ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΕΝΙΑΙΟΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ
Π/ΘΜΙΑΣ & Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
Δ/ΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ Α΄

Ταχ. Δ/νση: Ανδρέα Παπανδρέου 37
Τ.Κ. – Πόλη: 15180 Μαρούσι
Ιστοσελίδα: www.minedu.gov.gr
Πληροφορίες: Αν. Πασχαλίδου
Τηλέφωνο: 210-3442238

Βαθμός Ασφαλείας:
Να διατηρηθεί μέχρι:
Βαθ. Προτεραιότητας:

Αθήνα, 11-10-2013
Αρ. Πρωτ. 147643/Γ2

ΠΡΟΣ:
- **Δ/νσεις Δ/θμιας Εκπ/σης**
- **Γραφεία Σχολικών Συμβούλων**
- **Γυμνάσια (μέσω των Δ/νσεων Δ.Ε.)**

ΚΟΙΝ.:
- **Περιφερειακές Δ/νσεις Εκπ/σης**
- **Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής**
  Αν. Τσόχα 36
  11521 Αθήνα

ΘΕΜΑ: Οδηγίες για τη διδασκαλία των θετικών μαθημάτων των Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξεων Ημερήσιου και Εσπερινού Γυμνασίου για το σχ. έτος 2013-2014

Μετά από σχετική εισήγηση του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (πράξη 24/08-07-2013 και 33/30-09-2013 Δ.Σ.) σας αποστέλλουμε τις παρακάτω οδηγίες σχετικά με τη διδασκαλία των θετικών μαθημάτων και των τριών τάξεων Ημερησίου και Εσπερινού Γυμνασίου. Συγκεκριμένα

Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α

Α΄ Τάξη Γυμνασίου

Ι. Διδακτέα ύλη

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1ο: Οι φυσικοί αριθμοί
1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών
1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών
1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα
1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Κεφ. 2ο: Τα κλάσματα
2.1 Η έννοια του κλάσματος
2.2 Ισοδύναμα κλάσματα
2.3 Σύγκριση κλασμάτων
2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων
2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

2.6 Διαίρεση κλασμάτων

Κεφ. 3^{ο}: Δεκαδικοί αριθμοί
3.1 Δεκαδικά κλάσματα, Δεκαδικοί αριθμοί, Διάταξη δεκαδικών αριθμών, Στρογγυλοποίηση
3.3 Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης

Κεφ. 4^{ο}: Εξισώσεις και προβλήματα
4.1 Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις: $\alpha + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$, $\alpha - x = \beta$, $\alpha \cdot x = \beta$, $\alpha : x = \beta$ και $x : \alpha = \beta$

Κεφ. 5^{ο}: Ποσοστά
5.1 Ποσοστά
5.2 Προβλήματα με ποσοστά

Κεφ. 6^{ο}: Ανάλογα ποσά – Αντιστρόφως ανάλογα ποσά
6.1 Παράσταση σημείων στο επίπεδο
6.2 Λόγος δύο αριθμών – Αναλογία
6.3 Ανάλογα ποσά – Ιδιότητες αναλόγων ποσών
6.4 Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας
6.5 Προβλήματα αναλογιών
6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Κεφ. 7^{ο}: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί
7.1 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου
7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών
7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών
7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών
7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών
7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών
7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1^{ο}: Βασικές γεωμετρικές έννοιες
1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο
1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα
1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθυγράμμου τμήματος
1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων
1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας
1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες
1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών
1.8 Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες
1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο
1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων
1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου
1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

Κεφ. 2^{ο}: Συμμετρία
2.1 Συμμετρία ως προς άξονα
2.2 Άξονας συμμετρίας
2.3 Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
2.4 Συμμετρία ως προς σημείο
2.5 Κέντρο συμμετρίας
2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

Κεφ. 3^{ο}: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια
3.1 Στοιχεία τριγώνου – Άθροισμα γωνιών τριγώνου

3.2 Είδη τριγώνων – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπέζιο – Ισοσκελές τραπέζιο
3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπεζίου

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαια 1ο, 2ο, 3ο (Φυσικοί αριθμοί, Κλάσματα, Δεκαδικοί)

Στο Δημοτικό έχουν διδαχθεί τόσο οι έννοιες όσο και οι διαδικασίες που αναφέρονται στα κεφάλαια αυτά. Έτσι, η διδασκαλία στην Α΄ Γυμνασίου πρέπει να έχει δύο στόχους:

1ο. Την επανάληψη – υπενθύμιση εννοιών και διαδικασιών και
2ο. Την εμβάθυνση σε κάποιες πλευρές που κρίνονται σημαντικές για την περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών.

Πιο συγκεκριμένα πρέπει να έχει ως στόχους:

- ✓ Την αντιμετώπιση εμποδίων και δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές (π.χ. το γινόμενο δύο αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερο από τους παράγοντές του, οι δεκαδικοί αριθμοί είναι άλλο είδος αριθμών απ' ότι τα κλάσματα).
- ✓ Την ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών να χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις και να μεταβαίνουν από το ένα είδος στο άλλο (π.χ. αναπαράσταση στην ευθεία των αριθμών, οι γεωμετρικές αναπαραστάσεις των κλασμάτων, οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα ως διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών).
- ✓ Την εμβάθυνση σε ιδιότητες των πράξεων και αλγοριθμικών διαδικασιών που υποστηρίζουν τη μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα (π.χ. επιμεριστική και αντιμεταθετική ιδιότητα, η αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης κτλ.).
- ✓ Την εισαγωγή αλγεβρικών συμβόλων και τη νοηματοδότηση τους μέσα από την ανάγκη διατύπωσης σχέσεων και ιδιοτήτων (π.χ. ιδιότητες πράξεων), από την ανάγκη περιγραφής προβλημάτων ή ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες (π.χ. άσκηση 1 της §4.1), από την παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων που περιγράφουν γεωμετρικά ή αριθμητικά μοτίβα (π.χ. άσκηση 15 της §4.1, αλλά και γενίκευση του παραδείγματος 3 της §1.1).

Με βάση τα παραπάνω, προτείνεται η μείωση των ωρών, που θα αφιερωθούν για διδασκαλία των τριών πρώτων κεφαλαίων, από 27 σε 18.

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 6 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Αναπαράσταση των αριθμών στην ευθεία.
- ✓ Κατανόηση και χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας (παρ. 3 και ασκήσεις 6, 7 της §1.2).
- ✓ Υπολογισμοί δυνάμεων και κατανόηση των συμβολισμών (ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 8, 9 της §1.3).
- ✓ Εφαρμογή της προτεραιότητας των πράξεων στον υπολογισμό αριθμητικών παραστάσεων (ασκήσεις 6, 7, 11 και 12 της §1.3).
- ✓ Ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης και χρήση των εννοιών «διαιρεί», «πολλαπλάσιο».
- ✓ Κριτήρια διαιρετότητας, ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και εύρεση Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ.
- ✓ Λεκτικά προβλήματα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο.

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 8 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Έννοια κλάσματος και οι διαφορετικές πτυχές της όπως μέρος του όλου, πηλίκο και λόγος (οι εισαγωγικές δραστηριότητες της §2.1, ασκήσεις 1, 2, 3, σελ. 36, δραστηριότητα 2, σελ. 37 και προβλήματα αναγωγής στη μονάδα).
- ✓ Ισοδύναμα κλάσματα και μετατροπές τους
- ✓ Σύγκριση κλασμάτων μέσα από διαφορετικούς τρόπους (μετατροπή σε ομώνυμα, χρήση γεωμετρικών αναπαραστάσεων, χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. σύγκριση με τη μονάδα ή με ένα τρίτο αριθμό)
- ✓ Διαδικασίες που συνδέονται εμμέσως με την έννοια της πυκνότητας των ρητών (να επεκταθεί το παράδειγμα 4 στην §2.3 στην περίπτωση παρεμβολής περισσότερων του ενός κλασμάτων).

- ✓ Ανάγκη μετατροπής ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα στην περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεσης, χρησιμοποιώντας ασκήσεις πράξεων απλών κλασμάτων με παρονομαστές μέχρι το 10.
- ✓ Έννοια των πράξεων στα κλάσματα και η εφαρμογή τους στην επίλυση προβλημάτων (π.χ. ότι η έκφραση «τα $\frac{2}{5}$ του $\frac{3}{8}$» αποδίδεται αριθμητικά με τον πολλαπλασιασμό $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{8}$, ότι οι αντίστροφοι αριθμοί είναι αυτοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, ότι το άθροισμα και η διαφορά κλασμάτων αναφέρεται στο ίδιο όλο, ότι τα σύνθετα κλάσματα εκφράζουν τη διαίρεση κλασμάτων)
- ✓ Παραστάσεις και προτεραιότητα πράξεων
- ✓ Διαφορετικές αναπαραστάσεις κλασμάτων (ευθεία, γεωμετρικά σχήματα)

Κεφάλαιο 3$^{\text{ο}}$ (Να διατεθούν 4 ώρες)

Η παράγραφος 3.2 δεν συμπεριλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη. Όμως, στην διδασκαλία της παραγράφου 3.3 να αναφερθεί ότι οι δυνάμεις των δεκαδικών ορίζονται με τον ίδιο τρόπο και έχουν τις ίδιες ιδιότητες με εκείνες των δυνάμεων των φυσικών αριθμών.

Η παράγραφος 3.4 δεν συμπεριλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη, αλλά θα συζητηθεί στην διδασκαλία της παραγράφου 7.10.

Να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ότι οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών
- ✓ Στη διαδικασία σύγκρισης δεκαδικών αριθμών και την τοποθέτησή τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.
- ✓ Στον τρόπο με τον οποίο εκφράζεται η προτεραιότητα των πράξεων στον υπολογισμό μιας παράστασης με τον υπολογιστή τσέπης.

