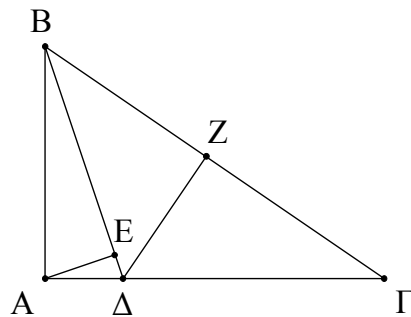
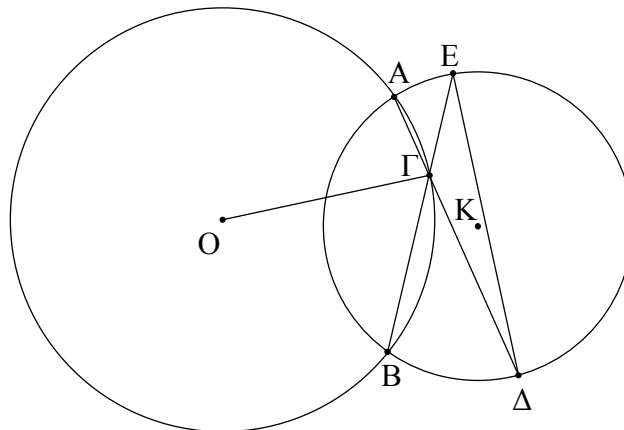


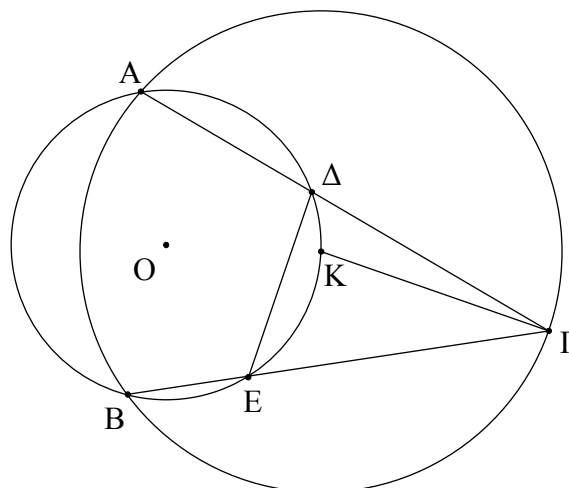
41. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και σημείο Δ της πλευράς $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $\hat{\Delta B\Gamma} = 2\hat{\Delta B A}$. Έστω $AE \perp B\Delta$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $\Delta Z = 2AE$.



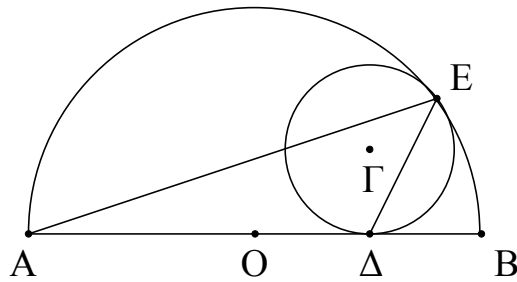
42. Δύο κύκλοι (O, R) και (K, ρ) τέμνονται στα σημεία A, B . Έστω Γ ένα σημείο του κύκλου (O, R) που βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου (K, ρ) . Οι προεκτάσεις των $A\Gamma, B\Gamma$ τέμνουν τον κύκλο (K, ρ) στα σημεία Δ, E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η $O\Gamma$ είναι κάθετη στην ΔE .



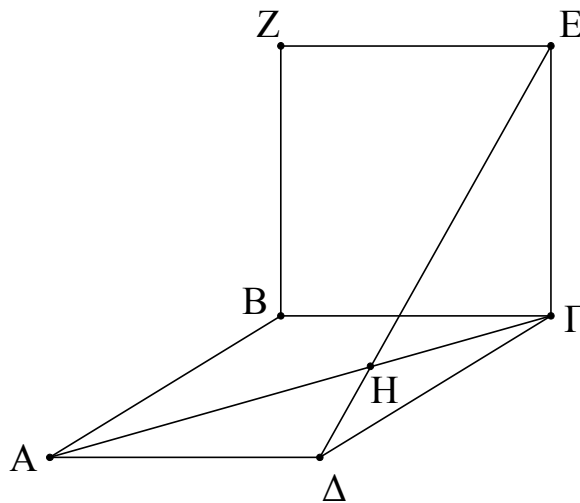
43. Δύο κύκλοι (O, R) και (K, ρ) τέμνονται στα σημεία A, B και ο κύκλος (O, R) διέρχεται από το σημείο K . Έστω Γ σημείο του κύκλου (K, ρ) τέτοιο ώστε οι $A\Gamma$ και $B\Gamma$ να τέμνουν τον κύκλο (O, R) σε δύο σημεία Δ, E αντίστοιχα τα οποία βρίσκονται στο εσωτερικό του κύκλου (K, ρ) . Να αποδείξετε ότι η $K\Gamma$ είναι κάθετη στην ΔE .



