ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΜΑΪΟΣ 2010

ΘΕΜΑ Α

A1. β   A2. γ   A3. β   A4. γ

A5. α. Λ   β. Λ   γ. Σ   δ. Λ   ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. α.

Στο σημείο Σ αρχικά έχουμε ενισχυτική συμβολή, οπότε
$r_1 - r_2 = \kappa\lambda$, $\kappa \in Z$ (1)
Επειδή η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης, όταν αλλάξει η συχνότητα θα είναι

$u = \lambda' f' \Rightarrow \lambda' = \frac{u}{f'} \Rightarrow \lambda' = \frac{u}{2f} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda' = \frac{1}{2}\frac{u}{f} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{2}$.

Άρα $\lambda = 2\lambda'$ και
$(1) \Rightarrow r_1 - r_2 = \kappa 2\lambda' \Rightarrow r_1 - r_2 = (2\kappa)\lambda' \Rightarrow$
$\Rightarrow r_1 - r_2 = \kappa'\lambda'$
οπότε θα έχουμε πάλι ενίσχυση με $A'' = 2A$.

Το πλάτος είναι $A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right|$.
Αρχικά στο σημείο Σ είναι $A' = 2A$, οπότε

$\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} = \pm 1 \Rightarrow \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} = \kappa\pi \Rightarrow \frac{r_1 - r_2}{\lambda} = \kappa$ (1)

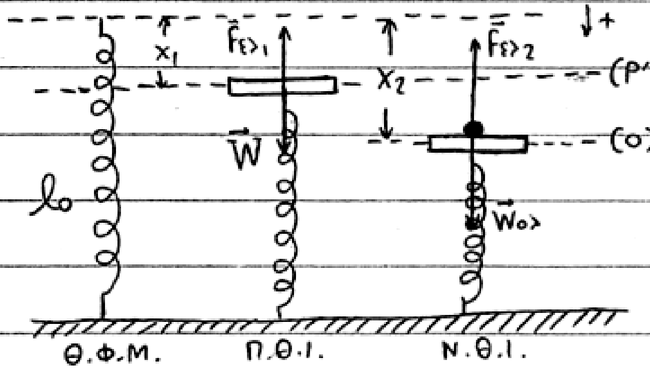
με $\kappa \in Z$.
Επειδή η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης, όταν αλλάξει η συχνότητα θα είναι

$u = \lambda' f' \Rightarrow \lambda' = \frac{u}{f'} \Rightarrow \lambda' = \frac{u}{2f} \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{2}\frac{u}{f} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{2}$.

Έτσι για το πλάτος θα έχουμε
$A'' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right| \Rightarrow A'' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda/2}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow A'' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right| \Rightarrow A'' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\kappa\pi\right| \Rightarrow$
$\Rightarrow A'' = 2A$.

B2. α.



Στην παλιά θέση ισορροπίας είναι $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow W - F_{\varepsilon\lambda_1} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow Mg = kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{Mg}{k}$ (1)

Στη νέα θέση ισορροπίας είναι

$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow W_{o\lambda} - F_{\varepsilon\lambda_2} = 0 \Rightarrow$

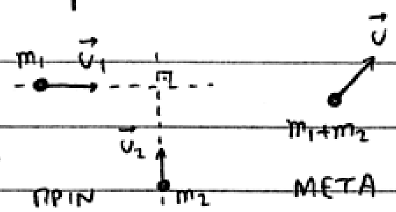
$\Rightarrow (M+m)g = kx_2 \Rightarrow x_2 = \frac{(M+m)g}{k}$ (2)

Η αρχική θέση ισορροπίας είναι ακραία θέση ($u = 0$) οπότε $A = x_2 - x_1$

και από (1), (2) έχουμε $A = \frac{Mg - mg}{k} - \frac{Mg}{k} \Rightarrow A = \frac{mg}{k}$.

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}k\frac{m^2g^2}{k^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$.

B3. β.