Σχετικά με τις δυνάμεις, να συζητηθεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο δυνάμεων με ίδια βάση, μεγαλύτερη του 1, μεγαλύτερη είναι η δύναμη που έχει το μεγαλύτερο εκθέτη (π.χ. $2,52<(2,52)^2<(2,52)^3$), ενώ συμβαίνει το αντίθετο, αν η βάση είναι μικρότερη του 1 (π.χ. $0,22>(0,22)^2>(0,22)^3$). Να γίνει χρήση του υπολογιστή τσέπης.

Κεφάλαιο 4$^{\text{ο}}$ (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η έννοια της εξίσωσης και η εύρεση της λύσης με την αντίθετη – αντίστροφη πράξη έχει συζητηθεί στην ΣΤ΄ Δημοτικού. Επιπλέον, η επίλυση των εξισώσεων πρώτου βαθμού θα αντιμετωπισθεί αναλυτικά στη Β΄ Γυμνασίου. Ο ρόλος του κεφαλαίου αυτού στην Α΄ Γυμνασίου είναι επαναληπτικός, καθόσον οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν απλές εξισώσεις στην αντιμετώπιση προβλημάτων σε επόμενα κεφάλαια.

§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην διδαχθούν οι έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης. Να μην ζητείται η απομνημόνευση των λύσεων (τελευταία παράγραφος του «μαθαίνουμε»). Να δοθεί έμφαση στη μετατροπή λεκτικών εκφράσεων σε μαθηματικές (δραστηριότητες 1, 2, 3 και ασκήσεις 1, 2, 3), στην έννοια της λύσης εξίσωσης (δραστηριότητα 4 και ασκήσεις 7, 8) και στην επίλυση εξίσωσης μόνο με τον ορισμό των πράξεων. Η άσκηση 15 μπορεί να συμβάλει στην προσπάθεια ανάπτυξης της αλγεβρικής σκέψης και γι' αυτό να δοθεί στους μαθητές ως δραστηριότητα στην τάξη.

Κεφάλαιο 5$^{\text{ο}}$ (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η έννοια του ποσοστού και προβλήματα με ποσοστά έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το καινούριο που υπάρχει είναι το πλαίσιο των προβλημάτων (π.χ. προβλήματα με τόκους, Φ.Π.Α.).

§5.1 (Να διατεθεί 1 ώρα)

Να δοθεί έμφαση στα ποσοστά ως διαφορετικής αναπαράστασης των δεκαδικών και των κλασμάτων, αλλά και να επισημανθεί το γεγονός ότι δεν γράφονται όλα τα κλάσματα με ακρίβεια στη μορφή ποσοστού (π.χ. ενώ $\frac{3}{4}=0,75=75\%$, είναι $\frac{1}{3}=0,33...=33,33...\%$). Να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις μετατροπής ποσοστών σε κλάσματα και δεκαδικούς και αντίστροφα και σε απλά προβλήματα.

§5.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να γίνει διαπραγμάτευση μόνο απλών προβλημάτων τόκου, Φ.Π.Α. και προβλημάτων που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής.

Κεφάλαιο 6$^{\text{ο}}$ (Να διατεθούν 11 ώρες)
Οι έννοιες των ανάλογων και αντιστρόφως ανάλογων ποσών έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το νέο για τους μαθητές στην Α΄ Γυμνασίου είναι η εμπλοκή των μεταβλητών, η συμμεταβολή (χωρίς να γίνεται λόγος για συνάρτηση) και η παράσταση σε σύστημα συντεταγμένων.

§6.1 (Να διατεθεί 1 ώρα)
§6.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§6.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να επισημανθεί ότι η ταυτόχρονη αύξηση (ή μείωση) δύο ποσών δεν αρκεί για να είναι ανάλογα (π.χ. το βάρος των βρεφών και η ηλικία τους που περιγράφεται στη δραστηριότητα της σελ. 89, η πλευρά και το εμβαδόν τετραγώνου κ.ο.κ.)
§6.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Όσον αφορά στις συναρτήσεις, ένας από τους σημαντικότερους στόχους είναι η ικανότητα μετάβασης από ένα είδος αναπαράστασης στο άλλο. Για το λόγο αυτό, είναι χρήσιμο να γίνει διαπραγμάτευση των ασκήσεων 3 και 4 στην τάξη.
§6.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να τονιστεί ότι η αριθμητική και η γραφική επίλυση του προβλήματος 1 είναι ισοδύναμες και εξίσου χρήσιμες.
§6.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Κεφάλαιο 7$^{\text{ο}}$ (Να διατεθούν 14 ώρες)
Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές, αν και υπάρχει άτυπη γνώση των αρνητικών αριθμών (θερμοκρασία κτλ.) που μπορεί να αξιοποιηθεί.

§7.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§7.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Το γεγονός ότι ο αντίθετος του -2 είναι ο 2 ίσως είναι προφανές για τους μαθητές, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο για τον αντίθετο ενός αριθμού α. Στην κατεύθυνση αυτή ίσως είναι αποτελεσματική η χρήση της ευθείας των αριθμών, όπου ο α μπορεί να τοποθετηθεί τόσο δεξιά από το 0 (αν α θετικός), όσο και αριστερά του (αν α αρνητικός). Έτσι, μπορεί να αναδειχθεί το γεγονός ότι στην έκφραση $-\alpha$ το «$-$» δηλώνει τον αντίθετο του α, αλλά όχι το πρόσημο.
§7.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Για την εισαγωγή της πρόσθεσης θετικών και αρνητικών αριθμών, παράλληλα με τη δραστηριότητα του βιβλίου του μαθητή μπορεί να γίνει χρήση και της μετατόπισης πάνω στον άξονα: στο άθροισμα δύο αριθμών, ο πρώτος προσθετέος δείχνει το σημείο εκκίνησης πάνω στο άξονα, ενώ ο δεύτερος δείχνει τη μετακίνηση (το πρόσημό του την κατεύθυνση και η απόλυτη τιμή του την απόσταση).
§7.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «–»: ως πρόσημο (π.χ. στον αριθμό -2), ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο $-(-3)$ ή στο $-\alpha$) και ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο $3-8$). Είναι λοιπόν χρήσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στην μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη. Επιπλέον, ίσως χρειάζεται να ξαναγίνει συζήτηση για την έννοια του αντίθετου (βλ. την §7.2). Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόησή της από τους μαθητές. Ένας τρόπος να αποδοθεί νόημα στους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων είναι ο υπολογισμός με δύο τρόπους των αποτελεσμάτων (άσκηση 8). Ένας ακόμη τρόπος (ο οποίος είναι ίσως περισσότερο αποδοτικός) είναι η χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η απαλοιφή παρενθέσεων δεν θα διδαχθεί σε αυτή την παράγραφο αλλά στην επόμενη (βλ. παρακάτω)
§7.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Για την κατανόηση του πρόσημου του γινομένου δύο ρητών είναι καλό να χρησιμοποιηθεί η εισαγωγική δραστηριότητα του βιβλίου.

Εδώ προτείνεται να διδαχθεί και η απαλοιφή παρενθέσεων, με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό θα επιτρέψει την κατανόηση και αιτιολόγηση των κανόνων. Για παράδειγμα, η έκφραση $-(2-5)$ μπορεί να σημαίνει

$$-(2-5)=(-1)\cdot\left[(+2)+(-5)\right]=(-1)\cdot(+2)+(-1)\cdot(-5)=(-2)+(+5)=-2+5$$

και αυτό μπορεί να γενικευθεί και σε παραστάσεις με μεταβλητές, (π.χ. $-(\alpha-\beta)=...$). Βέβαια, θα πρέπει να προηγηθεί μια συζήτηση για να εξηγηθεί ότι ο αντίθετος ενός αριθμού είναι το γινόμενό του με το -1, πράγμα που μπορεί να γίνει μέσω παραδειγμάτων, όπως $(-1)\cdot(+2)=-2$, $(-1)\cdot(-5)=+5$ κ.ο.κ.

§7.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§7.7 (Να διατεθεί 1 ώρα)
§ 7.8, 7.9 και 7.10 (Θα διδαχθούν στη Β΄ Γυμνασίου).

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 24 ώρες)

Στην εισαγωγή γεωμετρικών εννοιών χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο να μπορούν οι μαθητές να τις αναγνωρίζουν, να τις περιγράφουν (άτυπα ή τυπικά) και να τις αναπαριστάνουν.

§1.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§1.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η έννοια της γωνίας είναι γνωστή στους μαθητές από το Δημοτικό αλλά δημιουργεί αρκετές δυσκολίες. Ο τυπικός ορισμός της εισάγεται πρώτη φορά αλλά χρειάζεται ιδιαίτερη επεξεργασία από τους μαθητές, ώστε να μπορούν οι ίδιοι να τον κατανοήσουν και να τον περιγράψουν. Η δε αναγνώριση γωνιών μέσα σε σχήματα είναι μια πιο απαιτητική γνωστική λειτουργία απ' ότι η αναγνώριση μεμονωμένων γωνιών.

Η δραστηριότητα 2 προτείνεται να αντικατασταθεί με μία απλούστερη.

§1.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η έννοια της μέτρησης, η σύγκριση τμημάτων, οι διαφορετικοί τρόποι σύγκρισης (με διαβήτη ή με μέτρηση), η διαφοροποίηση ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα και στο μήκος του, η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη, τυποποιημένη), η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης, η χρήση των οργάνων μέτρησης, ο τρόπος μεταβολής του αποτελέσματος της μέτρησης όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας είναι απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους μαθητές.

§1.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να γίνεται επιλογή κάποιων ασκήσεων από τις 5, 6, 7, 9, 10 και 11, διότι έχουν παρεμφερές περιεχόμενο. Η άσκηση 8 είναι ιδιαίτερα δύσκολη καθώς απαιτεί παράλληλα ο μαθητής να κάνει συσχετίσεις, να σχεδιάζει, να πειραματίζεται και να αναθεωρεί τις επιλογές του. Προτείνεται λοιπόν αν θα γίνει να αντιμετωπιστεί στην τάξη μέσα από συζήτηση.

