

Ασκήσεις στη Στατιστική

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	5	0,1				
2						
3	20		40			
4						
Σύνολο						

2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
10					10	
20				0,25		
30	4	0,20				
40			16			
50						
Σύνολο						

3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
1	10					
2			35			
3						
Σύνολο	50					

(Μάιος 2000)

4. Ο αριθμός των επιβατών (μαζί με τον οδηγό) 25 αυτοκινήτων ακολουθεί την παρακάτω κατανομή σχετικών συχνοτήτων.

x_i	f_i
1	0,20
2	0,48
3	0,24
4	0,08

Να υπολογίσετε:

- σε πόσα αυτοκίνητα δεν ήταν μόνος ο οδηγός.
- πόσα αυτοκίνητα δεν είχαν επιβάτη στο πίσω κάθισμα.
- πόσα άτομα μετακινήθηκαν με τα 25 αυτά αυτοκίνητα.

5. Η κατανομή των αθροιστικών συχνοτήτων 50 φοιτητών σε ένα μάθημα είναι:

x_i	5	6	7	8	9	10
N_i	8	28	35	41	46	50

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i\%$	$F_i\%$
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Σύνολο						

β) Να υπολογίσετε το ποσοστό των φοιτητών που πήραν βαθμό

- από 7 έως και 9.
- τουλάχιστον 7.
- το πολύ 6.

6. Η εθνικότητα των επιβατών μιας πτήσης δίνεται από τον παρακάτω πίνακα.

Εθνικότητα	v_i	f_i
Γαλλική		0,20
Αγγλική	15	0,30
Ελληνική		0,40
Γερμανική		
Σύνολο		

α) Να βρείτε πόσοι ήταν οι επιβάτες

β) Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

7. Η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Βαθμολογία	$f_i\%$
4	10
5	30
6	35
7	15
8	10

Να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών.

8. Το μέσο ύψος 5 μαθητών είναι 170 cm.

α) Αν έρθουν άλλοι δύο μαθητές που διαφέρουν κατά 1 cm το μέσο ύψος γίνεται 171 cm. Να βρείτε τα ύψη των δύο νέων μαθητών.

β) Αν φύγει ένας μαθητής που έχει ύψος 166 cm να βρείτε το μέσο ύψος των μαθητών που απομένουν.

9. Τα έτη υπηρεσίας μιας ομάδας υπαλλήλων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Έτη υπηρεσίας	v_i
0–4	5
4–8	7
8–12	4
12–16	6
16–20	3

Να βρείτε τη μέση τιμή των ετών υπηρεσίας των υπαλλήλων.

10. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής και οι αντίστοιχες συχνότητες.

x_i	v_i
1	4
2	5
4	
5	1

Αν η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2,25$ να υπολογίσετε:

- α) την τρίτη συχνότητα
- β) τη διάμεσο.

11. Ο μέσος μηνιαίος μισθός v εργαζομένων σε μια επιχείρηση είναι 900€. Αν προσληφθούν άλλοι 4 εργαζόμενοι με μέσο μηνιαίο μισθό 1000€ τότε ο μέσος μισθός όλων των εργαζομένων γίνεται 910€. Να βρείτε το v .

12. Η μέση ηλικία 20 μαθητών μιας τάξης είναι 17 έτη. Αν σ' αυτούς προστεθούν και 3 καθηγητές τους τότε η μέση ηλικία γίνεται 20 έτη. Ποια είναι η μέση ηλικία των καθηγητών;

13. Η επίδοση ενός μαθητή σε 4 μαθήματα είναι 17, 16, 14, 19.

- α) Να βρείτε τη μέση επίδοση του μαθητή.
- β) Αν τα μαθήματα είχαν συντελεστές βαρύτητας 1, 2, 5, 2 αντίστοιχα ποια είναι η μέση επίδοση του μαθητή;

14. Η μέση τιμή και η διάμεσος επτά αριθμών είναι 8. Οι πέντε από αυτούς είναι 5, 6, 9, 11, 14. Να βρείτε τους άλλους δύο.

15. Οι βαθμοί των μαθητών ενός τμήματος στο μάθημα της Έκθεσης δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Βαθμός	v_i
10 – 12	2
12 – 14	6
14 – 16	8
16 – 18	5
18 – 20	4

- α) Να βρείτε τη μέση βαθμολογία του τμήματος.
- β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των αθροιστικών συχνοτήτων.

γ) Να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

16. Οι τιμές μιας μεταβλητής X σε δείγμα ενός πληθυσμού είναι $x_1 = 3$, $x_2 = 6$, $x_3 = 8$ και $x_4 = 10$ με αντίστοιχες σχετικές συχνότητες $f_1 = 0,2$, $f_2 = 0,3$, $f_3 = 0,4$ και $f_4 = 0,1$.

α) Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} .

β) Αν $\sum_{i=1}^4 x_i v_i = 1320$ να βρείτε τις συχνότητες v_1, v_2, v_3, v_4 των τιμών x_1, x_2, x_3, x_4 .

17. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο χρόνος σε min που έκαναν 50 μαθητές για την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος.