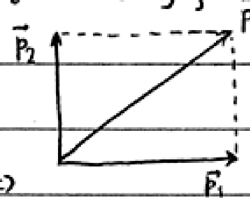
Από την Α.Δ.Ο. είναι

$\vec{P}_{ολ(αρχ)} = \vec{P}_{ολ(τελ)} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_Σ$ (1)

Είναι $p_1 = m_1 u_1 = 2 \cdot 4 = 8\ kg\frac{m}{s}$

και $p_2 = m_2 u_2 = 3 \cdot 2 = 6\ kg\frac{m}{s}$

Σύμφωνα με την (1) και επειδή $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_2$ είναι



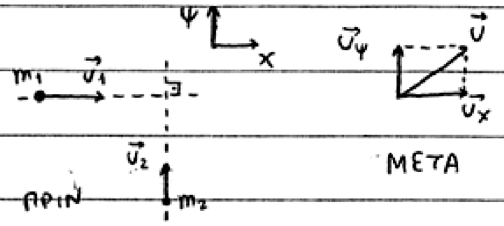
$p_Σ = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow p_Σ = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow p_Σ = \sqrt{64+36} \Rightarrow p_Σ = 10\ kg\frac{m}{s}$

Άρα $p_Σ = (m_1+m_2)u \Rightarrow 10 = 5u \Rightarrow u = 2\frac{m}{s}$

και η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι $K_Σ = \frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2 = \frac{1}{2}5 \cdot 2^2\ J \Rightarrow K_Σ = 10J$.



Α.Δ.Ο. για τον άξονα x

$P_{ολ(αρχ)x} = P_{ολ(τελ)x} \Rightarrow m_1 u_1 = (m_1+m_2)u_x \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \cdot 4 = 5u_x \Rightarrow u_x = \frac{8}{5}\ m/s$

Α.Δ.Ο. για τον άξονα ψ

$P_{ολ(αρχ)ψ} = P_{ολ(τελ)ψ} \Rightarrow m_2 u_2 = (m_1+m_2)u_ψ \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \cdot 2 = 5u_ψ \Rightarrow u_ψ = \frac{6}{5}\ m/s$

Άρα $u = \sqrt{u_x^2 + u_ψ^2} = \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} \Rightarrow$

$\Rightarrow u = \sqrt{4}\ m/s \Rightarrow u = 2\ m/s$.

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι

$K_Σ = \frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2 = \frac{1}{2}5 \cdot 2^2\ J \Rightarrow K_Σ = 10J$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Όταν ο διακόπτης $Δ_1$ είναι κλειστός είναι $V_C = E$. Άρα

$Q = CV_C \Rightarrow Q = CE \Rightarrow Q = 8 \cdot 10^{-6} \cdot 5\ C \Rightarrow Q = 40 \cdot 10^{-6} C \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-5} C$.

Γ2. Η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων είναι

$T = 2π\sqrt{LC} = 2π\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}\ s = 2π\sqrt{16 \cdot 10^{-8}}\ s \Rightarrow T = 8π \cdot 10^{-4}\ s$.

Γ3. Για $t=0$ είναι $q=Q$ και $i=0$. Άρα $i = -I ημωt$ (1)

Η γωνιακή συχνότητα είναι

$ω = \frac{2π}{T} = \frac{2π}{8π \cdot 10^{-4}} = 0{,}25 \cdot 10^4 \Rightarrow ω = 2500\ \frac{rad}{s}$

και το μέγιστο ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι

$I = ωQ = 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-5} = 10 \cdot 10^{-2}\ A \Rightarrow I = 0{,}1\ A$.

