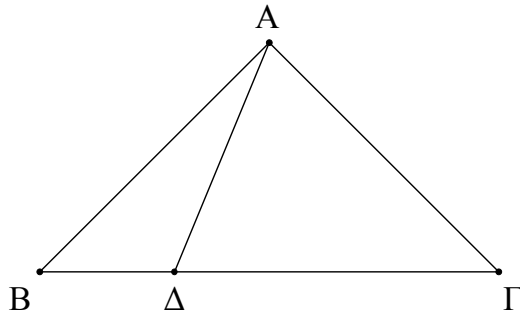
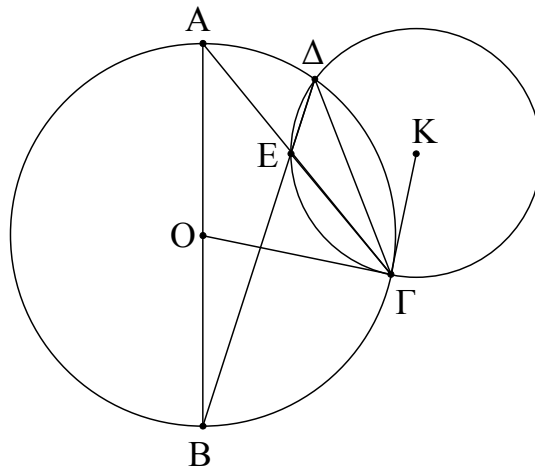


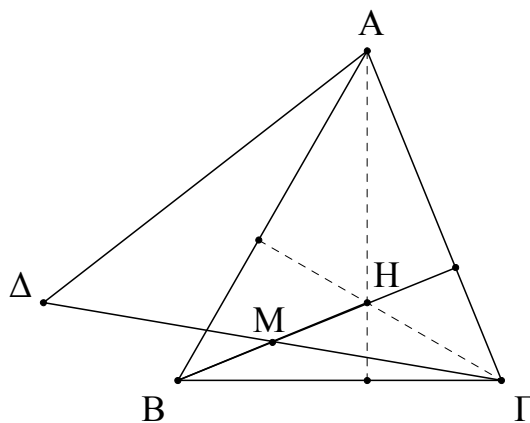
31. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$  και σημείο  $\Delta$  στην υποτείνουσα  $B\Gamma$  τέτοιο ώστε  $AB = \Gamma\Delta$ . Αν  $\hat{B}\Delta = 2\hat{B}\hat{\Delta}$  να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{A}\Gamma\Delta$ .



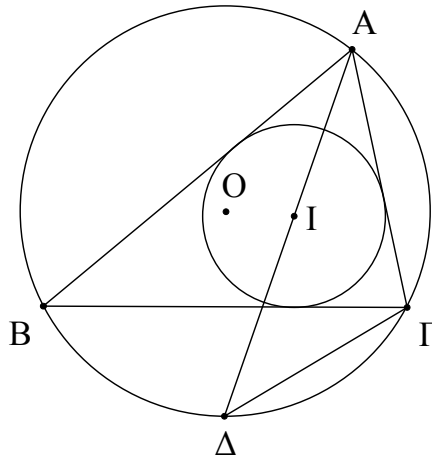
32. Σε κύκλο με κέντρο  $O$  δίνεται μια διάμετρος  $AB$  και οι χορδές  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  οι οποίες τέμνονται στο σημείο  $E$ . Έστω  $K$  το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου  $\Gamma\Delta E$ . Να αποδείξετε ότι  $\hat{O}\Gamma K = 90^\circ$ .



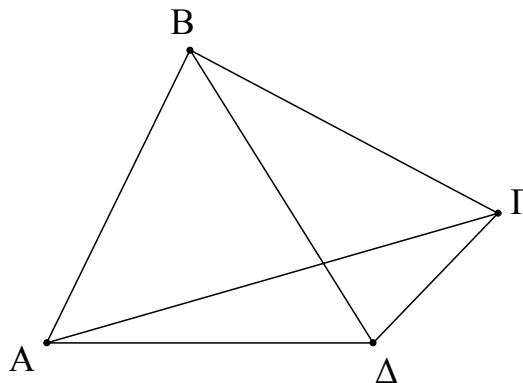
33. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{B} = 60^\circ$  και  $H$  το ορθόκентρο. Έστω  $M$  το μέσο της  $BH$ . Στην προέκταση της  $\Gamma M$  παίρνουμε σημείο  $\Delta$  τέτοιο ώστε  $\Gamma M = \Delta M$ . Να αποδείξετε ότι  $A\Delta = 2BH$ .



