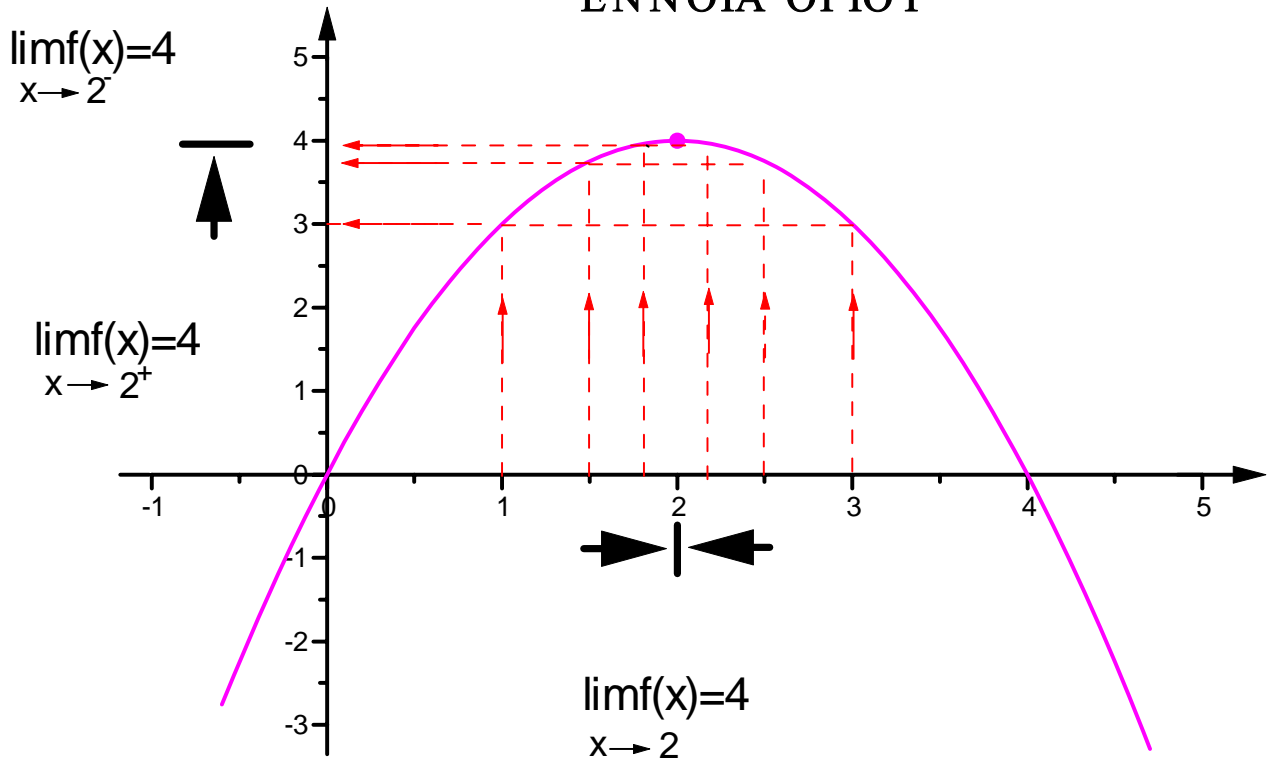
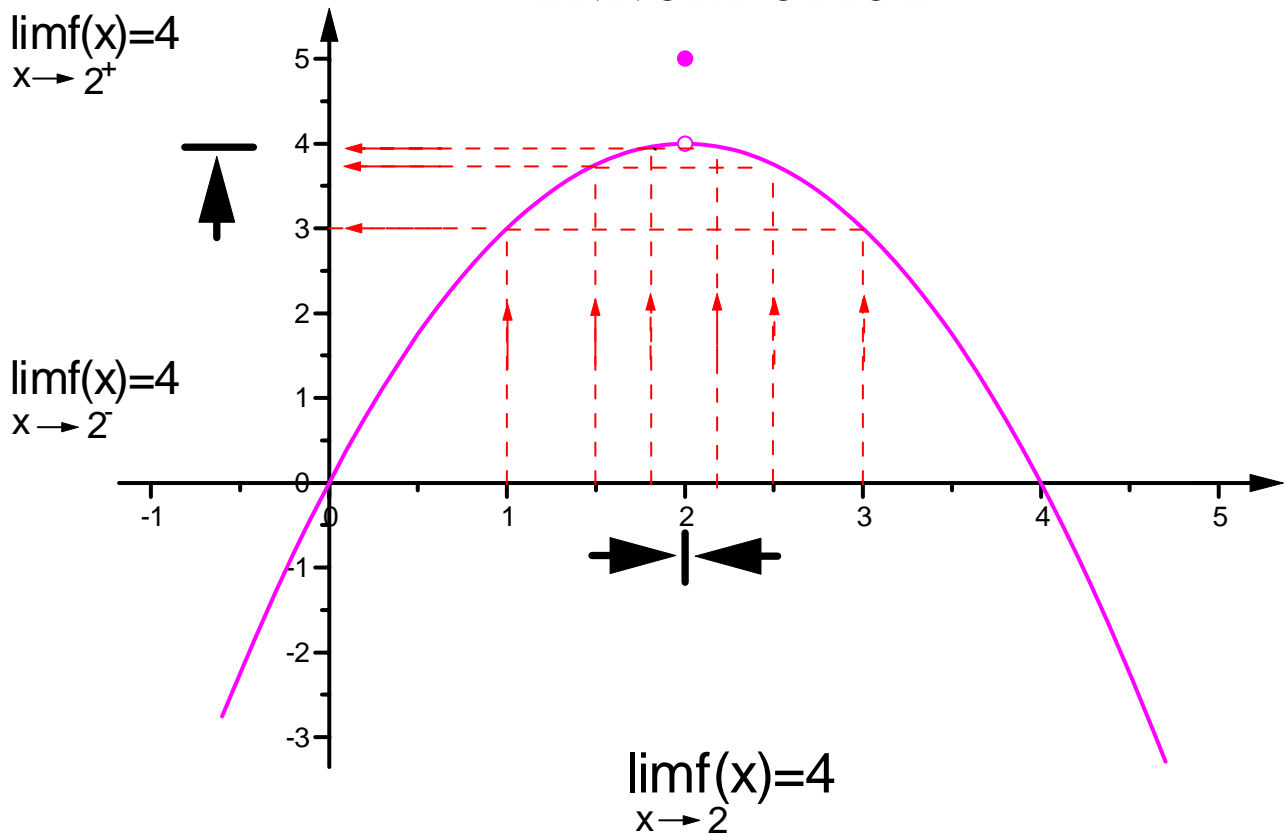