Άρα (1) $\Rightarrow$ $i = -0{,}1\ ημ 2500t$ (SI)

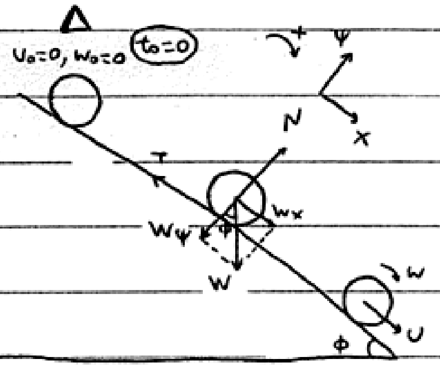
Γ4. Είναι $U_B = 3U_E$, οπότε από την Α.Δ.Ε. βρίσκουμε

$U_E + U_B = E \Rightarrow U_E + 3U_E = E \Rightarrow 4U_E = E \Rightarrow 4\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow q^2 = \frac{Q^2}{4} \Rightarrow q = \pm\frac{Q}{2} \Rightarrow q = \pm\frac{4 \cdot 10^{-5}}{2}\ C \Rightarrow q = \pm 2 \cdot 10^{-5} C$

και $|q| = 2 \cdot 10^{-5} C$.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου είναι
$\Sigma F_x = ma \Rightarrow w_x - T = ma \Rightarrow$
$\Rightarrow mg\eta\mu\phi - T = ma \quad (1)$
Για τη στροφική κίνηση του δίσκου είναι
$\Sigma\tau = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_T = I a_{\gamma\omega\nu}$.
Επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει $a = a_{\gamma\omega\nu}\cdot r \Rightarrow$
$\Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a}{r}$, οπότε τελικά
$T\cdot r = I\frac{a}{r} \Rightarrow T = I\frac{a}{r^2} \quad (2)$
Με πρόσθεση κατά μέλη
$(1)+(2) \Rightarrow mg\eta\mu\phi - T + T = ma + I\frac{a}{r^2} \Rightarrow$
$\Rightarrow mg\eta\mu\phi = ma + I\frac{a}{r^2} \quad (3)$
Η μεταφορική κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, με εξισώσεις κίνησης
$v = at \quad (4)$
$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (5)$
Από την (5) είναι $2 = \frac{1}{2}a\cdot 1^2 \Rightarrow a = 4\,\frac{m}{s^2}$
οπότε $(3) \Rightarrow 2\cdot 10\frac{1}{2} = 2\cdot 4 + I\frac{4}{1^2} \Rightarrow$
$\Rightarrow 10 = 8 + 4I \Rightarrow 4I = 2 \Rightarrow I = 0{,}5\ kg\cdot m^2$.

Η μεταφορική κίνηση του δίσκου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με εξισώσεις κίνησης $v = at \ (1)$
$x = \frac{1}{2}at^2 \ (2)$
Από τη (2) βρίσκουμε $2 = \frac{1}{2}a\cdot 1^2 \Rightarrow a = 4\ m/s^2$
και επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει $a = a_{\gamma\omega\nu}\cdot r \Rightarrow 4 = a_{\gamma\omega\nu}\cdot 1 \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = 4\,\frac{rad}{s^2}$.
Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου είναι $\Sigma F_x = ma \Rightarrow w_x - T = ma \Rightarrow$
$\Rightarrow mg\eta\mu\phi - T = ma \Rightarrow 2\cdot 10\frac{1}{2} - T = 2\cdot 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow T = 10 - 8 \Rightarrow T = 2N$.
Για τη στροφική κίνηση του δίσκου είναι $\Sigma\tau = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_T = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$
$\Rightarrow T\cdot r = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 2\cdot 1 = I\cdot 4 \Rightarrow$
$\Rightarrow I = 0{,}5\ kg\cdot m^2$.