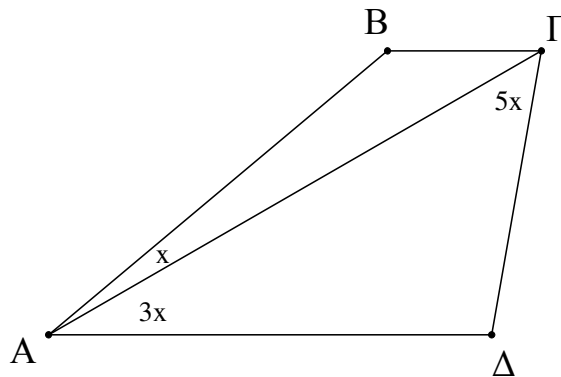
34. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ , ο περιγεγραμμένος κύκλος του  $(O, R)$  και ο εγγεγραμμένος κύκλος του  $(I, r)$ . Η  $AI$  τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο στο σημείο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι  $I\Delta = \Delta\Gamma$  και  $AI \cdot I\Delta = 2Rr$ .



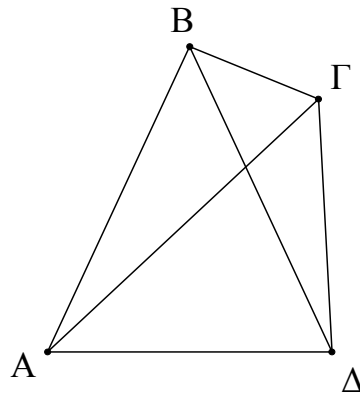
35. Δίνεται τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB = A\Delta$ . Αν  $\widehat{\Delta A\Gamma} = 16^\circ$ ,  $\widehat{B A\Gamma} = 48^\circ$  και  $\widehat{\Delta B\Gamma} = 30^\circ$  να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{A\Gamma\Delta}$ .



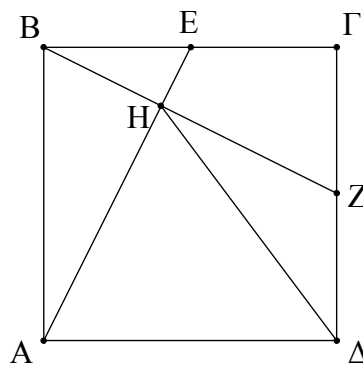
36. Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $A\Delta // B\Gamma$  και  $AB = A\Delta$ . Αν  $\widehat{B A\Gamma} = x$ ,  $\widehat{\Gamma A\Delta} = 3x$  και  $\widehat{A\Gamma\Delta} = 5x$  να υπολογίσετε τη γωνία  $x$ .



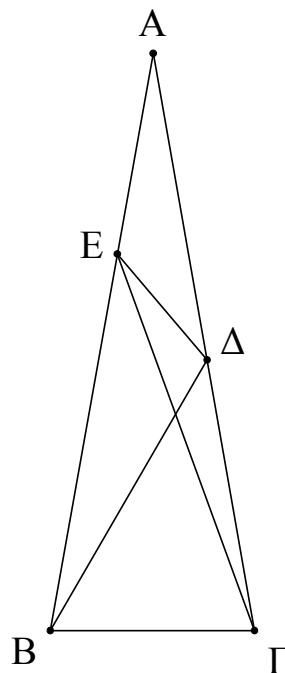
37. Δίνεται τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB = B\Delta$ . Αν  $\widehat{A\Gamma B} = 65^\circ$  και  $\widehat{A\Gamma\Delta} = 50^\circ$  να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{A\hat{B}\Delta}$ .



38. Δίνεται τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  και τα μέσα  $E, Z$  των πλευρών  $B\Gamma, \Gamma\Delta$  αντίστοιχα. Αν οι  $AE, BZ$  τέμνονται στο σημείο  $H$  να αποδείξετε ότι  $\Delta H = AB$ .



39. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $\widehat{A} = 20^\circ$ . Έστω  $\Delta$  σημείο της πλευράς  $A\Gamma$  τέτοιο ώστε  $\widehat{B\Delta A} = 60^\circ$  και  $E$  σημείο της πλευράς  $AB$  τέτοιο ώστε  $\widehat{B\hat{\Gamma}E} = 70^\circ$ . Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{E\hat{\Delta}A}$ .



40. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και ένα σημείο  $\Delta$  στο εσωτερικό του τέτοιο ώστε  $A\Delta = B\Gamma$ .  
Αν  $\widehat{\Delta B\Gamma} = 2\alpha$ ,  $\widehat{\Delta\Gamma B} = 90^\circ - 3\alpha$  και  $\widehat{A\Delta\Gamma} = 150^\circ - \alpha$  να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{A\Gamma\Delta}$ .

