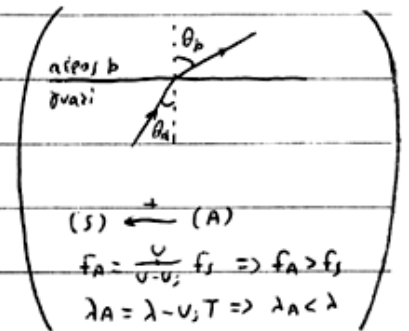


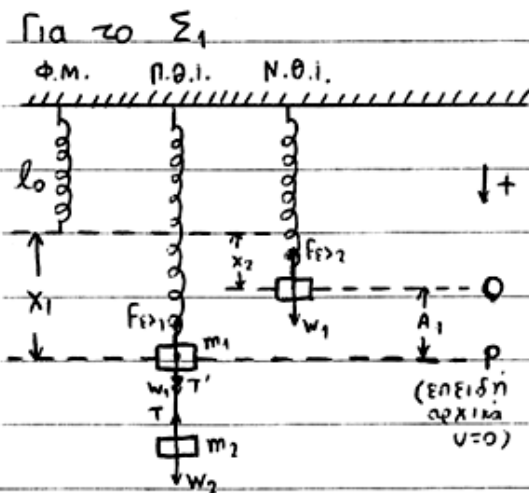
ΘΕΜΑ Α

- A1. γ
 A2. β
 A3. γ
 A4. γ
 A5. α. Σ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Λ



ΘΕΜΑ Β

B1. β.



Για το Σ_1
 Φ.Μ. π.θ.ι. Ν.θ.ι.

π.θ.ι. $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_2 + W_1 - T + T' - F_{s1} = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (m_1 + m_2)g = kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

Ν.θ.ι. $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_1 - F_{s2} = 0 \Rightarrow m_1 g = kx_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x_2 = \frac{m_1 g}{k}$

$A_1 = x_1 - x_2 \Rightarrow A_1 = \frac{m_1 g + m_2 g - m_1 g}{k} \Rightarrow$
 $\Rightarrow A_1 = \frac{m_2 g}{k}$

Ανάλογα για το Σ_2 είναι $A_2 = \frac{m_1 g}{k}$

Άρα $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k A_1^2}{\frac{1}{2} k A_2^2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k \frac{m_2^2 g^2}{k^2}}{\frac{1}{2} k \frac{m_1^2 g^2}{k^2}} = \frac{m_2^2 g^2}{m_1^2 g^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$

B2. α.

Είναι $|f_1 - f| = |f_2 - f|$ ($= f_\delta$)

Με $f_1 < f < f_2$ έχουμε

$f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow$

$\Rightarrow 2f = f_1 + f_2 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$

α.

Είναι $|f_1 - f| = |f_2 - f| = f_\delta$, οπότε $f_1 - f = \pm (f_2 - f)$. Οι δύο εξισώσεις

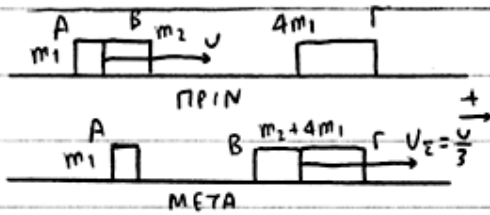
δίνουν $f_1 - f = f_2 - f \Rightarrow 0f = f_2 - f_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow f_1 = f_2$ άτοπο και

$f_1 - f = -f_2 + f \Rightarrow f_1 + f_2 = 2f \Rightarrow$

$\Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$.

B3. α.



Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής

με $p_{0(αρχ)} = (m_1 + m_2) v$

και $p_{0(τελ)} = (m_2 + 4m_1) \frac{v}{3}$

έχουμε $p_{0(αρχ)} = p_{0(τελ)} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 v + m_2 v = m_2 \frac{v}{3} + 4m_1 \frac{v}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_2 v - \frac{1}{3} m_2 v = \frac{4}{3} m_1 v - m_1 v \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2}{3} m_2 v = \frac{1}{3} m_1 v \Rightarrow m_1 = 2m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $\psi = 2A \sin 2\pi \frac{y_1 - y_2}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y_1 + y_2}{2\lambda} \right)$ και για το M

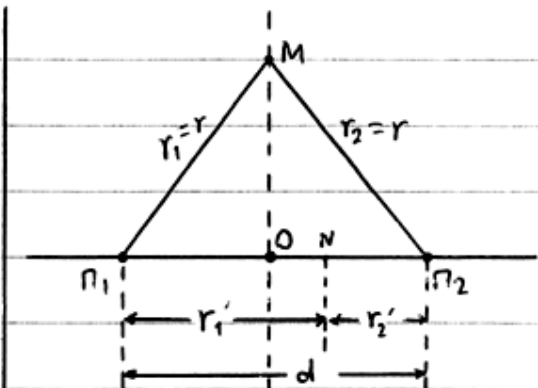
$\psi_M = 2A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y_1 + y_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow \frac{4}{T} = 5 \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$

$\psi_M = 0,2 \eta \mu 2\pi (5t - 10) \Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{2\lambda} = 10$
(και $2A = 0,2 \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}$)

Άρα $v = \lambda f \Rightarrow 2 = \lambda \cdot 5 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{5} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$

Αλλά για το M είναι $r_1 = r_2 = r$, οπότε

$\frac{2r}{2\lambda} = 10 \Rightarrow r = 10\lambda \Rightarrow r = 10 \cdot 0,4 \text{ m} \Rightarrow r = 4 \text{ m}$



Γ2. Για το O είναι $r_1 = r_2 = \frac{d}{2}$, οπότε

$\phi_0 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda} \right) \Rightarrow \phi_0 = 2\pi \left(5t - \frac{1}{0,8} \right) \Rightarrow \phi_0 = 2\pi \left(5t - \frac{5}{4} \right)$

και $\phi_2 - \phi_M = 2\pi \left(5t - \frac{5}{4} \right) - 2\pi (5t - 10) \Rightarrow$

$\Rightarrow \phi_2 - \phi_M = 2\pi (5t - 1,25 - 5t + 10) = 2\pi \cdot 8,75 \Rightarrow$

$\Rightarrow \phi_2 - \phi_M = 17,5\pi \text{ rad}$

Γ3. Για τα σημεία με μέγιστο πλάτος $y_1 - y_2 = k\lambda$, με $k=0, \pm 1, \dots$

για τέτοιο σημείο N του Π_1, Π_2 είναι $y_1 + y_2 = d$,

οπότε $y_1 - (d - y_1) = k\lambda \Rightarrow 2y_1 - 1 = 0,4k \Rightarrow y_1 = 0,2k + 0,5$

Με $0 < y_1 < d$ είναι $0 < 0,2k + 0,5 < 1 \Rightarrow -0,5 < 0,2k < 0,5 \Rightarrow -2,5 < k < 2,5 \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1, 2$ 5 σημεία.

Είναι $y_1 - y_2 = k\lambda$, με $k=0, \pm 1, \dots$

Ισχύει $|y_1 - y_2| < d$

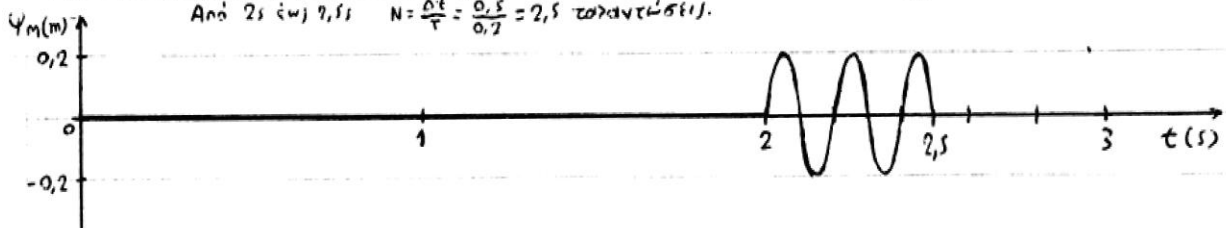
(η $|y_1 - y_2| = d$ αντιστοιχεί στις ηηθές Π_1, Π_2 και στα σημεία αριστερά και δεξιά των ηηθών).