§1.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Οι μαθητές έχουν γνωρίσει τις άλλες έννοιες στο Δημοτικό, εκτός από την έννοια της διχοτόμου γωνίας, όμως αντιμετωπίζουν δυσκολίες σχετικά μ' αυτές. Συγκεκριμένα συγχέουν ποιό ακριβώς είναι το γεωμετρικό αντικείμενο που μετριέται (η γωνία) με άλλα και/ή τις μετρήσεις τους, όπως τα μήκη των τμημάτων που είναι οι πλευρές της γωνίας, την επιφάνεια ανάμεσα στις ημιευθείες κλπ. Επίσης ταυτίζουν το γεωμετρικό αντικείμενο (γωνία) με την μέτρησή του (μέτρο της γωνίας).

Προτείνεται η σύγκριση γωνιών να γίνεται και με την χρήση διαφανούς χαρτιού (παραδείγματα 1, 2 και άσκηση 6) και όχι αποκλειστικά και μόνο μέσω του μέτρου τους με την μέτρηση με μοιρογνωμόνιο. Γενικά, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές των εννοιών που διαπραγματευόμαστε. Για παράδειγμα, η εύρεση - κατασκευή της διχοτόμου μιας γωνίας (σελ. 167) με δίπλωση του χαρτιού αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών αλλά και την διχοτόμο ως άξονα συμμετρίας, ενώ η κατασκευή με το μοιρογνωμόνιο αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών μέσω του μέτρου τους.

§1.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι γνωστό στους μαθητές από το Δημοτικό, εκτός από την μηδενική, την ευθεία, την μη κυρτή και την πλήρη γωνία.

Παρόλα αυτά η έννοια της καθετότητας μπορεί να μην έχει κατακτηθεί από πολλούς μαθητές και μια από τις συνηθισμένες δυσκολίες που έχουν είναι η αναγνώριση της καθετότητας σε ευθείες που

δεν έχουν τον συνήθη οριζόντιο και κατακόρυφο προσανατολισμό. Κάποιες από τις αιτίες αυτής της δυσκολίας είναι ο τρόπος προσανατολισμού των σχημάτων στα σχολικά βιβλία (π.χ. ορθογώνια ή τετράγωνα με πλευρές παράλληλες προς τις ακμές των σελίδων του βιβλίου), οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον γύρω τους (π.χ. οριζόντιος και κατακόρυφος προσανατολισμός των κουφωμάτων των σπιτιών, των παραθύρων κλπ), αλλά και από τον τρόπο προσανατολισμού των σχημάτων στον πίνακα, κατά την διδασκαλία. Το φαινόμενο αυτό δεν περιορίζεται μόνον στην έννοια της καθετότητας αλλά επεκτείνεται και στην αναγνώριση σχημάτων π.χ. δεν αναγνωρίζουν ως τρίγωνο κάποιο «μακρόστενο» στο οποίο μία πλευρά είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες. Θα πρέπει ο διδάσκων, λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, να εμπλουτίζει την ποικιλία των σχημάτων που χρησιμοποιεί κατά την διάρκεια της διδασκαλίας.
Κατά την διδασκαλία του παραδείγματος 1 (σελ. 171) η διαπίστωση της καθετότητας να γίνει εκτός από την δίπλωση και με την χρήση γνώμονα.
Προτείνεται ο διδάσκων να κάνει κάποια επιλογή στις ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6, 7 λόγω παρεμφερούς περιεχομένου.

§ 1.7 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Να αναφερθεί η έννοια της διαφοράς δύο γωνιών. Να δοθεί προτεραιότητα κατά σειρά στις ασκήσεις 1, 4 (περιπτώσεις 3 και 2) και 3 και να εμπλουτισθούν οι ασκήσεις με ερωτήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας που είναι το άθροισμα των ζευγών των εφεξής που βρίσκουν οι μαθητές, όπως και ερωτήματα προσδιορισμού της διαφοράς δύο γωνιών.

§ 1.8 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Οι έννοιες είναι νέες για τους μαθητές. Να μην διδαχθεί η εφαρμογή 5 της σελίδας 178. Στα παραδείγματα 1 και 2 να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες μπορεί να είναι παραπληρωματικές ή συμπληρωματικές χωρίς να είναι εφεξής.

§ 1.9 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Η έννοια της παραλληλίας είναι γνωστή στους μαθητές από το Δημοτικό. Προτείνεται να δοθεί ως άσκηση ο σχεδιασμός ενός παραλληλογράμμου (είναι γνωστή έννοια από το Δημοτικό) με στοιχεία που θα καθορίσει ο διδάσκων.

§ 1.10 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Προτείνεται ο διδάσκων να κάνει κάποια επιλογή στις ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6, 7 λόγω παρεμφερούς περιεχομένου.

§ 1.11 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Λόγω εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της επόμενης παραγράφου οι εφαρμογές 2 και 3 της §1.12 θα διδαχθούν σε αυτή την παράγραφο, μαζί με την εφαρμογή της σελ. 189. Ο διδάσκων θα μπορούσε να ζητήσει οι κατασκευές να γίνουν σε ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις οι μαθητές να διερευνήσουν π.χ. τις συνθήκες κατασκευής ενός τριγώνου, όταν δίνονται τρία ευθύγραμμα τμήματα (εφαρμογή, σελ. 189, δραστηριότητα για το σπίτι, αριθ. 2).

§ 1.13 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Το περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές.

Κεφάλαιο 2^{ο} (Να διατεθούν 12 ώρες)
Γενικά για την διδασκαλία του κεφαλαίου 2 ενδείκνυται η αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, παράλληλα με τη χρήση άλλων μέσων (όπως το διαφανές χαρτί, τα γεωμετρικά όργανα κτλ.) με σκοπό όχι μόνο την κατασκευή συμμετρικών σχημάτων αλλά και την κατανόηση και την αξιοποίηση των ιδιοτήτων της συμμετρίας.
Προτείνεται να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.2 (άξονας συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 (συμμετρία ως προς άξονα) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της αξονικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.
Να επισημανθεί ότι η ταύτιση των δύο μερών του σχήματος, όπως αυτό χωρίζεται από τον άξονα συμμετρίας και η δίπλωση του σχήματος κατά το μήκος αυτού, σημαίνει την ισότητα των δύο μερών και προτείνεται να δοθούν για ανακάλυψη και αιτιολόγηση οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου[1] (δεν θα αναφέρονται σε ύψος, διάμεσο και διχοτόμο του τριγώνου ως προς την βάση, αλλά θα συνάγουν ότι ο άξονας συμμετρίας διχοτομεί την γωνία που είναι απέναντι από την βάση, τέμνει κάθετα την βάση κτλ.), του ισόπλευρου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου (οι μαθητές τα σχεδιάζουν σε διαφανές χαρτί ή τους δίνονται έτοιμα τα σχήματα και με την χάραξη των

[1] *Οι έννοιες του ισοσκελούς και του ισόπλευρου τριγώνου τους είναι γνωστές από το Δημοτικό, ομοίως του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου.*

αξόνων συμμετρίας και την δίπλωση των σχημάτων κατά μήκος αυτών ανακαλύπτουν και δικαιολογούν τις ιδιότητες τους).
Προτείνεται επίσης να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.5 (κέντρο συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.4 (συμμετρία ως προς σημείο) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της κεντρικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

§ 2.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§ 2.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§ 2.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις εφαρμογές 1, 2 και 5 και στις ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 7 και 9.

§ 2.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§ 2.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να δοθεί για δραστηριότητα η ανακάλυψη και η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου, με την σχεδίαση δύο ίσων παραλληλογράμμων σε δύο διαφορετικά φύλλα, που το ένα θα είναι διαφανές χαρτί.

§ 2.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Κατά την διδασκαλία της ενότητας να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες ορίζονται ως εντός εναλλάξ, εντός και επί τα αυτά κτλ., ανεξάρτητα από το αν οι δύο ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ (τεμνόμενες από μία τρίτη ευθεία), είναι παράλληλες μεταξύ τους ή όχι. Όμως, μόνο όταν οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες, οι παραπάνω γωνίες θα είναι αντιστοίχως ίσες, παραπληρωματικές κτλ.

Κεφάλαιο 3^ο (Να διατεθούν 8 ώρες)

§ 3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές μιας έννοιας. Ταυτόχρονα, σε κάποιες περιπτώσεις αυτά απαιτούν και διαφορετικό βαθμό συνειδητοποίησης και κατανόησης κάποιων εννοιών, εκ μέρους των μαθητών.
Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπουν στο χρήστη να δημιουργήσει μία κατασκευή μέσα από μία σειρά ενεργειών που ορίζονται γεωμετρικά (π.χ. κατασκευή ευθείας παράλληλης προς μία άλλη, από σημείο εκτός αυτής). Όταν στο αποτέλεσμα αυτής της κατασκευής, επιλέξουμε κάποιο σημείο και το σύρουμε, με την βοήθεια του ποντικιού, το γεωμετρικό αντικείμενο μεταβάλλεται, ενώ όλες οι γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατασκευή διατηρούνται. Έτσι, η κατασκευή βασίζεται και συμπεριφέρεται με βάση τις γεωμετρικές σχέσεις και τις ιδιότητες που απορρέουν απ' αυτές. Αυτή η συμπεριφορά του σχήματος δεν παρουσιάζεται όταν ο μαθητής έχει δημιουργήσει ένα σχέδιο βασισμένο σε επιφανειακά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα η ανάθεση στους μαθητές να βρουν τρόπο (ή τρόπους) να σχεδιάσουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο να μπορεί να μεταβάλλεται και να αντέχει στην δοκιμασία του συρσίματος των κορυφών, απαιτεί εκ μέρους τους τη συνειδητοποίηση και την κατανόηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν έτσι ώστε το τρίγωνο να παραμένει ισοσκελές κάτω απ' όλες τις περιστάσεις. Η σχεδίαση ενός ισοσκελούς τριγώνου, βασισμένη στις μετρήσεις των πλευρών, δεν «αντέχει» στην δοκιμασία του συρσίματος, ενώ η κατασκευή ισοσκελούς που βασίζεται π.χ. στην ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου «αντέχει». Ταυτόχρονα η δυναμική μεταβολή της κατασκευής, τους επιτρέπει να διερευνήσουν και να κατανοήσουν (με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις) άλλες σχέσεις, όπως ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισοσκελή, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο.
Προτείνεται να δοθούν ως δραστηριότητες για το σπίτι, οι κατασκευές σε ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου, όπως επίσης ορθογωνίου, αμβλυγωνίου και οξυγωνίου, που να «αντέχουν» στην διαδικασία συρσίματος[2] και με συζήτηση στην τάξη, των προσεγγίσεων των μαθητών, μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις, να αναδειχθούν πτυχές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών ή να αποτελέσουν την βάση προβληματισμού για την ανάπτυξη της επόμενης ενότητας.

