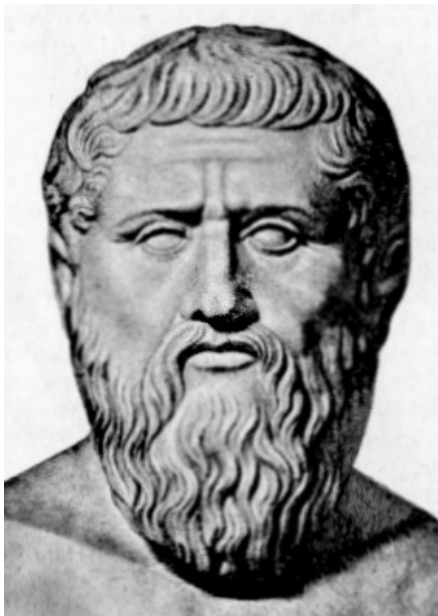


Πλάτων και Αριστοτέλης

Τα μαθηματικά και η φιλοσοφία γεννήθηκαν στην αρχαία Ελλάδα, ως αποτέλεσμα της αγάπης των αρχαίων ελλήνων στην ακριβολόγηση και την απόδειξη. Μια ιστορική επομένως ανασκόπηση της φιλοσοφίας των μαθηματικών είναι φυσιολογικό να αρχίζει από εκεί.

Σύμφωνα με τον Thomas Kuhn για να κατανοήσουμε παλαιότερες εργασίες οφείλουμε να ξεχάσουμε την τρέχουσα επιστήμη και να εμβαπτισθούμε στην ανατραπέισα θεωρία, της οποίας τμήματα είναι οι προαναφερθείσες εργασίες. Ένας όμως σύγχρονος μαθηματικός δεν χρειάζεται να αναδιοργανώσει τη σκέψη του για να μελετήσει τα Στοιχεία του Ευκλείδη, τα οποία μοιάζουν με τις σύγχρονες εργασίες. Σήμερα είναι παραδεκτό πως τα Στοιχεία είναι το αποτέλεσμα μιας διαδικασίας που ξεκίνησε κατά τη διάρκεια της ζωής του Πλάτωνα.

Ο Κόσμος του Είναι



Πρόκειται για μια σύντομη περιγραφή της θεωρίας των Ιδεών του Πλάτωνα. Έχουμε πχ εικόνες του ωραίου παρόλα αυτά τίποτα δεν είναι απολύτως ωραίο. Ο υλικός κόσμος έχει ψεγάδια. Υπάρχει όμως ο κόσμος των *Μορφών (Ιδεών)*, αιώνιος και αναλλοίωτος στον οποίο υπάρχει η «όντως Ομορφιά», η «όντως Δικαιοσύνη» κλπ. Οι ιδέες είναι οντολογικά υπαρκτές όχι νοητικά κατασκευάσματα. Έτσι ο Πλάτων δεν θα συμφωνούσε με την άποψη ότι η ομορφιά ή δικαιοσύνη κλπ βρίσκονται στο τρόπο που βλέπει κανείς τα πράγματα. Ο φυσικός κόσμος ονομάζεται *κόσμος του γίνεσθαι* γιατί

υπόκειται σε αλλαγή και στη φθορά, κατανοείται δε με τις αισθήσεις.

Πώς κατά τον Πλάτωνα αντιλαμβανόμαστε τις Μορφές, δηλ. ποια είναι η επιστημολογία του; Τις αντιλαμβανόμαστε μέσω της νόησης. Στον έργο του «Μένων», ο Πλάτωνας υποστηρίζει ότι η «μάθηση» στην πραγματικότητα είναι ανάμνηση από τη ζωή της ψυχής στον κόσμο της Αληθείας, πριν εισέλθει στο σώμα.

Τα μαθηματικά κατά τον Πλάτωνα είναι ένα μέσο για να εξυψωθεί το πνεύμα πέρα από τον υλικό κόσμο στον αιώνιο κόσμο του Είναι.