Άρα $|k\lambda| < d \Rightarrow -d < k\lambda < d \Rightarrow -1 < 0,4k < 1 \Rightarrow -2,5 < k < 2,5 \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1, 2$ 5 σημεία.

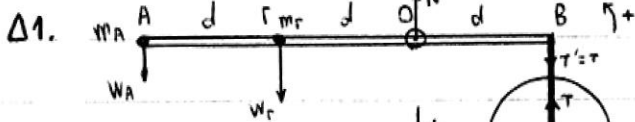
Γ4. Για το σημείο M είναι $\psi_M = 0,2 \sin 2\pi (5t - 10)$ με $t \geq \max(\frac{r}{v}, \frac{r}{c}) \Rightarrow t \geq \frac{4}{2} \Rightarrow t \geq 2s$

Για $0 \leq t \leq 2s$ τα κύματα δεν έχουν φτάσει στο M και είναι $\psi_M = 0$.

Από 2s έως 2,5s $N = \frac{0,5}{0,2} = 2,5$ ταλαντώσεις.



ΘΕΜΑ Δ



Έστω ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο οριζόντια. Τότε:

$\frac{m_1}{m_1}$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_1 - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 g = 2 \cdot 10 \text{ N} \Rightarrow T_1 = 20 \text{ N}$

$\frac{m_2, m_3}{m_2, m_3}$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 + W_2 + T_3 - T_2 - W_3 = 0 \Rightarrow T_2 = (m_2 + m_3)g \Rightarrow T_2 = 2 \cdot 10 \text{ N} \Rightarrow T_2 = 20 \text{ N}$

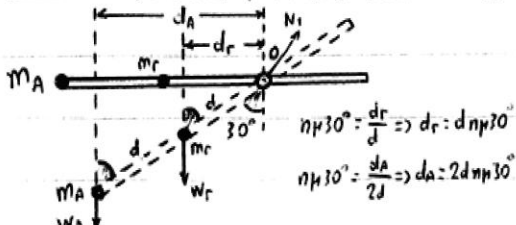
$\frac{T_p}{T_p}$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1' + T_2' + W - T = 0 \Rightarrow T = 20 + 20 + 4 \cdot 10 \Rightarrow T = 80 \text{ N}$

$\frac{\text{Ράβδος}}{\text{Ράβδος}}$ $\Sigma \tau = 0 \Rightarrow W_A \cdot 2d + W_R \cdot d - T' \cdot d = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow m_A g \cdot 2d + m_r g \cdot d = T' \cdot d \Rightarrow T' = 4 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 = 80 \text{ N}$

$\Rightarrow T' = 80 \text{ N}$, οπότε η υποθήκη είναι πωστική.

Δ2.



$I = m_A (2d)^2 + m_r d^2 = 4 \cdot 2^2 + 6 \cdot 1^2 \Rightarrow I = 10 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

$\Sigma \tau = I \alpha_{\gamma\omega\psi} \Rightarrow \Sigma \tau_{WA} + \Sigma \tau_{WR} = I \alpha_{\gamma\omega\psi} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_A g \cdot 2d \sin 30^\circ + m_r g \cdot d \sin 30^\circ = I \alpha_{\gamma\omega\psi} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 10 \alpha_{\gamma\omega\psi} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\psi} = \frac{40+30}{10} = 7 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

$\frac{m_1, m_2, m_3}{\Sigma F = 0}$

$\Sigma F = W_1 - T_1 + T_1' - T_2' + T_2 - W_2 - T_2' + T_3 - W_3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F = m_1 g - m_2 g - m_3 g = 2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 - 1 \cdot 10 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F = 0$, άρα το σύστημα m_1, m_2, m_3 ισορροπεί και είναι $T_1 = W_1 = m_1 g$ και $T_2 = W_2 + W_3 = (m_2 + m_3)g$.

