

6. Απόσταση σημείου από ευθεία – Εμβαδόν τριγώνου

1. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : 3x - 4y - 5 = 0$ και το σημείο $A(-2, 1)$. Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .
2. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : 2x + 4y - 3 = 0$ και το σημείο $A(1, -1)$. Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .
3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2, 0)$, $B(-1, 3)$ και $\Gamma(0, 5)$.
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ με κορυφές $A(3, 1)$, $B(4, 2)$ και $\Gamma(0, 6)$.
5. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1 : x - y + 5 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y - 1 = 0$.
 - (α) Να βρείτε το x_0 ώστε το σημείο $A(x_0, 2)$ να ανήκει στην ευθεία ε_1 .
 - (β) Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε_2 .
 - (γ) Να βρείτε την απόσταση των δύο ευθειών.
6. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1 : 3x + 4y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 6x + 8y + 3 = 0$.
 - (α) Να βρείτε το x_0 ώστε το σημείο $A(-1, y_0)$ να ανήκει στην ευθεία ε_1 .
 - (β) Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε_2 .
 - (γ) Να βρείτε την απόσταση των δύο ευθειών.
7. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $12x - 5y + 3 = 0$ και $12x - 5y - 7 = 0$. Να βρείτε την απόσταση των δύο ευθειών.
8. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία $4x - 3y + 5 = 0$ και το σημείο $A(2, 3)$ απέχει από την κάθε μια απόσταση ίση με 3.
9. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία $x + 2y - 6 = 0$ και το σημείο $A(-4, 1)$ απέχει από την κάθε μια απόσταση ίση με $\sqrt{5}$.
10. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 1)$ και $B(3, 2)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M για τα οποία ισχύει $(MAB) = 8$ τ.μ.
11. Δίνονται τα σημεία $A(3, 4)$ και $B(-1, 0)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M για τα οποία ισχύει $(MAB) = 2$ τ.μ.
12. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 4x - 3y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 16x - 12y + 1 = 0$.
 - (α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες.
 - (β) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M για τα οποία ισχύει $d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2)$.
(μεσοπαράλληλη των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$)
13. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : x + 2y - 3 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x + 4y + 1 = 0$.
 - (α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες.

- (β) Να βρείτε την μεσοπαράλληλη των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.
14. Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $3x + 4y = 10$ και $4x + 3y = 11$.
Υπόδειξη: Αν M είναι ένα σημείο της διχοτόμου τότε ισχύει $d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2)$.
15. Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $2x - y + 5 = 0$ και $x + 2y - 3 = 0$.
16. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε η οποία τέμνει τον θετικό ημιάξονα Ox , σχηματίζει με αυτόν γωνία 135° και η απόσταση της αρχής των αξόνων από την ε είναι ίση με $\sqrt{2}$.
(β) Αν η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο N να βρείτε το σημείο M της ε τέτοιο ώστε $(OMN) = 2$, όπου O η αρχή των αξόνων.
17. Δίνονται τα σημεία $A(1, -1)$, $B(5, 6)$ και $\Gamma(7, 2)$.
(α) Να αποδείξετε ότι τα A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου.
(β) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία τα τρίγωνα $MB\Gamma$ και $MA\Gamma$ είναι ισεμβαδικά.
18. Θεωρούμε την ευθεία $\varepsilon: 3x + 4y - 10 = 0$ και το σημείο της $M(3\mu, -2\lambda)$, όπου $\mu, \lambda \in \mathbb{R}$ με $3\mu + 2\lambda = 1$.
(α) Να βρείτε τις τιμές των μ, λ .
(β) Από την αρχή των αξόνων O φέρουμε δύο κάθετες μεταξύ τους ημιευθείες οι οποίες τέμνουν την ε στα A, B έτσι ώστε το M να είναι το μέσο του AB . Να αποδείξετε ότι $(OAB) = 2\sqrt{5}$ τ.μ.