§ 3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°, ενώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς και του ισοπλεύρου μπορεί να τις έχουν διαπραγματευτεί σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στα παραδείγματα – εφαρμογές και στις ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 και 9. Η άσκηση 10 είναι πολύ

[2] Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτή την δραστηριότητα είναι οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με κάποιο πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας και να μπορούν να δουλεύουν αυτόνομα σ' αυτό.

δύσκολη γι' αυτή την ηλικία και αν αντιμετωπιστεί να μη γίνει με τη βοήθεια του αλγεβρικού λογισμού.

§ 3.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να δοθούν κατάλληλες δραστηριότητες κατασκευής παραλληλογράμμου, ορθογωνίου κτλ. σε πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας, με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην §3.1.

§ 3.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Τα περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους μαθητές, εκτός αν διαπραγματεύτηκαν μέρος του σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί.

<u>**Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α**</u>

Β΄ Τάξη Γυμνασίου

Ι. Διδακτέα ύλη

- Από το βιβλίο **«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου»** των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 7^{ο}: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Δεν αποτελεί εξεταστέα ύλη)

7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό
7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο
7.10 Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών

- Από το βιβλίο **«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου»** των Παναγιώτη Βλάμου, Παναγιώτη Δρούτσα, Γεωργίου Πρέσβη, Κωνσταντίνου Ρεκούμη,

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1^{ο}: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1.1 Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις
1.2 Εξισώσεις α΄ βαθμού
1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων
1.5 Ανισώσεις α΄ βαθμού

Κεφ. 2^{ο}: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

2.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού
2.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί
2.3 Προβλήματα

Κεφ. 3^{ο}: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

3.1 Η έννοια της συνάρτησης
3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης
3.3 Η συνάρτηση $y = \alpha \cdot x$
3.4 Η συνάρτηση $y = \alpha \cdot x + \beta$ (χωρίς τις υποπαραγράφους: «Η εξίσωση της μορφής «$\alpha \cdot x + \beta \cdot y = \gamma$» και «Σημεία τομής της ευθείας $\alpha \cdot x + \beta \cdot y = \gamma$ με τους άξονες»).
3.5 Η συνάρτηση $y = \dfrac{\alpha}{x}$ – Η υπερβολή

Κεφ. 4^{ο}: ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα
4.2 Γραφικές Παραστάσεις
4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος (χωρίς την υποπαράγραφο: «Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1^{ο}: ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ – ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών
1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

Κεφ. 2^{ο}: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ – ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ
2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας
2.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας
2.4 Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30°, 45° και 60°

Κεφ. 3^{ο}: ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ
3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες
3.2 Κανονικά πολύγωνα
3.3 Μήκος κύκλου
3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Κεφ. 4^{ο}: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΤΕΡΕΩΝ
4.1 Ευθείες και επίπεδα στο χώρο
4.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου
4.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου
4.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της
4.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 7^{ο} Α΄ ΜΕΡΟΥΣ Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου (Να διατεθούν 9 ώρες)
Επανάληψη βασικών εννοιών (αρνητικοί αριθμοί, απόλυτη τιμή, αντίθετος αριθμού) και διαδικασιών (πράξεις) από τις προηγούμενες παραγράφους (3 ώρες)
§7.8 (Να διατεθούν 3 ώρες)
§7.9 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§7.10 (Να διατεθεί 1 ώρα)
Εδώ θα διδαχθεί για πρώτη φορά στο Γυμνάσιο και η τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών.

Κεφάλαιο 1^{ο} (Να διατεθούν 12 ώρες)
§1.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να δοθεί προτεραιότητα τόσο σε ασκήσεις αλγεβρικής έκφρασης ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες και αντιστρόφως, όσο και στις αναγωγές ομοίων όρων – απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.
§1.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στο μαθητή και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να υποστηριχθεί με το μοντέλο της ζυγαριάς στην περίπτωση των θετικών αριθμών. Εξάλλου, οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία της άλγεβρας, δίνουν έμφαση στο νόημα των αλγεβρικών εκφράσεων και στην δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών αναπαραστάσεων, παράλληλα με την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων. Η διδασκαλία των εξισώσεων θα πρέπει να ξεκινάει από προβλήματα, τα οποία είναι δυσκολότερο να λυθούν με πρακτική αριθμητική και να επιλύονται εξισώσεις που είναι μοντέλα τέτοιων προβλημάτων. Έτσι, δεν έχει νόημα η διδασκαλία πολύπλοκων εξισώσεων που απαιτούν μεγάλη ευχέρεια στον αλγεβρικό λογισμό, όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 9 (εξίσωση με παράμετρο).
§1.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)
§1.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Ισχύουν αντίστοιχες παρατηρήσεις με εκείνες που έγιναν στις εξισώσεις, αλλά στην περίπτωση αυτή χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο ότι η λύση ανίσωσης, συνήθως, δεν είναι μια τιμή αλλά ένα σύνολο από τιμές. Επιπλέον, προτείνεται να μη συζητηθεί η άσκηση 7 (ανίσωση με παράμετρο) και να γίνει επιλογή (από τον διδάσκοντα) των ασκήσεων με ανισώσεις και συναλήθευση ανισώσεων.

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 8 ώρες)
Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο για τους μαθητές και υπάρχουν πολλές πτυχές που είναι πηγή δυσκολιών (δεκαδική αναπαράσταση αρρήτων, έννοια πραγματικών αριθμών, κ.ο.κ.).
§2.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Η παράγραφος αυτή θα πρέπει να διδαχθεί αμέσως μετά τη διδασκαλία της §1.4 (Πυθαγόρειο θεώρημα) της Γεωμετρίας.
§2.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη θέματα σχετικά με βασικές ιδιότητες συνέχειας των πραγματικών και της ευθείας, με απλά ερωτήματα όπως: Ποιος είναι ο μικρότερος θετικός πραγματικός; Ποιος είναι ο “επόμενος” πραγματικός του 1; Μπορούμε πάντα να βρίσκουμε έναν ρητό/άρρητο ανάμεσα σε δύο άλλους;
§2.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

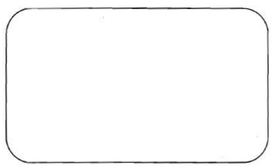
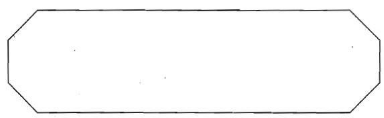
Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 13 ώρες)
Παρά το ότι οι μαθητές έχουν διδαχθεί τα ανάλογα και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά, η έννοια της συνάρτησης, και οι πολλαπλές αναπαραστάσεις της (λεκτική διατύπωση, γραφική παράσταση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών) δεν έχουν γίνει μέχρι τώρα αντικείμενο συστηματικής διαπραγμάτευσης.
§3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Η χρήση γράμματος ως μεταβλητής και όχι μόνο ως άγνωστου σε μια εξίσωση είναι κάτι που δεν έχει γίνει επαρκώς αντικείμενο συζήτησης μέχρι τώρα. Για το σκοπό αυτό είναι χρήσιμη τόσο η δημιουργία αλγεβρικών τύπων συναρτήσεων από λεκτικές διατυπώσεις ποσοτήτων, όσο και η συμπλήρωση τιμών σε πίνακα (με αντικατάσταση αριθμητικών τιμών στον τύπο).
§3.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Να δοθούν ασκήσεις και προβλήματα με γραφικές παραστάσεις τις οποίες θα πρέπει οι μαθητές να "διαβάσουν" για να βρουν ποιες τιμές του y αντιστοιχούν σε δεδομένες τιμές του x και αντιστρόφως. Τέτοιες είναι η ερώτηση 5, η καμπύλη θερμοκρασίας ενός τόπου (§4.5 του σχολικού βιβλίου της Α΄ Λυκείου) και άλλες που μπορούν να αναζητηθούν στο διαδίκτυο.
Να μη διδαχθούν οι εφαρμογές 2 (συμμετρικό σημείου) και 3 (τύπος απόστασης σημείων), οι ερωτήσεις κατανόησης 3, 4 και οι ασκήσεις 3, 5 και 6. Στις ασκήσεις 4 και 7 μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα και όχι ο τύπος απόστασης σημείων. Αντίθετα, να δοθεί έμφαση στην εφαρμογή 4 και στις ασκήσεις 8, 9 και 10.
§3.3 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Το σχόλιο 1 της §2.1 του Β΄ Μέρους (σελ. 137) να αναφερθεί στη διδασκαλία της παραγράφου αυτής.
§3.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Να μη διδαχθούν οι υποπαράγραφοι «η εξίσωση $\alpha x+\beta y=\gamma$» και «σημεία τομής της ευθείας $\alpha x+\beta y=\gamma$ με τους άξονες» και οι αντίστοιχες ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις. Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα που μοντελοποιούνται με γραμμικές συναρτήσεις και σε ερωτήματα που οδηγούν σε εξίσωση και ανίσωση και μπορούν να λυθούν μέσω αναπαραστάσεων της συνάρτησης (δηλαδή είτε με πίνακα τιμών, είτε με γραφική ή γραφικές παραστάσεις, είτε με τους τύπους που οδηγούν σε εξίσωση ή ανίσωση). Τέτοια προβλήματα είναι οι ασκήσεις 8, 9 σελ. 71, οι 5, 9, 10 σελ. 78, και οι 4, 5 σελ 82 (υπερβολή), αφού συμπληρωθούν με κατάλληλα ερωτήματα από τον διδάσκοντα.
§3.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 8 ώρες)
Οι μαθητές έχουν, ήδη, επεξεργαστεί στο Δημοτικό σχολείο δεδομένα (ταξινόμηση, αναπαράσταση δεδομένων και υπολογισμό του μέσου όρου). Το νέο στο κεφάλαιο αυτό είναι οι έννοιες του πληθυσμού, του δείγματος και της διαμέσου καθώς και η κατανομή σχετικών συχνοτήτων. Στο κεφάλαιο αυτό θα μπορούσαν οι ίδιοι οι μαθητές να εμπλακούν στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων καθώς και στην ερμηνεία γραφικών παραστάσεων αναφορικά με θέματα που ενδιαφέρουν τους ίδιους.
§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§4.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§4.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§4.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Να μη διδαχθεί η υποπαράγραφος «μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής» και οι ασκήσεις 6, 7 και 8.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 14 ώρες)
§1.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Η συγκεκριμένη ενότητα έχει μεγάλη σημασία για την ανάπτυξη των εννοιών που ακολουθούν στις επόμενες παραγράφους.
Απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους μαθητές πριν περάσουν αργότερα στους τύπους υπολογισμού των εμβαδών γεωμετρικών σχημάτων καθώς και στις μετατροπές μονάδων είναι τα εξής:
- ✓ Η σύγκριση επιφανειών (πολυγωνικών και μη) μέσα από διαφορετικές διαδικασίες (επικάλυψη, διαίρεση, σύνθεση κ.λ.π.)
- ✓ Η έννοια της διατήρησης της επιφάνειας.
- ✓ Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο γεωμετρικό μέγεθος (επιφάνεια) και στη μέτρησή του (εμβαδόν).
- ✓ Η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη ή τυποποιημένη), η επιλογή της κατάλληλης μονάδας, η χρήση της για την επικάλυψη μιας επιφάνειας και η σύμβαση της χρήσης της τετραγωνικής μονάδας.
- ✓ Η διάκριση ανάμεσα στη μέτρηση της επιφάνειας (εμβαδόν) από τις μετρήσεις άλλων μεγεθών (π.χ. τμήματα και τα μήκη τους ή η περίμετρος και το μήκος της)
- ✓ Η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης.
- ✓ Ο τρόπος μεταβολής του εμβαδού όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας.