Δ2. Όμοια με το προηγούμενο ερώτημα βρίσκουμε ότι γενικά ισχύει
$\Sigma F_x = Ma \Rightarrow w_x - T = Ma \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - T = Ma \quad (6)$
$\Sigma\tau = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T\cdot R = I\frac{a}{R} \Rightarrow T = I\frac{a}{R^2} \quad (7)$ και
$(6)+(7) \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - \cancel{T} + \cancel{T} = Ma + I\frac{a}{R^2} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = \left(M + \frac{I}{R^2}\right)a \Rightarrow$
$\Rightarrow a = \dfrac{Mg\eta\mu\phi}{M + \frac{I}{R^2}}$
Έτσι για το δίσκο είναι
$a_1 = \dfrac{Mg\eta\mu\phi}{M + \frac{\frac{1}{2}MR^2}{R^2}} = \dfrac{Mg\eta\mu\phi}{\frac{3}{2}M} = \frac{2}{3}g\eta\mu\phi = \frac{2}{3}10\frac{1}{2} = \frac{10}{3}\ m/s^2$
και για το δακτύλιο είναι
$a_2 = \dfrac{Mg\eta\mu\phi}{M + \frac{MR^2}{R^2}} = \dfrac{Mg\eta\mu\phi}{2M} = \frac{1}{2}g\eta\mu\phi = \frac{1}{2}10\frac{1}{2} = \frac{5}{2}\ m/s^2$
Άρα με μεγαλύτερη επιτάχυνση κινείται ο δίσκος
(είναι $\frac{a_1}{a_2} = \frac{10/3}{5/2} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$)

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι με μεγαλύτερη επιτάχυνση κινείται το στερεό με τη μικρότερη ροπή αδράνειας. Επειδή $I_1 < I_2$ είναι $a_1 > a_2$, δηλαδή με μεγαλύτερη επιτάχυνση κινείται ο δίσκος.

Δ3. Επειδή τα στερεά είναι ενωμένα έχουν κάθε στιγμή ίσες ταχύτητες, δηλαδή είναι $v_1 = v_2 = v$.

Επίσης έχουν κάθε στιγμή και ίσες γωνιακές ταχύτητες, γιατί έχουν ίσες ακτίνες και είναι $\omega=\frac{v}{R}$.

Για το δίσκο:

$K_1 = K_{\text{μετ},1}+K_{\text{στρ},1} = \frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}MR^2\omega^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{4}Mv^2 \Rightarrow K_1=\frac{3}{4}Mv^2$

Για το δακτύλιο

$K_2 = K_{\text{μετ},2}+K_{\text{στρ},2} = \frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}MR^2\omega^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow K_2 = Mv^2$.

Άρα $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{3}{4}Mv^2}{Mv^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2}=\frac{3}{4}$.

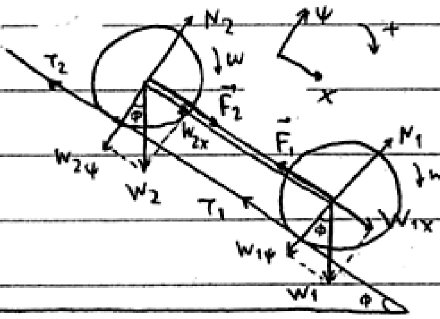
Είναι:

$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}I_1\omega_1^2}{\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}I_2\omega_2^2} = \frac{\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\frac{v^2}{R^2}}{\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}MR^2\frac{v^2}{R^2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{4}Mv^2}{\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}Mv^2} = \frac{\frac{3}{4}Mv^2}{Mv^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2}=\frac{3}{4}$.

Δ4. Τα δύο σώματα είναι ενωμένα, οπότε έχουν ίσες a, αλλά και ίσες $a_{\text{γων}}$, γιατί έχουν ίσες ακτίνες και είναι $a_{\text{γων}}=\frac{a}{R}$.



Επειδή η ράβδος είναι αβαρής, για τις δυνάμεις που δέχεται είναι $F_1'=F_2'$ και άρα σύμφωνα με το αξίωμα δράσης - αντίδρασης θα είναι και $F_1=F_2=F$.

