

4. Εξίσωση ευθείας

1. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = 2x - 1$ και $\varepsilon_2 : y = -x + 5$ καθώς και τα σημεία $A(-1, 6)$, $B(-2, 3)$, $\Gamma(0, -1)$, $\Delta(2, 3)$ και $E(5, 0)$. Ποια από αυτά τα σημεία ανήκουν στην ευθεία ε_1 και ποια στην ε_2 ;
2. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = -2x + 4$ και $\varepsilon_2 : y = 3x - 2$. Να βρείτε για ποια τιμή του $a \in \mathbb{R}$ το σημείο $M(a, a - 2)$ ανήκει στην ευθεία ε_1 και για ποια στην ε_2 .
3. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : y = -2x + 7$. Να βρείτε το σημείο A της ευθείας που έχει τετμημένη 2 και το σημείο B της ευθείας που έχει τεταγμένη -1 .
4. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = -3x + 6$ και $\varepsilon_2 : y = x - 2$. Να βρείτε ένα σημείο A της ε_1 και ένα σημείο B της ε_2 , ώστε το $M(5, -1)$ να είναι το μέσο του AB.
5. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = 2x + 8$ και $\varepsilon_2 : y = -4x + 1$ και το σημείο $A(1, 2)$. Να βρείτε ένα σημείο B της ε_1 , ώστε το μέσο του AB να βρίσκεται στην ε_2 .

6. Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1 : y - 3 = -3(x + 5)$$

$$\varepsilon_2 : y - 3 = 2(x + 5)$$

$$\varepsilon_3 : y = 3$$

$$\varepsilon_4 : x = -5$$

οι οποίες διέρχονται από το σημείο $A(-5, 3)$. Να βρείτε ποια ευθεία

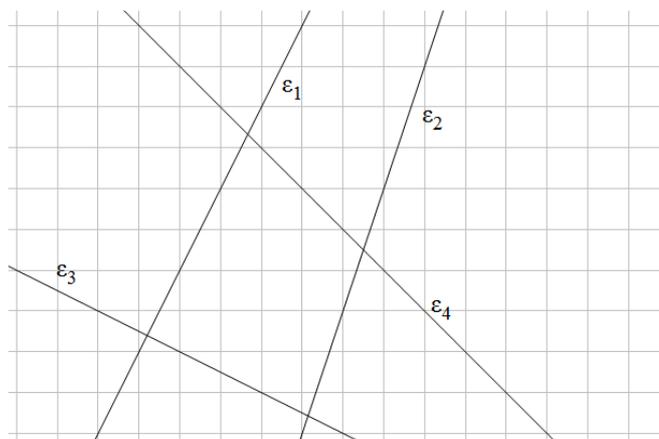
(α) είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

(β) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ αμβλεία γωνία.

(γ) είναι κάθετη στον άξονα $x'x$.

(δ) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ οξεία γωνία.

7. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης των ευθειών του παρακάτω σχήματος.



8. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(-1,1)$, $B(1,5)$ και $\Gamma(3,2)$. Να βρείτε την εξίσωση
- (α) της πλευράς $A\Gamma$.
 - (β) της διαμέσου ΓM .
 - (γ) του ύψους $B\Delta$.
 - (δ) της ευθείας που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στην $B\Gamma$.
9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(4,3)$, $B(1,-2)$ και $\Gamma(5,-2)$. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $A\Delta$.
10. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = x + 1$ και $\varepsilon_2 : y = -3x + 5$.
- (α) Να βρείτε το σημείο τομής A των ευθειών ε_1 και ε_2 .
 - (β) Να βρείτε το σημείο B στο οποίο η ε_1 τέμνει τον άξονα $x'x$.
 - (γ) Να βρείτε το σημείο Γ στο οποίο η ε_2 τέμνει τον άξονα $y'y$.
11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2,4)$. Τα ύψη $B\Delta$ και ΓE του τριγώνου βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις $y = x - 2$ και $y = -\frac{1}{2}x + 1$ αντίστοιχα. Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της πλευράς AB .
 - (β) τις συντεταγμένες του σημείου B .
 - (γ) την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$.
 - (δ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ .
 - (ε) την εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$.
12. Σε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB : y = -x + 2$, $A\Delta : y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ και $B\Delta : y = 2x - 7$.
Να βρείτε:
- (α) τις συντεταγμένες του σημείου A .
 - (β) τις εξισώσεις των πλευρών $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$.
 - (γ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ .
13. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = 2x - 3$ και $\varepsilon_2 : y = 2x + 5$. Μια ευθεία ε η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ τέμνει την ε_1 στο A και την ε_2 στο B .
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A , B ως συνάρτηση του λ .
 - (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του AB ως συνάρτηση του λ .
 - (γ) Να βρείτε για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ το M ανήκει στην ευθεία $y = 4x - 1$.
14. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2,4)$. Η διάμεσος ΓM και το ύψος $B\Delta$ βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις $y = -\frac{5}{7}x + \frac{20}{7}$ και $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$.
 - (β) τις συντεταγμένες του σημείου Γ .
 - (γ) τις συντεταγμένες του σημείου B .