ΣΧΗΜΑ 1

ΣΧΗΜΑ 2


Για παράδειγμα: Η σύγκριση των επιφανειών των διπλανών σχημάτων, η εύρεση διαφορετικών τρόπων σύγκρισης, η προσπάθεια υπολογισμού της σχέσης που έχουν (π.χ. πόσο μεγαλύτερη είναι η μία σε σχέση με την άλλη) κτλ., συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση κάποιων εννοιών.
Όμοια, δραστηριότητες ή ασκήσεις, που θα τους επιτρέψουν να αναπτύξουν τις δικές τους στρατηγικές μετασχηματισμού των σχημάτων σε άλλα ισοδύναμα, συμβάλλουν και αυτές κατά ένα μέρος στους προηγούμενους στόχους, γι' αυτό προτείνεται η ένταξη της άσκησης 11 (ερωτήματα 1 έως 6) της σελίδας 125 της §1.3 σ' αυτή την ενότητα (χωρίς να γίνεται χρήση των τύπων υπολογισμού του εμβαδού). Η άσκηση 3 της σελίδας 115 να εμπλουτισθεί με ερωτήματα που θα αφορούν το εμβαδό των σχημάτων που θα προκύψουν με μονάδα που θα καθορίσει ο διδάσκων. Επίσης, προτείνεται να δοθεί η άσκηση που αναφέρεται στην σελίδα 115 και φέρει τον τίτλο «Για διασκέδαση» και να τεθούν ερωτήματα σχετικά με την περίμετρο και το εμβαδό.
§1.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό τις δεκαδικές μονάδες μέτρησης των επιφανειών και το νέο στοιχείο είναι ο διεθνής συμβολισμός τους. Η αισθητοποίηση της τυπικής μονάδας, των υποδιαιρέσεων και των πολλαπλάσιων αυτής, οι μεταξύ τους σχέσεις, καθώς επίσης η επιλογή της κατάλληλης μονάδας ανάλογα με την επιφάνεια που θέλουμε να μετρήσουμε (άσκηση 6 σελ 118), συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση, απ' ότι μόνον η συνεχής εξάσκηση με ασκήσεις μετατροπής από την μία μονάδα μέτρησης σε άλλη.
§1.3 (Να διατεθούν 6 ώρες)
Το περιεχόμενο της ενότητας δεν είναι νέο για τους μαθητές.
Χρησιμοποιώντας ως βάση το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου αναπτύσσονται μέσα από μετασχηματισμούς το εμβαδόν των άλλων γεωμετρικών σχημάτων. Ο υπολογισμός του εμβαδού του ορθογωνίου παραλληλογράμμου γίνεται μέσα από τη μέτρηση των τετραγωνικών μονάδων που το επικαλύπτουν όπου το πλήθος τους εκφράζεται από το γινόμενο των διαστάσεων του ορθογωνίου.

Θα πρέπει να αντιμετωπιστούν επίσης δυσκολίες που έχουν οι μαθητές[3], όπως ότι:

- ✓ Σχήματα με μεγαλύτερη περίμετρο έχουν μεγαλύτερο εμβαδό
- ✓ Ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. των διαστάσεων διπλασιάζει, τριπλασιάζει κτλ. το εμβαδόν.
- ✓ Βάση (ή βάσεις) στα σχήματα, είναι μόνον η πλευρά (ή οι πλευρές) που έχει (ή έχουν) οριζόντιο προσανατολισμό.
- ✓ Ύψος του παραλληλογράμμου ή του τραπεζίου είναι μόνον αυτό που άγεται από μία κορυφή του ή αυτό που έχει κατακόρυφο προσανατολισμό.[4]

Ο υπολογισμός του εμβαδού γεωμετρικών σχημάτων με την εφαρμογή των τύπων υπολογισμού είναι σημαντικό να συνδέεται με το γεωμετρικό χειρισμό της έννοιας του εμβαδού (π.χ. μέσα από τη διαμέριση και σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων). Γενικότερα η γεωμετρική συλλογιστική και η παράλληλη μετάφραση σε αλγεβρικές σχέσεις μπορεί να δώσει νόημα στις αλγεβρικές έννοιες και διαδικασίες.

Κατάλληλες δραστηριότητες με λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας ή applets που υπάρχουν στο διαδίκτυο, μπορεί να βοηθήσουν στην κατάκτηση των παραπάνω στόχων.

Η εφαρμογή 6 και η άσκηση 9 θα μπορούσαν να συζητηθούν στην §1.4 της Άλγεβρας (επίλυση προβλημάτων με την χρήση εξισώσεων).

Οι ασκήσεις 11 (σχήμα 10) και 15 θα μπορούσαν να αποτελέσουν βάση για την διαπραγμάτευση της επόμενης ενότητας (Πυθαγόρειο Θεώρημα).

§1.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να γίνει κατάλληλος προγραμματισμός ώστε μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας της ενότητας να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 της Άλγεβρας (τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού). Να δοθεί έμφαση και στην σχέση εμβαδών και όχι μόνο πλευρών που εκφράζει το θεώρημα (ασκήσεις 1, 4, 5).

Κεφάλαιο 2^{o} (Να διατεθούν 5 ώρες)

§2.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Το σχόλιο 1 (σελ. 137) που αναφέρεται στην κλίση μιας ευθείας, να αναφερθεί τότε που θα γίνεται η διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας.

Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι 1/5, και όχι μόνο τα μήκη 1 και 5.

§2.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην διδαχθεί η παρατήρηση β, σελ. 143 ($\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$) και η άσκηση κατανόησης 4, γιατί είναι εκτός των στόχων του αναλυτικού προγράμματος και επιπλέον οι σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών της ίδιας γωνίας αναπτύσσονται διεξοδικά στην Γ΄ Γυμνασίου.

Η άσκηση 3γ της σελίδας 146 να παραλειφθεί, διότι χρησιμοποιεί μιαν άγνωστη για τους μαθητές ιδιότητα (πρόσθεση κατά μέλη ανισοτήτων).

Προτείνεται η χρήση υπολογιστή τσέπης (επιστημονικού ή απλού), κατά την λύση προβλημάτων ώστε να γίνει καλύτερη διαπραγμάτευση των εννοιών.

Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι $\frac{3}{5}$ και όχι μόνο τα μήκη 3 και 5 .

§2.4 (Να διατεθεί 1 ώρα)

Να μην διδαχθούν οι εφαρμογές 1 και 3 της σελίδας 153 και οι ασκήσεις 3 και 4 της σελίδας 154 (ο στόχος της παραγράφου δεν είναι ο λογισμός με τριγωνομετρικούς αριθμούς, αλλά η σύνδεση πλευρών και γωνιών τριγώνου).

---

[3] Η άρση των δυσκολιών των μαθητών είναι μια αργή και δύσκολη διαδικασία. Μπορεί να προκληθεί μέσα από την ενεργητική συμμετοχή τους σε ένα κατάλληλο διδακτικό περιβάλλον, το οποίο θα τους οδηγεί στις απαραίτητες γνωστικές συγκρούσεις και όχι μόνον μέσα από την παράθεση της ορθής άποψης – γνώσης.