Για το δίσκο είναι

$\Sigma F_x = Ma \Rightarrow W_{1x}-T_1-F = Ma \Rightarrow$

$\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi - T_1 - F = Ma$ (1)

και

$\Sigma\tau = I_1 a_{\text{γων}} \Rightarrow T_1\cdot R = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2}Ma$ (2)

Για το δακτύλιο είναι

$\Sigma F_x = Ma \Rightarrow W_{2x}-T_2+F = Ma \Rightarrow$

$\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi - T_2 + F = Ma$ (3)

και

$\Sigma\tau = I_2 a_{\text{γων}} \Rightarrow T_2 R = MR^2\frac{a}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = Ma$ (4)

Με πρόσθεση κατά μέλη

(1) + (2) + (3) + (4) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2Mg\,\text{ημ}\varphi = (M+\frac{1}{2}M+M+M)a \Rightarrow$

$\Rightarrow 2Mg\,\text{ημ}\varphi = \frac{7}{2}Ma \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cdot 10\frac{1}{2} = \frac{7}{2}a \Rightarrow a = \frac{20}{7}\,m/s^2$

(2) $\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2}1{,}4\,\frac{20}{7}\,N \Rightarrow T_1 = 2N$

(1) $\Rightarrow 1{,}4\cdot 10\frac{1}{2} - 2 - F = 1{,}4\,\frac{20}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow 7-2-F = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow F = 1\,N.$

Για το δίσκο είναι

$\Sigma F_x = Ma \Rightarrow W_{1x}-T_1-F = Ma \Rightarrow$

$\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi - T_1 - F = Ma$ (1)

και

$\Sigma\tau = I_1 a_{\text{γων}} \Rightarrow T_1\cdot R = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2}Ma$ (2)

(1) + (2) $\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi - F = \frac{3}{2}Ma$ (3)

Για το δακτύλιο είναι

$\Sigma F_x = Ma \Rightarrow W_{2x}-T_2+F = Ma \Rightarrow$

$\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi - T_2 + F = Ma$ (4)

και

$\Sigma\tau = I_2 a_{\text{γων}} \Rightarrow T_2 R = MR^2\frac{a}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = Ma$ (5)

(4) + (5) $\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi + F = 2Ma$ (6)

Με διαίρεση κατά μέλη

$\frac{(3)}{(6)} \Rightarrow \frac{Mg\,\text{ημ}\varphi - F}{Mg\,\text{ημ}\varphi + F} = \frac{\frac{3}{2}Ma}{2Ma} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1{,}4\cdot 10\frac{1}{2} - F}{1{,}4\cdot 10\frac{1}{2}+F} = \frac{3}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow 21+3F = 28-4F \Rightarrow$

$\Rightarrow 7F = 7 \Rightarrow F = 1N.$

Για τις μεταφορικές κινήσεις των στερεών είναι

$Mg\,\text{ημ}\varphi - T_1 - F = Ma$ (1)

$Mg\,\text{ημ}\varphi - T_2 + F = Ma$ (2)

και με αφαίρεση κατά μέλη

(2) − (1) $\Rightarrow F - T_2 + F + T_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2F - T_2 + T_1 = 0$ (3)

Για τις στροφικές κινήσεις των στερεών είναι

$T_1 R = \frac{1}{2}MR^2 a_{\text{γων}}$ (4)

$T_2 R = MR^2 a_{\text{γων}}$ (5)

και με διαίρεση κατά μέλη

$\frac{(4)}{(5)} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 2T_1$ (6)

Άρα: (3) $\Rightarrow 2F - 2T_1 + T_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2F = 2T_1 - T_1 \Rightarrow T_1 = 2F$

$\boxed{(6) \Rightarrow T_2 = 2\cdot 2F \Rightarrow T_2 = 4F}$

και

$\frac{(1)}{(4)} \Rightarrow \frac{Mg\,\text{ημ}\varphi - 2F - F}{2F\cdot R} = \frac{Ma}{\frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{Mg\,\text{ημ}\varphi - 3F}{2F} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow Mg\,\text{ημ}\varphi = 7F \Rightarrow 1{,}4\cdot 10\frac{1}{2} = 7F \Rightarrow F = 1N.$