Ο Πλάτωνας για τα Μαθηματικά

Η γεωμετρία αποτελεί κατά τον Πλάτωνα ένα παράδειγμα του κόσμου των Ιδεών και της σχέσης του με τον φυσικό κόσμο. Ο τελευταίος δεν περιέχει τέλειους κύκλους ευθείες ή σημεία, σε αντίθεση με τον πρώτο. Τα γεωμετρικά αντικείμενα ως αιώνια και αναλλοίωτα δεν υπάρχουν στον φυσικό κόσμο. Τοιουτοτρόπως τα θεωρήματα της γεωμετρίας είναι αντικειμενικά αληθή ανεξάρτητα από τον νου την γλώσσα, ή άλλα χαρακτηριστικά του μαθηματικού. Πρόκειται για ένα ρεαλισμό ως προς την τιμή αληθείας, που φθάνει μέχρι τον ρεαλισμό στην οντολογία.

Η ιεράρχηση στην οντολογία του Πλάτωνα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η γεωμετρική γνώση αποκτάται με καθαρή σκέψη, ή με ανάμνηση της ψυχής από την ύπαρξή της στον κόσμο του Είναι πριν εισέλθει στο σώμα.

Η δυναμική γλώσσα στη γεωμετρία (πχ κατασκευές) έφερε σε δύσκολη θέση πολλούς από την Ακαδημία του Πλάτωνα, αφού δεν συμβιβάζεται με το αναλλοίωτο και αιώνιο των γεωμετρικών αντικειμένων.

Το γεωμετρικό σχήμα κατά τον Πλάτωνα βοηθά τον νου να συλλάβει τον αιώνιο και αναλλοίωτο κόσμο της γεωμετρίας, πως γίνεται όμως αυτό αφού ο κόσμος του Είναι είναι προσεγγίσιμος μόνο μέσω του νου και όχι των αισθήσεων.

Οι συνεχιστές των θεωριών του Πλάτωνα, αν και εγκατέλειψαν κάποιες μυστικιστικές απόψεις του σχετικά με την επιστημολογία, διατήρησαν την άποψη ότι η γεωμετρική γνώση είναι α ριοτι, ανεξάρτητη από την αισθητηριακή εμπειρία. Ένα εγχειρόμενο ερώτημα που ζητά απάντηση είναι το πώς η γεωμετρία έχει εφαρμογές στο φυσικό κόσμο.

Τις ίδιες απόψεις του ρεαλισμού ως προς την τιμή αληθείας, και ως προς την οντολογία έχει ο Πλάτων και για την αριθμητική και την άλγεβρα. Ισχύουν προσεγγιστικά στο φυσικό κόσμο, ενώ ισχύουν ακριβώς και αυστηρώς στον κόσμο του Είναι.

Η θεωρία των αριθμών στη αρχαία Ελλάδα ονομάζετο αριθμητική, ενώ η πρακτική αριθμητική λογιστική. Και η λογιστική και η αριθμητική κατά τον Πλάτωνα ανήκουν στον κόσμο των Ιδεών. Η αριθμητική ασχολείται με τους φυσικούς αριθμούς και η λογιστική ασχολείται με την σχέση μεταξύ των αριθμών. Και οι δύο βοηθούν το πνεύμα να συλλάβει τη φύση του αριθμού καθεαυτή.

Ο Σωκράτης και ο Πλάτωνας για τα Μαθηματικά

Ο Πλάτωνας θαύμαζε τα επιτεύγματα των μαθηματικών. Δεν ήταν όμως ίδια η στάση του Σωκράτη.

Ο Σωκράτης ενδιαφερόταν για την πολιτική και ηθική και όχι για την επιστήμη. Συζητούσε με τον καθένα που ήθελε και αυτό το έπραττε σε καθημερινή βάση. Στη συζήτηση προχωρούσε προσεκτικά, εκμαιεύοντας το πιστεύω του συνομιλητή του και κατόπιν προχωρούσε σε απροσδόκητες και ανεπιθύμητες συνέπειες αυτού του πιστεύω. Η όλη συζήτηση βοηθούσε στο ξεκαθάρισμα των αντιλήψεων.