[4] Ο προσανατολισμός με τον οποίο παρουσιάζονται τα σχήματα στα βιβλία, αλλά και οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον στην καθημερινή τους ζωή, συμβάλουν σε αυτές τις δυσκολίες. Η έκθεσή τους σε σχήματα με ασυνήθιστο προσανατολισμό ή σχήματα «μακρόστενα» (π.χ. τρίγωνα με σημαντικά μικρότερη την μία πλευρά σε σχέση με τις άλλες) κλπ. μπορεί να συμβάλλει, κατά ένα μέρος, στην κατεύθυνση αντιμετώπισης αυτών των δυσκολιών.

Να δειχθεί ότι η εφαρμογή 2 μπορεί να λυθεί εναλλακτικά με το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις 5, 12 και 7, διότι καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις και οι 5 και 12 δείχνουν την χρήση των Μαθηματικών σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 10 ώρες)

§3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Λόγω της εξαίρεσης από την διδακτέα ύλη της Α΄ Γυμνασίου της §1.12 (επίκεντρη γωνία, σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου, μέτρηση τόξου) να δοθεί ο ορισμός της επίκεντρης γωνίας, του αντίστοιχου τόξου αυτής και η μεταξύ τους σχέση.
Να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις κατανόησης και στις ασκήσεις 1, 3, 5, 6 και 7.

§3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να αναφερθεί το θεώρημα ότι στον ίδιο κύκλο σε ίσα τόξα αντιστοιχούν ίσες χορδές και αντιστρόφως, διότι αυτό δεν αποτελεί προηγούμενη γνώση και είναι απαραίτητη για ορισμένες αιτιολογήσεις.
Προτείνεται να γίνεται επιλογή ανάμεσα στις ερωτήσεις κατανόησης 1α), β), γ), 2α), β), γ), 3α), β), γ), ε) και στην άσκηση 1, λόγω του επαναληπτικού χαρακτήρα τους.

§3.3 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στην αναλογία των μεγεθών L και δ ή L και ρ και να γίνει σύνδεση με τις γνώσεις που έχουν από την διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας (η συνάρτηση $y=\alpha x$), μέσα από τους πίνακες τιμών και την γραφική παράσταση. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 και 3 και στις ασκήσεις 1, 3, 4, 5 και 7.
Λόγω της αφαίρεσης από την διδασκαλία της §3.4 (μήκος τόξου), να αναφερθεί στην παράγραφο αυτή η έννοια του μήκους τόξου. Συγκεκριμένα, να δοθεί έμφαση στη διάκριση ανάμεσα στο μέτρο του τόξου και στο μήκος του τόξου, και για το λόγο αυτό να δοθούν για λύση στην τάξη η άσκηση 7 της σελίδας 192 και η εφαρμογή 3 της σελ. 191. Το μήκος τόξου δεν θα υπολογίζεται με βάση τον τύπο της §3.4, αλλά με βάση την αναλογική συλλογιστική, όπως για παράδειγμα:
«Το τόξο 90°, που ανήκει σε κύκλο ακτίνας $\rho=10\ cm$, θα έχει μήκος ίσο με το $\frac{1}{4}$ του μήκους του κύκλου, γιατί $\frac{90^\circ}{360^\circ}=\frac{1}{4}$. Το μήκος του κύκλου είναι $20\pi\ \mathrm{cm}$, άρα το τόξο θα έχει μήκος $5\pi\ \mathrm{cm}$».

§3.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση στο ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και η ακτίνα του δεν είναι ανάλογα μεγέθη (ασκήσεις κατανόησης 3, 4, 5). Λόγω της αφαίρεσης από την διδασκαλία της §3.6 (Εμβαδόν κυκλικού τομέα) να αναφερθεί στην παράγραφο αυτή η έννοια του κυκλικού τομέα και του εμβαδού του. Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα δεν θα υπολογίζεται με βάση τον τύπο της §3.6, αλλά με βάση την αναλογική συλλογιστική, όπως για παράδειγμα:
«Ο κυκλικός τομέας γωνίας 45° που ανήκει σε κύκλο ακτίνας $\rho=7\ cm$, θα έχει εμβαδόν ίσο με το $\frac{1}{8}$ του εμβαδού του κυκλικού δίσκου, γιατί $\frac{45^o}{360^o}=\frac{1}{8}$. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι $49\pi\ cm^2$, άρα ο κυκλικός τομέας θα έχει εμβαδόν $\frac{49\pi}{8}cm^2$».
Μπορούν να αξιοποιηθούν οι ασκήσεις κατανόησης 4 και 5 και οι ασκήσεις 1, 3, 4 και 6 των σελ. 197 – 198.

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 11 ώρες)

Η αντίληψη και η γνώση του χώρου παίζουν κρίσιμο ρόλο ακόμα και στις πιο συνηθισμένες ανθρώπινες δραστηριότητες. Η κατανόηση και η γνώση των εννοιών του κεφαλαίου αυτού είναι πολύ σημαντική για όλους τους μαθητές, αφού σχετίζονται με την καθημερινή ζωή, αλλά και τις εφαρμογές της Γεωμετρίας του χώρου σε άλλες επιστήμες (όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στο εισαγωγικό σημείωμα του κεφαλαίου στο βιβλίο του μαθητή).
Παρόλο που οι μαθητές γνωρίζουν από το Δημοτικό την έννοια του κύβου, του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, του κυλίνδρου και τους τρόπους υπολογισμού του εμβαδού των επιφανειών τους και του όγκου τους, εντούτοις μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες.

Οι δυσκολίες προέρχονται από το γεγονός ότι απαιτούνται από τους μαθητές ικανότητες κατανόησης του χώρου και συστηματική οργάνωση των οπτικών πληροφοριών, ώστε να είναι σε θέση να κατανοήσουν τις αφηρημένες γεωμετρικές έννοιες της στερεομετρίας.
Αν και τα τρισδιάστατα αντικείμενα είναι μέρος της καθημερινής τους εμπειρίας, η αναπαράστασή τους από δισδιάστατα σχήματα είναι πηγή δυσκολίας. Η χρήση διάφορων μέσων, όπως τρισδιάστατα μοντέλα, η σύνδεση των δισδιάστατων αναπαραστάσεων με αντικείμενα από την καθημερινή τους εμπειρία, η σχεδίαση στο χαρτί τρισδιάστατων αντικειμένων, η εξερεύνηση των αναπτυγμάτων των επιφανειών πραγματικών αντικειμένων, ο σχεδιασμός σε χαρτόνι του αναπτύγματος των επιφανειών κάποιων στερεών και κατόπιν η δημιουργία αυτών των στερεών, όπως επίσης προγράμματα τρισδιάστατης γεωμετρίας που επιτρέπουν την περιστροφή των σχεδιασμένων στερεών και παρέχουν την δυνατότητα θέασής τους από διαφορετικές οπτικές γωνίες κτλ. μπορούν να τους βοηθήσουν στην κατανόηση των εννοιών.

§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§4.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Για την κατανόηση των εννοιών και των τύπων υπολογισμού του εμβαδού του πρίσματος και του κυλίνδρου προτείνεται να δοθούν στους μαθητές κατάλληλες δραστηριότητες, π.χ. μελέτη του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός πρίσματος ή ενός κυλίνδρου ή αντίστροφα, η σχεδίαση σε χαρτόνι του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός ορθού τριγωνικού πρίσματος και ενός κυλίνδρου με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και η κατασκευή του στερεού. Να δοθεί προτεραιότητα στα προβλήματα (ασκήσεις 4, 6, 9).

§4.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Στο Δημοτικό οι μαθητές έχουν διδαχτεί τις έννοιες του όγκου και τις μονάδες μέτρησης αυτού, εκτός από τον διεθνή συμβολισμό τους.
Οι μαθητές συχνά πιστεύουν ότι ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. όλων των διαστάσεων ενός στερεού οδηγεί στον διπλασιασμό, τριπλασιασμό κτλ. του όγκου.
Να ζητείται από τους μαθητές ο σχεδιασμός σχημάτων που αντιπροσωπεύουν τα στερεά των ασκήσεων που δίνονται για λύση.

§4.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§4.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)

<u>Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α</u>

Γ΄ Τάξη Γυμνασίου

Ι. Διδακτέα ύλη

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου» των Δημητρίου Αργυράκη, Παναγιώτη Βουργάνα, Κωνσταντίνου Μεντή, Σταματούλας Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1^{ο}: ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις – συμπληρώσεις)
    Α. Οι πραγματικοί αριθμοί και οι πράξεις τους
    Β. Δυνάμεις πραγματικών αριθμών
    Γ. Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού
1.2 Μονώνυμα – Πράξεις με μονώνυμα
    Α. Αλγεβρικές παραστάσεις – Μονώνυμα
    Β. Πράξεις με μονώνυμα
1.3 Πολυώνυμα – Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων
1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων
1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες [χωρίς τις υποπαραγράφους: ε) «Διαφορά κύβων – Άθροισμα κύβων»]
1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων [(χωρίς την υποπαράγραφο: «δ) Διαφορά – άθροισμα κύβων») και στ) «Παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$ »].
1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων
1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις
1.10 Πράξεις ρητών παραστάσεων

Α. Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση ρητών παραστάσεων
Β. Πρόσθεση – Αφαίρεση ρητών παραστάσεων

Κεφ. 2ο: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού
Α. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων
Β. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου
2.3 Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού
2.4 Κλασματικές εξισώσεις
2.5 Ανισότητες – Ανισώσεις μ' έναν άγνωστο
Α. Διάταξη πραγματικών αριθμών
Β. Ιδιότητες της διάταξης
Γ. Ανισώσεις πρώτου βαθμού μ' έναν άγνωστο

Κεφ. 3ο: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης
3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του
3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος

Κεφ. 4ο: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

4.1 Η συνάρτηση $y=\alpha\cdot x^2$ με $\alpha\neq 0$
4.2 Η συνάρτηση $y=\alpha\cdot x^2+\beta\cdot x+\gamma$ με $\alpha\neq 0$

Κεφ. 5ο : ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

5.1 Σύνολα (χωρίς την υποπαράγραφο: «Πράξεις με σύνολα»)
5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα (χωρίς την υποπαράγραφο: «Πράξεις με ενδεχόμενα»)
5.3 Έννοια της πιθανότητας (χωρίς την υποπαράγραφο: «Βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1ο: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1.1 Ισότητα τριγώνων
1.2 Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων
1.5 Ομοιότητα
Α. Όμοια πολύγωνα
Β. Όμοια τρίγωνα
1.6 Λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων

Κεφ. 2ο: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

2.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0^\circ\leq\omega\leq 180^\circ$
2.2 Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών
2.3 Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας
2.4 Νόμος των ημιτόνων – Νόμος των συνημιτόνων

ΙΙ. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 29 ώρες)

Με τις επιμέρους προτάσεις ανά ενότητα γίνεται προσπάθεια να αποφευχθεί ο υπερβολικά δύσκολος αλγεβρικός χειρισμός σε βάρος της κατανόησης.