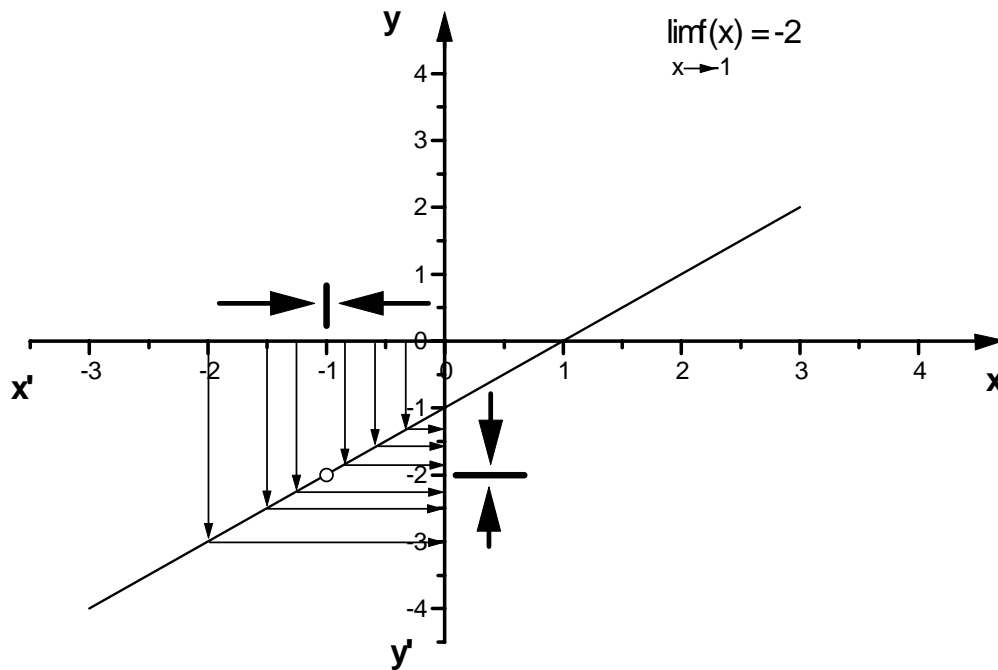