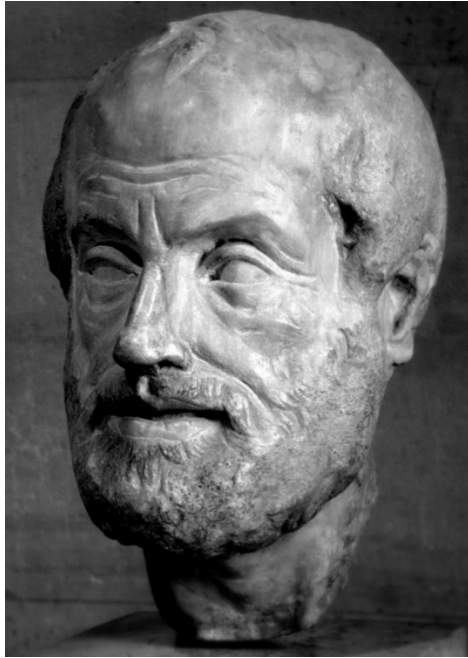
Αντίθετα ο ώριμος Πλάτων, ενδιαφέρεται για τα μαθηματικά και διατείνεται ότι είναι το πρώτο πράγμα που πρέπει να μάθει κάποιος, αφού είναι χρήσιμα σε όλες τις τέχνες αλλά και σε κάθε μορφή γνώσης και διανοητικής λειτουργίας. Υποστήριζε ότι με τα μαθηματικά μπορούσε να περάσει κάποιος την πύλη που οδηγεί στο όντως Είναι. Με τα μαθηματικά οι άρχοντες θα περάσουν από τον κόσμο του γίνεσθαι στον κόσμο του Είναι. Για αυτό συνιστούσε πολύχρονη μελέτη των μαθηματικών, των οποίων η γνώση προϋποτίθετο για την ενασχόληση με την φιλοσοφία.

Ο Πλάτωνας δεν πιστεύει ότι η φιλοσοφία είναι για τον οποιονδήποτε. Στην ιδανική του πολιτεία, ελάχιστοι συμμετέχουν στον φιλοσοφικό στοχασμό, ενώ η συντριπτική πλειοψηφία παίρνει τις οδηγίες από αυτούς κοιτώντας την δουλειά της. Έφθανε στο σημείο να υποστηρίξει ότι η φιλοσοφία είναι ακόμη και επικίνδυνη για τις μάζες.

Τα μαθηματικά προχωρούν με την μέθοδο της αποδείξεως, ενώ η Σωκρατική μεθοδολογία προχωρά με την μέθοδο της δοκιμής και του λάθους. Έτσι προϊόντος του χρόνου η μέθοδος του Σωκράτη εγκαταλείπεται από τον Πλάτωνα, ο οποίος θέλγεται από την χωρίς περιπλοκές μαθηματική μεθοδολογία την οποία θέλει να εφαρμόσει σε όλη την γνώση. Μετά τις σπουδές στα μαθηματικά και την φιλοσοφία κάποιιοι θα συναντήσουν και κατανοήσουν τις Μορφές, ανεξάρτητα από παραδείγματα του υλικού κόσμου, φθάνοντας σε μη υποθετικές πρώτες αρχές.

Αριστοτέλης, ο Αντίπαλος του Πλάτωνα

Οι θέσεις του Αριστοτέλη για τα μαθηματικά είναι κυρίως μια πολεμική των θέσεων του Πλάτωνα. Η φιλοσοφία του Αριστοτέλη περιέχει σπέρματα εμπειρισμού.



Ο Αριστοτέλης απέρριπτε τον κόσμο του Είναι. Δεχόταν όμως την ύπαρξη των Μορφών όχι όμως ως μέλη κάποιου ξεχωριστού κόσμου. Η Ομορφιά για παράδειγμα είναι το κοινό που υπάρχει στα όμορφα αντικείμενα, όταν όμως αυτά καταστραφούν παύει να υπάρχει και η Ομορφιά.