§1.1Α (Να διατεθούν 2 ώρες)

Ο χαρακτήρας της παραγράφου είναι επαναληπτικός. Προτεραιότητα σε ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις εννοιολογικού και υπολογιστικού περιεχομένου και όχι σε ασκήσεις αλγοριθμικού προσανατολισμού με αυξημένη δυσκολία. Προτείνεται να μη συζητηθούν οι ασκήσεις 8, 9, 10, 11.

§1.1Β (Να διατεθεί 1 ώρα)

Όπως για την προηγούμενη παράγραφο.

§1.1Γ (Να διατεθούν 2 ώρες)

Επειδή ο λογισμός με ρίζες δεν είναι αυτοσκοπός, να μη διδαχθούν η εφαρμογή 1 (όσον αφορά τη γενίκευση της $\sqrt{\alpha^2\beta}=\alpha\sqrt{\beta}$), η εφαρμογή 3 (μετατροπή κλάσματος σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή) και οι ασκήσεις 6 και 8. Επιπλέον προτείνεται η αποφυγή ασκήσεων που απαιτούν ευχέρεια στο λογισμό με ρίζες, όπως οι 2δ), 3 και 7.
Να δοθεί προτεραιότητα σε ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις σχετικές με την έννοια και τις ιδιότητες των ριζών και σε προβλήματα [ασκήσεις 1, 2α), β), γ), 9, 10, 11].

§1.2Α (Να διατεθεί 1 ώρα)

Να δοθεί προτεραιότητα στις ερωτήσεις κατανόησης και στα προβλήματα (ασκήσεις 5, 6, 7).

§1.2Β (Να διατεθεί 1 ώρα)

Προτεραιότητα στις ασκήσεις 1α), β), δ), 2α), β), γ), 3α), β), γ), 5, 6.

§1.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να μη διδαχθεί η εφαρμογή 3, ούτε η έννοια της ισότητας πολυωνύμων [εφαρμογή 1β) και άσκηση 9]. Να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις 2, 4, 5 (α, β, γ και δ), 7 και 10.

§1.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να δοθεί προτεραιότητα στις ερωτήσεις κατανόησης και τις ασκήσεις 1, 2, 3α), 7, 8. Προτείνεται να μη διαπραγματευθούν οι ασκήσεις 4, 5, 6.

§1.5 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Να μη διδαχθούν οι ταυτότητες $\left(\alpha\text{-}\beta\right)\left(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2\right)=\alpha^3-\beta^3$ (διαφορά κύβων) και $\left(\alpha+\beta\right)\left(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2\right)=\alpha^3+\beta^3$ (άθροισμα κύβων) και οι αντίστοιχες ασκήσεις (τόσο εδώ όσο και στις επόμενες παραγράφους).
Να μη διδαχθούν οι εφαρμογές 4 (μετατροπή κλάσματος σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή) και 7 (ταυτότητα Lagrange) και οι ασκήσεις 9 και 10.
Όσον αφορά τις ασκήσεις 11, 12, 13, 14, 15 και 17 να γίνει επιλογή μόνο κάποιων (λίγων) ερωτημάτων αν ο διδάσκων το θεωρεί χρήσιμο. Το τρίγωνο του Pascal μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ιστορικό σημείωμα ή ως δραστηριότητα για την τάξη, αλλά όχι ως άσκηση για το σπίτι και να συζητηθεί, μόνο αν ο διδάσκων το κρίνει κατάλληλο για το επίπεδο της τάξης.

§1.6 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Να μη διδαχθεί η παραγοντοποίηση με άθροισμα και διαφορά κύβων και η παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$. Να εξαιρεθούν οι ερωτήσεις κατανόησης 6, 7, 10, 11 και οι ασκήσεις 12, 13, 14, 19, 20 και 21. Κατά την κρίση του διδάσκοντος, θα μπορούσαν να δοθούν κάποια απλά τριώνυμα για παραγοντοποίηση με διάσπαση του πρωτοβάθμιου όρου και κοινό παράγοντα. Όσον αφορά τις ασκήσεις 1-5, 7-16, 22 και 23 να γίνει επιλογή μόνο εκείνων των ερωτημάτων που κρίνει ο διδάσκων. Σε αυτή την παράγραφο να εξηγηθούν οι εκφράσεις «το πολυώνυμο Α διαιρεί / είναι παράγοντας / είναι διαιρέτης του Β», εφόσον η §1.7 δεν θα διδαχθεί.
Αν ο διδάσκων το κρίνει σκόπιμο, η διδασκαλία των ταυτοτήτων και της παραγοντοποίησης (§§1.5 και 1.6) θα μπορούσε να σχεδιαστεί και να γίνει παράλληλα, ώστε να αναδειχθεί το γεγονός ότι σε μεγάλο βαθμό χρησιμοποιούνται τα ίδια «εργαλεία» για διαφορετικούς στόχους. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να τηρηθούν οι μειώσεις της ύλης που έχουν αναφερθεί παραπάνω.

§1.8 (Να διατεθεί 1 ώρα)

Να περιοριστεί η εύρεση Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. σε παραστάσεις μιας μεταβλητής.

§1.9 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μη γίνει διαπραγμάτευση του παραδείγματος 2γ) και των ασκήσεων 3η), 4, 5α).

§1.10Α (Να διατεθεί 1 ώρα)

Να εξαιρεθούν οι ασκήσεις 3δ), ε) και 4στ). Από τις υπόλοιπες, να γίνει επιλογή μόνο εκείνων των ερωτημάτων που κρίνει ο διδάσκων.

§1.10Β (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να εξαιρεθούν οι ασκήσεις 2στ), 4γ), 6 και 7.
Γενικές ασκήσεις κεφαλαίου (ισχύει για τις γενικές ασκήσεις όλων των κεφαλαίων): Απευθύνονται σε μαθητές με ιδιαίτερες δεξιότητες και ενδιαφέρον για τα μαθηματικά. Δεν πρέπει να ζητείται η διαπραγμάτευσή τους από όλους τους μαθητές. Αν ο διδάσκων εκτιμά ότι είναι χρήσιμο, μπορεί κάποια από αυτά τα θέματα να τα προτείνει σε κάποιους μαθητές.

Κεφάλαιο 2^{ο} (Να διατεθούν 13 ώρες)

Οι μαθητές έχουν διδαχθεί τις εξισώσεις 1^{ου} βαθμού και τις έχουν χρησιμοποιήσει στη λύση προβλημάτων. Επίσης έχουν αντιμετωπίσει εξισώσεις της μορφής $x^2=\alpha$ στο 2^{ο} κεφάλαιο της Β΄

Γυμνασίου. Το υπόλοιπο περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο και συνδέεται με το προηγούμενο κεφάλαιο.

§2.1 Να μη διδαχθεί.

Η υπενθύμιση των εξισώσεων 1^{ου} βαθμού θα γίνει με αφορμή την επίλυση εξίσωσης 2^{ου} βαθμού με παραγοντοποίηση.

§2.2Α (Να διατεθούν 2 ώρες)

Κατά την επίλυση των εξισώσεων $\alpha x^2+\beta x=0$ και $\alpha x^2+\gamma=0$ να αποφευχθεί η απομνημόνευση στεγνής μεθοδολογίας και να ενθαρρυνθούν οι μαθητές να αντιμετωπίσουν αυτές τις εξισώσεις με όσα ήδη γνωρίζουν. Κατά την επίλυση της $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με παραγοντοποίηση, να μη διδαχθεί η μέθοδος του πολλαπλασιασμού με 4α, αλλά να ενθαρρυνθούν οι μαθητές να επιχειρήσουν την παραγοντοποίηση με διάσπαση του όρου βx. Για παράδειγμα: $x^2+15x-16=0$ ή $x^2-x+16x-16=0$ ή $x(x-1)+16(x-1)=0$ ή $(x-1)(x+16)=0$ Όσον αφορά τις ασκήσεις 1 έως 6, να γίνει επιλογή μόνο εκείνων των ερωτημάτων που κρίνει ο διδάσκων. Να μη διδαχθεί η άσκηση 7.

§2.2Β (Να διατεθούν 3 ώρες)

α) Να μη διδαχθεί η απόδειξη του τύπου λύσεων. Αντί για την απόδειξη μπορούν να δοθούν παραδείγματα δευτεροβάθμιων εξισώσεων που θα λυθούν με παραγοντοποίηση για να φανεί η ταύτιση των λύσεων που θα προκύψουν, με εκείνες (τις λύσεις) του τύπου λύσεων.

β) Να μη συζητηθεί η διερεύνηση παραμετρικών εξισώσεων 2^{ου} βαθμού (ασκήσεις 7 και 8).

γ) Η παραγοντοποίηση τριωνύμου μπορεί να βασιστεί στην εφαρμογή 3 της σελ. 95.

§2.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§2.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Προτείνεται να μη διδαχθεί η άσκηση 5. Όσον αφορά τις υπόλοιπες ασκήσεις και τα προβλήματα, να γίνει επιλογή μόνο εκείνων που κρίνει ο διδάσκων. Από την άσκηση 6 να γίνει διαπραγμάτευση μόνο των ερωτημάτων α, β, δ, ε, αφού εξηγηθεί η σημασία αυτών των τύπων.