Χρόνος (min)	v_i
0 – 2	2
2 – 4	8
4 – 6	10
6 – 8	20
8 – 10	

α) Να βρείτε τη συχνότητα της τελευταίας κλάσης.

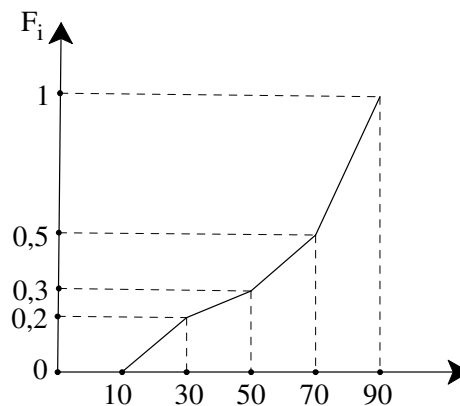
β) Να βρείτε τη μέση τιμή.

γ) Να βρείτε τη διάμεσο.

18. Από το παρακάτω πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων να βρείτε:

α) τη διάμεσο.

β) τη μέση τιμή.



19. Μια εταιρεία απασχολεί 20 εργαζόμενους εκ των οποίων οι 10 εργάζονται στο τμήμα Α και οι 10 στο τμήμα Β. Η μέση τιμή των μηνιαίων μισθών του τμήματος Α είναι 720 ευρώ και ο μεγαλύτερος μισθός του τμήματος είναι 900 ευρώ. Οι μισθοί των εργαζομένων στο τμήμα Β είναι :

950, 900, 1060, 980, 920, 945, 975, 930, 900, 940.

Να βρείτε :

α) Το άθροισμα των μηνιαίων μισθών του τμήματος Α.

β) Τη μέση τιμή των μισθών του τμήματος Β.

γ) Τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών όλων των εργαζομένων στην επιχείρηση.

20. Δίνεται ο πίνακας:

x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
0				
1	2			
2			6	
3		10		36
Σύνολο				

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση.

21. Δίνονται οι παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_{20} με μέση τιμή $\bar{x} = 2$ και $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 100$. Να βρείτε:

- α) το άθροισμα $\sum_{i=1}^{20} x_i$.
β) την τυπική απόκλιση s .
γ) το άθροισμα $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2$.

22. Οι εβδομαδιαίες ώρες παρακολούθησης φροντιστηριακών μαθημάτων από 20 μαθητές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Ώρες παρακολούθησης x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
12			144
13	2		
14			
15		60	
16			
Σύνολο	20		

Στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων για τα παραπάνω δεδομένα η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην τιμή της μεταβλητής $x_3 = 14$ ώρες είναι $\alpha_3 = 54^\circ$.

- α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
β) Να υπολογίσετε την μέση τιμή, τη διάμεσο και το εύρος.
γ) Να αποδείξετε ότι η διακύμανση είναι $s^2 = \frac{3}{2}$.

23. Σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών το 60% των μαθητών ενός τμήματος βαθμολογήθηκε με 16, το 30% με 18 και οι υπόλοιποι μαθητές βαθμολογήθηκαν με 20.

- α) Να βρείτε τη μέση βαθμολογία των μαθητών.
β) Να βρείτε τη διασπορά του δείγματος.

24. Τα ύψη σε cm 20 μαθητών ενός τμήματος Γ' Λυκείου έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και σχηματίστηκε ο παρακάτω πίνακας.

Κλάσεις [,)	Κεντρικές τιμές x_i	v_i
160–...		
...–...		8
...–...	185	4
...–...		
Σύνολο		20

α) Να αποδείξετε ότι το πλάτος των κλάσεων είναι $c = 10$ cm.

β) Αν η συχνότητα της πρώτης κλάσης είναι τριπλάσια από τη συχνότητα της τέταρτης κλάσης τότε:

- να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- να βρείτε το μέσο ύψος των μαθητών.
- να υπολογίσετε τη διακύμανση του δείγματος.

25. Ένα αρτοποιείο παρασκευάζει ένα είδος ψωμιού βάρους 500 gr. Σε αγορανομικό έλεγχο που έγινε σε δείγμα 20 ψωμιών είχαμε τα παρακάτω αποτελέσματα.

Βάρος	v_i
450	2
480	7
500	10
520	1
Σύνολο	20

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

β) Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

γ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

26. Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους n για τις οποίες ισχύουν οι

$$\text{σχέσεις } \sum_{i=1}^n t_i = 40n \text{ και } \sum_{i=1}^n t_i^2 = 1616n.$$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} του δείγματος.

β) Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση είναι $s = 4$.

γ) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

27. Δίνονται οι παρατηρήσεις 4, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 13, 15, 15.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, το εύρος και την τυπική απόκλιση.

β) Να αποδείξετε ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

γ) Αν μειώσουμε κάθε παρατήρηση κατά 20% να εξετάσετε αν θα μεταβληθεί ο συντελεστής μεταβολής.

δ) Αν αυξήσουμε κάθε παρατήρηση κατά 30 να αποδείξετε ότι το νέο δείγμα που προκύπτει είναι ομοιογενές.