15. Η κορυφή Α ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ βρίσκεται πάνω στον άξονα $y'y$. Οι πλευρές του ΑΒ, ΓΔ και μια διαγώνιός του βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις $y = -\frac{1}{2}x + 1$, $y = -\frac{1}{2}x - 3$ και $y = \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:
- (α) τις συντεταγμένες του σημείου Α.
 - (β) τις συντεταγμένες των σημείων Β, Δ.
 - (γ) τις εξισώσεις των πλευρών ΑΔ, ΒΓ.
 - (δ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ.
16. Το σημείο Α(2,2) είναι κορυφή του ρόμβου ΑΒΓΔ που έχει κέντρο Κ(4,6). Η πλευρά ΑΒ βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση $y = -2x + 6$. Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της διαγωνίου ΑΓ.
 - (β) την εξίσωση της διαγωνίου ΒΔ.
 - (γ) τις συντεταγμένες του σημείου Β.
 - (δ) τις συντεταγμένες των σημείων Γ, Δ.
17. Δίνονται τα σημεία Α(-1,2), Β(3,4), Γ(7,-1) και Δ(-3,-6).
- (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που διέρχεται από το μέσο Μ της ΒΔ και είναι κάθετη στην ΑΔ.
 - (β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_2 που διέρχεται από το μέσο Ν της ΑΓ και είναι κάθετη στην ΒΓ.
 - (γ) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και η μεσοκάθετος της ΓΔ διέρχονται από το ίδιο σημείο.
18. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = -\frac{1}{3}x - 3$ και τα σημεία Α(-5,2) και Β(3,1).
- (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που διέρχεται από το Α και είναι κάθετη στην ε .
 - (β) Να βρείτε το σημείο τομής Μ των ευθειών $\varepsilon, \varepsilon_1$.
 - (γ) Να βρείτε το συμμετρικό σημείο Α' του Α ως προς την ευθεία ε .
 - (δ) Να βρείτε το σημείο τομής Κ της ευθείας ε με την ευθεία που ορίζεται από τα σημεία Α' και Β.
19. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Α(-10,2) και Β(6,4). Έστω Η(5,2) το ορθόκентρο του τριγώνου.
- (α) Να βρείτε τις εξισώσεις των υψών υ_α και υ_β .
 - (β) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών ΒΓ και ΑΓ.
 - (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ.
20. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Β(1,2). Η πλευρά ΑΓ έχει εξίσωση $y = -2x + 5$ και η διάμεσος ΑΜ έχει εξίσωση $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.
 - (β) Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων Γ, Μ είναι $\Gamma(x_\Gamma, -2x_\Gamma + 5)$ και $M\left(x_M, \frac{1}{2}x_M - \frac{1}{2}\right)$. Στη συνέχεια να βρείτε τις συντεταγμένες των Γ, Μ.

21. Έστω ε η ευθεία η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(2, \mu)$ και $B(5, 2\mu)$ όπου $\mu \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το μ στις παρακάτω περιπτώσεις:
- (α) Η ε σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 135° .
 - (β) Η ε είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (6, 10)$.
 - (γ) Η ε είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -2x + 3$.
 - (δ) Η ε είναι κάθετη στην ευθεία $y = 4x - 15$.
22. Έστω ε μια ευθεία η οποία διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$. Να βρείτε την εξίσωση της ε στις παρακάτω περιπτώσεις:
- (α) Η ε είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 4x - 5$.
 - (β) Η ε είναι κάθετη στην ευθεία $y = 3x + 5$.
 - (γ) Η ε διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 - (δ) Η ε είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.
 - (ε) Η ε είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$.
23. Σε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB: y = x + 1$ και $A\Delta: y = -2x + 4$. Έστω $K(2, 1)$ το κέντρο του παραλληλογράμμου.
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A .
 - (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ .
 - (γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$.
 - (δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B , Δ .