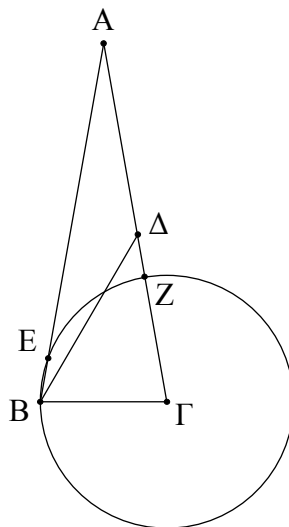
44. Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου AB και κέντρου O . Ένας κύκλος με κέντρο το σημείο Γ εφάπτεται στη διάμετρο στο σημείο Δ και στο ημικύκλιο εσωτερικά στο σημείο E . Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{A\hat{E}\Delta}$.



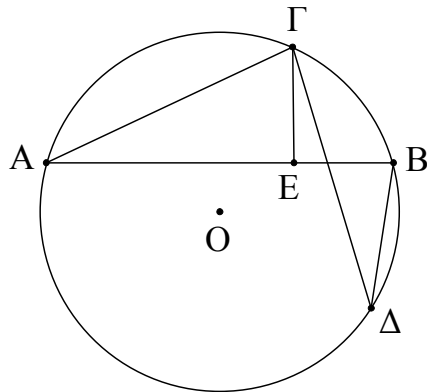
45. Δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ και τετράγωνο $B\Gamma E Z$ στο εξωτερικό του ρόμβου. Αν οι $A\Gamma$ και ΔE τέμνονται στο σημείο H να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{A\hat{H}\Delta}$.



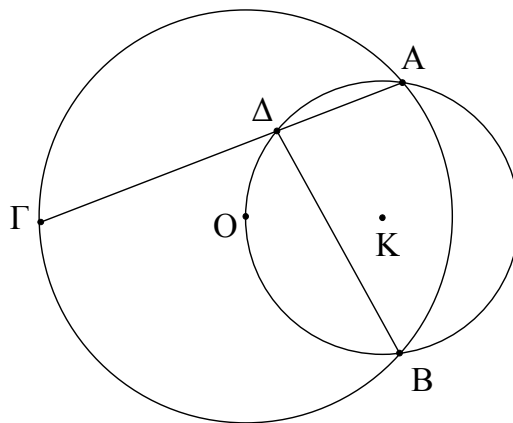
46. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\widehat{A} = 20^\circ$. Έστω Δ σημείο της πλευράς $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $A\Delta = B\Delta$. Ο κύκλος $(\Gamma, B\Gamma)$ τέμνει την AB στο σημείο E και την $A\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι $BE = \Delta Z$.



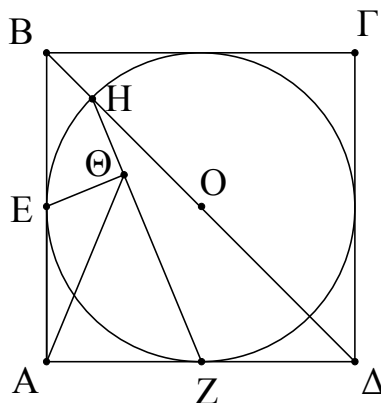
47. Δίνεται κύκλος (O, R) μια χορδή του AB και ένα σημείο Γ του κύκλου. Φέρνουμε τη ΓE κάθετη στην AB και τη χορδή $\Gamma\Delta$ τέτοια ώστε $A\Gamma = \Gamma\Delta$. Να αποδείξετε ότι $AE = BE + B\Delta$.



48. Δύο κύκλοι (O, R) και (K, ρ) τέμνονται στα σημεία A και B . Ο κύκλος (K, ρ) διέρχεται από το σημείο O . Έστω $A\Gamma$ μια χορδή του κύκλου (O, R) η οποία τέμνει τον κύκλο (K, ρ) στο σημείο Δ . Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma\Delta$.



49. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και κύκλος (O, R) εγγεγραμμένος στο τετράγωνο ο οποίος εφάπτεται στις πλευρές AB και $A\Delta$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Έστω H το σημείο τομής του εγγεγραμμένου κύκλου με τη διαγώνιο $B\Delta$ και $E\Theta$ η κάθετη στην HZ . Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{E\hat{A}\Theta}$.



50. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και ένα τεταρτοκύκλιο με κέντρο το σημείο A και ακτίνα AB στο εσωτερικό του τετραγώνου. Έστω E το σημείο τομής των διαγωνίων $A\Gamma$, $B\Delta$ και Z το σημείο στο οποίο η $A\Gamma$ τέμνει το τεταρτοκύκλιο. Αν η ΔZ τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο H να αποδείξετε ότι $BH = 2EZ$.

