης Μπ., Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών εκδ. Gutenberg Αθήνα 2002.