ENNOIA OPIOY



ENNOIA OPIOY





$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \quad \text{Πεδίο Ορισμού: } \mathbb{R} - \{-1\}$$

Το x πλησιάζει το -1 από τιμές μικρότερες από το -1 ($x \rightarrow -1$)

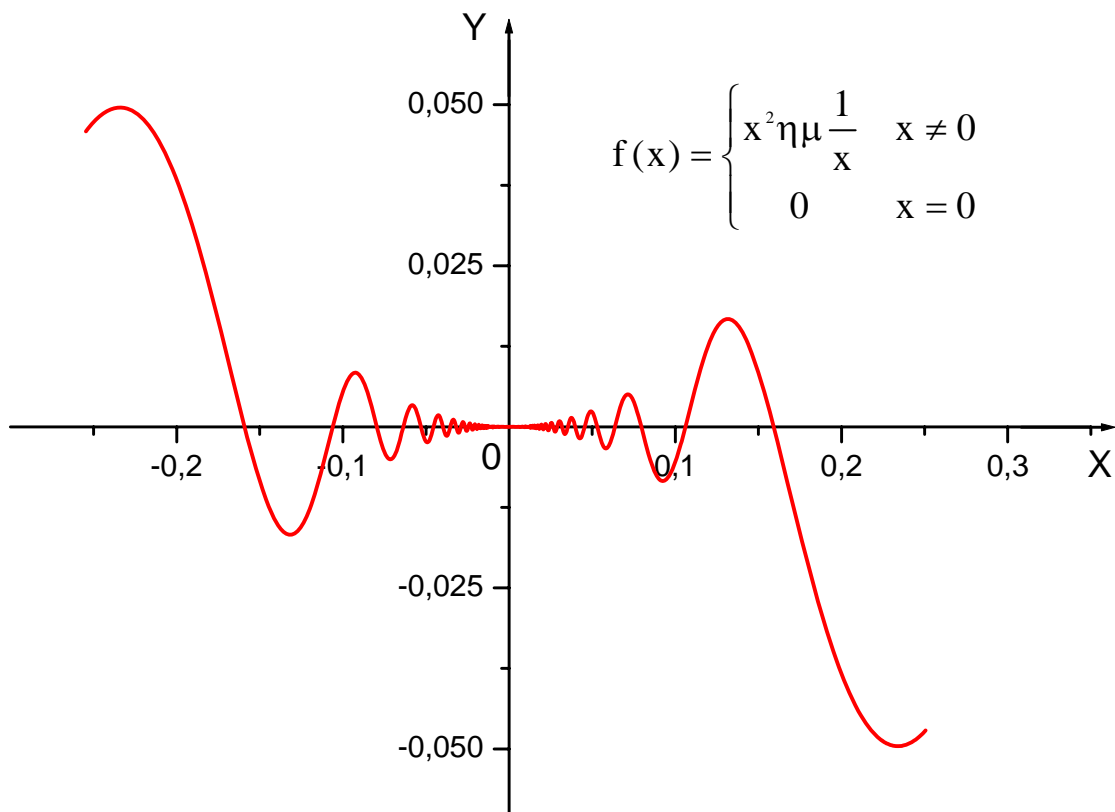
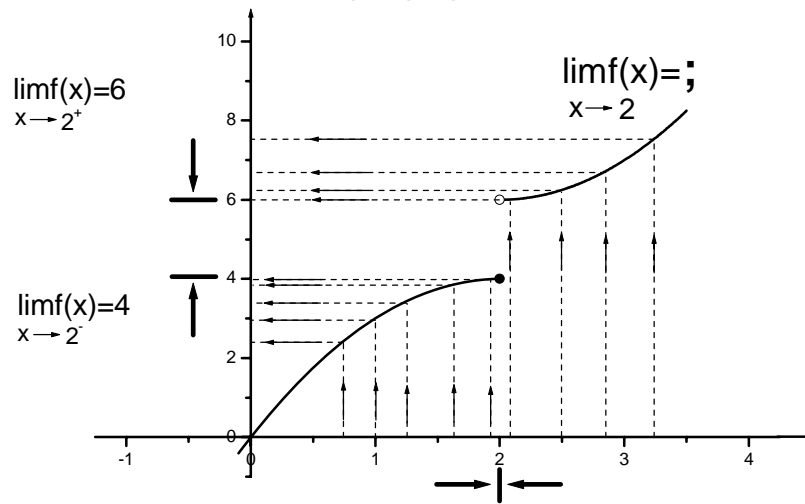
x	-3	-2	-1,9	-1,3	-1,2	-1,1	-1,01	-1,001
f(x)	-4	-3	-2,9	-2,3	-2,2	-2,1	-2,01	-2,001