§2.5 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Όσον αφορά τις ασκήσεις 6 έως 12 να γίνει επιλογή μόνο εκείνων που κρίνει ο διδάσκων, αφού σε μεγάλο βαθμό αναφέρονται στις ιδιότητες της διάταξης, που είναι αντικείμενο διαπραγμάτευσης στο Λύκειο.

Κεφάλαιο 3^{ο} (Να διατεθούν 7 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές.

Γενικά για τα συστήματα προτείνεται: α) να χρησιμοποιούνται τόσο οι γραφικές όσο και οι αλγεβρικές μέθοδοι, β) να δίνεται έμφαση σε προβλήματα.

Όλα τα παραπάνω (και όχι μόνο οι αλγεβρικές μέθοδοι) να αποτελούν αντικείμενο εξέτασης.

§3.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Εισαγωγικά, μπορούν να λυθούν μία ή δύο ασκήσεις της μορφής: Να λυθεί ως προς y ο τύπος $2x+3y=5$ για να αναγνωρίσουν οι μαθητές ότι είναι της μορφής $y=\alpha x+\beta$, άρα παριστάνει ευθεία. Να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις χάραξης ευθείας από την εξίσωση και αντιστρόφως.

Η έννοια της παραμέτρου ξεπερνά το γνωστικό επίπεδο των μαθητών του Γυμνασίου και γι΄ αυτό προτείνεται να μη διδαχθεί η εφαρμογή 2 και οι ασκήσεις 2 και 6 (γραμμικές εξισώσεις με παραμέτρους).

§3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να επιδιωχθεί η διαπραγμάτευση των ασκήσεων 3 και 4 στην τάξη.

§3.3 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα. Για παράδειγμα, η άσκηση 8 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάγκη εισαγωγής των αλγεβρικών μεθόδων επίλυσης συστήματος. Να διδαχθούν οι ερωτήσεις κατανόησης, αλλά να γίνει επιλογή λίγων μόνο από τα 14 ερωτήματα των ασκήσεων 1, 2, 3, 5. Προτείνεται να εξαιρεθούν οι ασκήσεις 4, 6 και 12.

Κεφάλαιο 4^{ο} (Να διατεθούν 4 ώρες)

Οι τετραγωνικές συναρτήσεις εμφανίζονται για πρώτη φορά, αλλά υπάρχει το υπόβαθρο των γνώσεων σχετικά με τις συναρτήσεις από τη Β΄ Γυμνασίου.

§4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να μη διδαχθούν η εφαρμογή 1 (όπως είναι διατυπωμένη) και οι ασκήσεις 5 και 6. Η εφαρμογή 1, θα μπορούσε να αξιοποιηθεί στη συζήτηση στην τάξη για την κατανόηση του ρόλου του α στον τύπο της συνάρτησης, μόνο αν αυτό γινόταν με χρήση υπολογιστή και κατάλληλου λογισμικού.

§4.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται η σχεδίαση της γραφικής παράστασης της $y=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ να στηριχτεί στην εισαγωγική δραστηριότητα αυτής της παραγράφου (δηλαδή σε πίνακα τιμών και στη σύγκριση με την $y=\alpha x^2$) και να παραλειφθεί τόσο η χρήση των μετατοπίσεων (που είναι αντικείμενο διαπραγμάτευσης στο Λύκειο), όσο και η διδασκαλία των τύπων της σελίδας 151 για την κορυφή και το ακρότατο (που ευνοεί την απομνημόνευση τύπων χωρίς κατανόηση). Οι ασκήσεις να περιοριστούν στις 1, 3 και 4. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί λογισμικό για τη σχεδίαση της παραβολής, τη διερεύνηση του ρόλου των συντελεστών και την εύρεση της κορυφής και του άξονα συμμετρίας.

Κεφάλαιο 5^{ο} (Να διατεθούν 6 ώρες)

Το περιεχόμενο είναι εξολοκλήρου νέο. Η διδασκαλία του κρίνεται απαραίτητη κυρίως λόγω των εφαρμογών σε δραστηριότητες εκτός των μαθηματικών και του διαφορετικού «τρόπου σκέψης» που απαιτεί (σε σχέση με την υπόλοιπη ύλη των μαθηματικών αυτής της τάξης).

§5.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην διδαχθεί η υποπαράγραφος «πράξεις με σύνολα», η εφαρμογή 2, οι ερωτήσεις κατανόησης 2ε), 2στ), 3, 4, 5 και οι ασκήσεις 6, 7, 8 και 9.

§5.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μη διδαχθούν οι πράξεις με ενδεχόμενα και τα ασυμβίβαστα ενδεχόμενα. Να εξαιρεθούν η ερώτηση 8 και η άσκηση 6.

§5.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μη διδαχθούν η υποπαράγραφος «βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων», η εφαρμογή 2, οι ερωτήσεις κατανόησης 4, 5 και οι ασκήσεις 9, 10, 11, 12, 13.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφάλαιο 1^{ο} (Να διατεθούν 17 ώρες)

§1.1 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Η ενότητα προσφέρεται για επαφή των μαθητών με πτυχές της μαθηματικής αποδεικτικής διαδικασίας (ευθεία απόδειξη, αναλυτική μέθοδος, αντιπαραδείγματα, απαγωγή σε άτοπο). Προτείνεται στο εισαγωγικό κομμάτι της ενότητας, πριν από την έννοια της ισότητας των τριγώνων, να γίνει επανάληψη των απαραίτητων γνώσεων που θα χρειαστούν (π.χ. οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες, οι παρά τη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες κτλ.)

Προτείνεται να διδαχθούν κατά προτεραιότητα όλες οι ερωτήσεις κατανόησης και οι ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 7, 8, 10, 11, 12, 16, 17 και 21. Ειδικά για τις ερωτήσεις κατανόησης να ζητείται από τους μαθητές να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους. Για παράδειγμα στην ερώτηση 7α) να φέρουν παράδειγμα τριγώνων που έχουν γωνίες ίσες μια προς μία και δεν είναι ίσα (π.χ. τα ισόπλευρα τρίγωνα), ομοίως στην ερώτηση 7στ) να δώσουν κάποιο αντιπαράδειγμα (π.χ. δύο ισοσκελή τρίγωνα με ίσα τα ζεύγη των ίσων πλευρών και το ένα να είναι ορθογώνιο και το άλλο να είναι οξυγώνιο ή αμβλυγώνιο). Στις ερωτήσεις 4 και 9 να ζητηθεί η αιτιολόγηση του αποκλεισμού του τρίτου τριγώνου.

§1.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§1.5 (Να διατεθούν 4 ώρες)

§1.5Α (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η ομοιότητα δύο πολυγώνων να οριστεί όπως περιγράφεται στις 2 τελευταίες σειρές της σελίδας 215 (μέσα στο πλαίσιο).

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις κατανόησης και στις ασκήσεις 1, 2, 3 και 6. Οι ασκήσεις 4 και 5 λύνονταν εύκολα με την ομοιοθεσία, μπορούν να λυθούν και χωρίς αυτή, όμως με πιο πολύπλοκο τρόπο και ίσως να είναι κατάλληλες για λίγους μαθητές.

§1.5Β. (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην αναφερθεί η αιτιολόγηση του κριτηρίου ομοιότητας δύο τριγώνων (σελ. 220, επάνω μέρος) γιατί έχει εξαιρεθεί το θεώρημα του Θαλή και η ομοιοθεσία. Θα μπορούσε να συζητηθεί το ότι η σμίκρυνση ή μεγέθυνση ενός τριγώνου διατηρεί το μέτρο των γωνιών, χρησιμοποιώντας τη σύμπτωση των γωνιών. Να μην διδαχθεί η άσκηση 3.

§1.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)
Γενικές ασκήσεις κεφαλαίου: Απευθύνονται σε μαθητές με ιδιαίτερες δεξιότητες και ενδιαφέρον για τα μαθηματικά. Δεν πρέπει να ζητείται η διαπραγμάτευσή τους από όλους τους μαθητές. Αν ο διδάσκων εκτιμά ότι είναι χρήσιμο, μπορεί κάποια από αυτά τα θέματα να τα προτείνει σε κάποιους μαθητές.

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 12 ώρες)
§2.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§2.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)
§2.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Στους στόχους του Αναλυτικού Προγράμματος αναφέρεται ότι θα πρέπει οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις βασικές ταυτότητες για την απόδειξη απλών τριγωνομετρικών ταυτοτήτων. Έτσι, προτείνουμε να εξαιρεθούν από την διδασκαλία οι ασκήσεις 5, 7, 9β και 10 γιατί είναι εκτός στόχων του αναλυτικού προγράμματος και δεν είναι σε θέση να τις διαπραγματευτούν μόνοι τους οι περισσότεροι μαθητές.
§2.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Να αναδειχθούν οι εφαρμογές των νόμων ημιτόνων – συνημιτόνων στον υπολογισμό αποστάσεων σε πραγματικά προβλήματα, όπως στις ασκήσεις 5, 8, 13 και 14. Προτείνεται η χρήση υπολογιστή τσέπης (επιστημονικού ή απλού), κατά την λύση προβλημάτων ώστε να γίνει καλύτερη διαπραγμάτευση των εννοιών.
Γενικές ασκήσεις 2ου Κεφαλαίου: Ισχύει η ίδια παρατήρηση όπως και πριν για τις Γενικές Ασκήσεις του προηγούμενου κεφαλαίου.

Οι διδάσκοντες να ενημερωθούν ενυπόγραφα.

Ο ΥΠΟΥΡΓΟΣ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΑΡΒΑΝΙΤΟΠΟΥΛΟΣ

Εσωτ. Διανομή

- Δ/νση Σπουδών Δ.Ε., Τμήμα Α΄
- Δ/νση Εκκλησιαστικής Εκπ/σης
- Δ/νση Ιδιωτικής Εκπ/σης
- Δ/νση Π.Ο.Δ.Ε.
- Δ/νση Ειδικής Αγωγής
- ΣΕΠΕΔ