

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ 1ου ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΜΟΤΗΝΗΣ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 2 ΜΑΙΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Μονάδες 7

A2. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; Σε ποια είδη διακρίνονται;

Μονάδες 4

A3. Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης. Να δώσετε τους ορισμούς του βέβαιου ενδεχομένου και του αδύνατου ενδεχομένου.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συχνότητα της τιμής x_i μιας μεταβλητής X μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός.

β) Αν f, g είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις τότε ισχύει

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f(x)g'(x) - f'(x)g(x)}{g^2(x)}.$$

γ) Η διακύμανση είναι μέτρο διασποράς.

δ) Δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα, όταν $A \cap B = \emptyset$.

ε) Αν $x > 0$, τότε $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι απουσίες 20 μαθητών ενός τμήματος ομαδοποιήθηκαν σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους c . Ο ελλιπής πίνακας που ακολουθεί αναφέρεται στις απουσίες αυτές.

απουσίες	κεντρικές τιμές x_i	ν_i	f_i
10 -			
-			0,15
-	60		
-			
-			
Σύνολο		20	

Για τις συχνότητες ν_1, ν_3, ν_5 ισχύει $3\nu_1 = 2\nu_5 = \nu_3$ και στο κυκλικό διάγραμμα ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί στην 4η κλάση είναι 108° .

B1. Να αποδείξετε ότι $c = 20$.

Μονάδες 3

B2. Να αποδείξετε ότι $\nu_2 = 3$ και $\nu_4 = 6$.

Μονάδες 3

B3. Να συμπληρώσετε σωστά τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} και τη διάμεσο δ των απουσιών.

Μονάδες 8

B5. Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με πιθανότητες $P(A) = \frac{13}{\bar{x}}$ και $P(B) = \frac{4}{\delta}$. Αν η πιθανότητα να

πραγματοποιηθεί ένα το πολύ από τα A, B είναι $\frac{49}{50}$ να βρείτε ποια είναι η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα A, B.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Έστω ένα δείγμα 4000 παρατηρήσεων $x_1, x_2, \dots, x_{4000}$ που ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή. Η μέση τιμή \bar{x} του παραπάνω δείγματος είναι ίση με την τετμημένη του σημείου τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 8x - 20$ με τον αρνητικό ημιάξονα Ox' και η τυπική απόκλιση s είναι ίση με την τετμημένη του σημείου της γραφικής παράστασης της f στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 12x + 2014$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\bar{x} = -10$ και $s = 2$ και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(-12, -6)$.

Μονάδες 4

Γ3. Να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(-8, -4)$.

Μονάδες 4

Γ4. Αν ελαττώσουμε κάθε μια από τις παραπάνω παρατηρήσεις κατά c με $c > 0$ να βρείτε τη μικρότερη τιμή που μπορεί να πάρει η σταθερά c ώστε το δείγμα να γίνει ομοιογενές.

Μονάδες 5

Γ5. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων $x_1^2, x_2^2, \dots, x_{4000}^2$.

Μονάδες 6

$$\text{Δίνεται } s^2 = \frac{1}{\nu} \left[\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} x_i \right)^2}{\nu} \right].$$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3 με τυπική απόκλιση s και συντελεστή μεταβολής CV . Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$ αντίστοιχα. Θεωρούμε τις συναρτήσεις:

- $f(x) = x \ln(x+1) + P(A)P(B)x^2 - (s + P(A))e^{-x}$ με $x > -1$
- $g(x) = \sum_{i=1}^3 (x_i - x)^2$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $K\left(0, -\frac{3}{2}\right)$ και η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g στο σημείο της $M(10, g(10))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

Δ1. Να εκφράσετε την τυπική απόκλιση s ως συνάρτηση της πιθανότητας $P(A)$.

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο K .

Μονάδες 5

Δ3. Αν $CV=10\%$ να αποδείξετε ότι $P(A) = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 5

Έστω ότι $P(A) = \frac{1}{2}$ και $P(B) = \kappa$ με $\kappa \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

Δ4. Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα A, B δεν είναι ασυμβίβαστα και ισχύει $\kappa - \frac{1}{2} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{2}$.

Μονάδες 5

Δ5. Αν η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα A και B είναι $\frac{3}{4}$ και $P(A' \cup B) = \frac{2}{3}$ να βρείτε την τιμή του κ .

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο και **να μην γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 13.00.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