Ο Αριστοτέλης δίνει σημασία όχι στο ερώτημα αν υπάρχουν τα μαθηματικά αντικείμενα, αλλά με ποιο τρόπο υπάρχουν. Γιατί χρειαζόμαστε τα μαθηματικά αντικείμενα και σε ποιου πράγματος την

εξήγηση βοηθούν; Όσον αφορά την ύπαρξη των μαθηματικών αντικειμένων, αυτά ενυπάρχουν στα αισθητά αντικείμενα και όχι έξω από αυτά. Φαίνεται πως ο Αριστοτέλης υπονοούσε κάποια νοητική ικανότητα αφαίρεσης, με τη βοήθεια της οποίας για παράδειγμα αν επικεντρωθούμε στην επιφάνεια μιας από τις πλευρές ενός κύβου από πάγο, αποκτούμε την έννοια του επιπέδου. Αντίστοιχα οι φυσικοί αριθμοί κατακτώνται μέσω αφαιρέσεως, από συλλογές φυσικών αντικειμένων. Αυτό που μένει είναι μια εξήγηση της λειτουργίας της αφαίρεσης.

Η αφαίρεση έτσι όπως τουλάχιστον την χρησιμοποιεί ο Αριστοτέλης έχει επικριθεί αρκετά συχνά, όπως τον 20^ο αιώνα από τον λογικολόγο Gottlob Frege.

Μια δεύτερη ερμηνεία των θέσεων του Αριστοτέλη απορρίπτει την οντολογική αφαίρεση. Αν παραλείψουμε κάποιες ιδιότητες πχ μιας σφαίρας από ορείχαλκο, για να μελετήσουμε κάποιες ιδιότητες της σφαίρας δεν δημιουργούμε κάποιο καινούργιο αντικείμενο, μελετάμε συγκεκριμένες όψεις αυτού του φυσικού αντικειμένου. Παρόλα αυτά ο Αριστοτέλης θεωρούσε αβλαβές να προσποιηθούμε ότι το γεωμετρικό στερεό σφαίρα είναι ένα ξεχωριστό αντικείμενο.

Τελικά κατά τον Αριστοτέλη ο μαθηματικός μελετά πραγματικές ιδιότητες πραγματικών φυσικών αντικειμένων, δεν υπάρχουν δύο κόσμοι ο φυσικός και ο μαθηματικός.

Μια άλλη διαφορά μεταξύ Αριστοτέλη και Πλάτωνα είναι ότι για τον πρώτο έχει νόημα η δυναμική γλώσσα της γεωμετρίας αφού η μετακίνηση ο τετραγωνισμός η επίθεση η πρόσθεση κλπ αφορά φυσικά αντικείμενα.

Υπάρχει και η άποψη πως η συνεχής αφαίρεση από τα πραγματικά αντικείμενα, όπως η αφαίρεση των ατελειών αλλά και του υλικού από το οποίο αποτελούνται, οδηγούν από την πίσω πόρτα σε ένα κόσμο ιδεών σαν και αυτό του Πλάτωνα.

Συμπεράσματα

Η μεγάλη σημασία που δίνεται στον Πλάτωνα είναι δικαιολογημένη. Κατά τον Gödel ο πλατωνισμός είναι η μόνη ολοκληρωμένη απάντηση στο μεταφυσικό πρόβλημα της ύπαρξης ή μη των μαθηματικών οντοτήτων. Από ψυχολογική άποψη ο πλατωνισμός είναι κοντύτερα στον μαθηματικό παρά σε οποιονδήποτε άλλο επιστήμονα των φυσικών επιστημών, αφού το αντικείμενο του πρώτου δεν έχει τον υλικό χαρακτήρα των υπό εξέταση αντικειμένων των δευτέρων.

Τέλος υπάρχει μια αισθητή διαφορά στην αντιμετώπιση των μαθηματικών από τον Πλάτωνα και τον Αριστοτέλη. Ο Αριστοτέλης σε αντίθεση με τον Πλάτωνα πίστευε ότι τα μαθηματικά δεν έχουν ηθικό περιεχόμενο, γιατί δεν αναφέρονται σε πράξεις που γίνονται με ελεύθερη επιλογή¹.

Μιχαήλ Μανωλόπουλος

Σχ. Σύμβουλος ΠΕ3

¹ Αριστοτέλης, Ρητορική, Ηθικά Νικομάχεια