28. Η μέση τιμή 50 αριθμών είναι 5. Από τους αριθμούς αυτούς οι 20 μικρότεροι έχουν μέση τιμή 2.
- α) Να βρείτε το άθροισμα των 50 αριθμών.
 - β) Να βρείτε τη μέση τιμή των 30 μεγαλύτερων αριθμών.
 - γ) Αν το άθροισμα των τετραγώνων των 50 αριθμών είναι 1610 και το άθροισμα των τετραγώνων των 30 μεγαλύτερων αριθμών είναι 1530 να υπολογίσετε:
 - i. τη διακύμανση των 50 αριθμών.
 - ii. την τυπική απόκλιση των 30 μεγαλύτερων αριθμών.
 - iii. τον συντελεστή μεταβολής των 20 μικρότερων αριθμών.
29. Οι μηνιαίες αποδοχές t_1, t_2, \dots, t_v των v εργαζομένων σε κάποια βιοτεχνία έχουν μέση τιμή 600 ευρώ και συντελεστή μεταβολής 5%.
- α) Να βρείτε την τυπική απόκλιση.
 - β) Αν $\sum_{i=1}^v t_i^2 = 3.609.000$ να βρείτε πόσοι είναι οι εργαζόμενοι.
30. Έστω ένα δείγμα A με παρατηρήσεις $7, 13, t_3, t_4, \dots, t_{100}$, μέση τιμή $\bar{x}_A = 10$, τυπική απόκλιση s_A και συντελεστή μεταβολής CV_A . Έστω επίσης ένα δείγμα B με παρατηρήσεις $9, 11, t_3, t_4, \dots, t_{100}$, μέση τιμή \bar{x}_B , τυπική απόκλιση s_B και συντελεστή μεταβολής CV_B .
- α) Να αποδείξετε ότι $\sum_{i=3}^{100} t_i = 980$.
 - β) Να αποδείξετε ότι $\bar{x}_B = 10$.
 - γ) Να αποδείξετε ότι $s_A^2 - s_B^2 = \frac{4}{25}$.
 - δ) Αν το δείγμα B είναι ομοιογενές να αποδείξετε ότι $CV_A < 12\%$.
31. Δίνονται οι παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_{100} ενός δείγματος με $\sum_{i=1}^{100} x_i = 500$ και $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 2600$.
- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και την τυπική απόκλιση s_x .
 - β) Αν y_1, y_2, \dots, y_{100} είναι 100 παρατηρήσεις τέτοιες ώστε $y_i = 2x_i + 3$, $i = 1, 2, \dots, 100$ να βρείτε τη μέση τιμή \bar{y} και την τυπική απόκλιση s_y .
32. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η χρηματική παροχή από τους γονείς, σε Ευρώ, δείγματος έξι μαθητών της πρώτης τάξης (ομάδα A) και έξι μαθητών της δεύτερης τάξης (ομάδα B) ενός Γυμνασίου.

Ομάδα A	Ομάδα B
1	7
8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.

- β) Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.
γ) Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας A γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας B αυξηθούν κατά 5 Ευρώ η κάθε μία, πώς διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων;
δ) Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.

(Μάιος 2003)

33. Για δύο τύπους μπαταριών A και B επιλέχθηκαν δύο δείγματα μεγέθους 5 το καθένα. Οι χρόνοι ζωής των μπαταριών για το κάθε δείγμα (σε χιλιάδες ώρες) δίνονται στον επόμενο πίνακα:

A	B
20	26
26	32
24	19
22	20
18	23

- α) Να βρείτε τη μέση διάρκεια ζωής μιας μπαταρίας τύπου A και μιας μπαταρίας τύπου B.
β) Αν μια μπαταρία τύπου A στοιχίζει 38 ευρώ και μια μπαταρία τύπου B στοιχίζει 40 ευρώ, ποιον τύπο μπαταρίας συμφέρει να αγοράσετε;
γ) Να βρείτε τις τυπικές αποκλίσεις s_A και s_B της διάρκειας ζωής των δύο τύπων μπαταριών.
δ) Να βρείτε ποιος από τους δύο τύπους μπαταριών A και B παρουσιάζει την μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς τη διάρκεια ζωής του.
Δίνεται ότι $\sqrt{11} \approx 3,3$.

(Μάιος 2008)

34. Το ύψος μιας ομάδας ανθρώπων ακολουθεί την κανονική κατανομή. Ύψος πάνω από 185 cm είναι το 2,5% και το πολύ 170 cm είναι το 16%.
α) Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.
β) Να βρείτε το ποσοστό των ανθρώπων που έχουν ύψος:
i. τουλάχιστον 180 cm.
ii. από 165 cm μέχρι 175 cm.
iii. κάτω από 160 cm.

35. Το βάρος ενός δείγματος μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική ή περίπου κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 kg ενώ περίπου το 47,5% αυτών έχουν βάρος από 65 kg έως 75 kg.
α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.
β) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
γ) Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος που έχουν βάρος από 55 kg έως 70 kg.
δ) Ο αριθμός των μαθητών του δείγματος αυτού που έχουν βάρος από 55 kg έως 60 kg είναι 27. Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος.

(Ιούλιος 2003)