$(-1 \leftarrow x)$ Το x πλησιάζει το -1 από τιμές μεγαλύτερες από το -1

x	-0,999	-0,99	-0,9	-0,5	0	0,6	0,9	1
f(x)	-1,999	-1,99	-1,9	-1,5	-1	-0,4	-0,1	0

Οι τιμές του $f(x)$ και στις δύο περιπτώσεις πλησιάζουν το $\dots ; \dots$

ΕΝΝΟΙΑ ΟΡΙΟΥ



Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ και η συνάρτηση παίρνει την τιμή 0 άπειρες φορές.

ΑΠΟΨΗ ΔΥΟ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΟΡΙΟΥ

Φοιτητής Α (λανθασμένη άποψη)

Το όριο μιας συναρτήσεως είναι ένας αριθμός προς τον οποίο η συνάρτηση όλο και πλησιάζει χωρίς ποτέ να τον φθάνει. Αν πάρουμε το όριο της $f(x)$ καθώς το $x \rightarrow x_0$, το x δεν είναι ποτέ πραγματικά ίσο με το x_0 , συνέχεια το πλησιάζει. Το ίδιο με την $f(x)$, η $f(x)$ ποτέ πραγματικά δεν ισούται με το όριό της, αλλά όλο το πλησιάζει. Στην πραγματικότητα μπορείς να έχεις την $f(x)$ όσο κοντά θέλεις στο όριο της, αλλά όταν η $f(x)$ γίνει ίση με το όριό της, τότε δεν έχουμε όριο.

Για παράδειγμα αν $f(x)=2x+3$ και πάρουμε το όριο καθώς το $x \rightarrow 1$, κάθε αριθμός κοντά στο 1, αλλά όχι ίσος με το 1 θα δίνει μια τιμή για την $f(x)$ κοντά στο 5, αλλά όχι ίση με 5. Η συνάρτηση δεν φθάνει την τιμή 5 εκτός και αν το x γίνει ίσο με 1, όμως αυτό ποτέ δεν συμβαίνει στα όρια.

Φοιτητής Β (ορθή άποψη)

Δεν είναι σωστό να λέμε ότι η συνάρτηση ποτέ δεν παίρνει τιμή ίση με το όριό της. Αυτό που εννοούμε είναι ότι όταν μιλάμε για το όριο μιας συναρτήσεως όταν το $x \rightarrow x_0$, αναφερόμαστε σε αριθμούς κοντά στο x_0 και δεν ενδιαφερόμαστε εάν το x ισούται με το x_0 . Βεβαίως η f μπορεί να ισούται με το όριό της. Αν η f είναι μια σταθερή συνάρτηση, για παράδειγμα αν $f(x)=7$, το όριο καθώς το $x \rightarrow x_0$ ισούται με 7 και προφανώς η $f(x)$ παίρνει την τιμή 7 για κάθε $x \in \mathbf{R}$.

Δεν υποστηρίζω ότι μπορούμε πάντα να παίρνουμε το όριο βάζοντας την τιμή x_0 στη θέση του x . Δεν μας ενδιαφέρει αν η f μπορεί να «φθάνει» το όριο της ή να μην το «φθάνει». Υπάρχουν συναρτήσεις που παίρνουν την τιμή του ορίου άπειρες φορές. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι τι συμβαίνει με την $f(x)$ **κοντά στο x_0** .