Στην τροχαλία οι ροπή είναι $m_1 g R = 20R$

και $(m_2 + m_3)g R = 20R$, οπότε

$m_1 g R = (m_2 + m_3)g R$, άρα αή ισορροπεί.

Επισης στην τροχαλία είναι $T = W + W_1 + W_2 + W_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow T = (M + m_1 + m_2 + m_3)g$

Η ράβδος δέχεται τις ροπές (w προς \circ)

$W_A \cdot 2d + W_r \cdot d = M_A g \cdot 2d + m_r g d = 4 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$

και $T' = (M + m_1 + m_2 + m_3)g d = (4 + 2 + 1 + 1) \cdot 10 \cdot 1 = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$

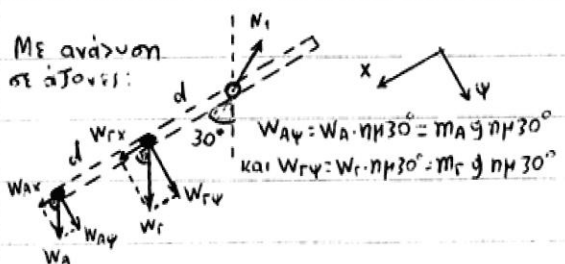
Επομένως ισορροπεί οριζόντια ($\Sigma \tau_{\psi} = 0$)

ΑΔΙΕΣ

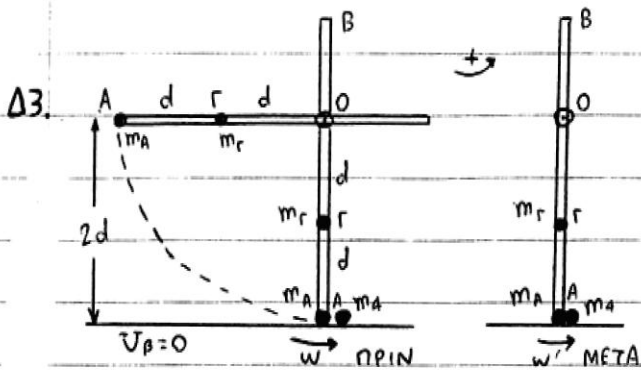
Έε δ70 το σύστημα είναι $\Sigma \tau_{\psi}(c) =$

$= W_A \cdot 2d + W_r \cdot d - W_1(d-R) - W_2 d - W_3(d+R) - W_2(d+R) = 20+60-20+20R-40-10-10R-10-10R \Rightarrow \Sigma \tau_{\psi}(c) = 0$

Με ανάσωση σε άξονες:



$W_{A\psi} = W_A \cdot \eta\mu 30^\circ = M_A g \eta\mu 30^\circ$
και $W_{r\psi} = W_r \cdot \eta\mu 30^\circ = m_r g \eta\mu 30^\circ$



Κατά την κίνηση της ράβδου δεν υπάρχουν τριβές και ασκούνται τα βάρη W_A, W_R που είναι συντηρητικές δυνάμεις, επομένως ισχύει το ΘΔΜΕ:

$$E_{\text{μετακ}} = E_{\text{μεταρ}} \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\beta}(\text{αρχ}) = K_{\text{τελ}} + U_{\beta}(\text{τελ}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_A g 2d + m_R g 2d = \frac{1}{2} I \omega^2 + m_R g d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 = m_A g 2d + m_R g d \Rightarrow \frac{1}{2} 10 \omega^2 = 1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \omega^2 = 20 + 60 \Rightarrow \omega^2 = \frac{80}{5} \Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

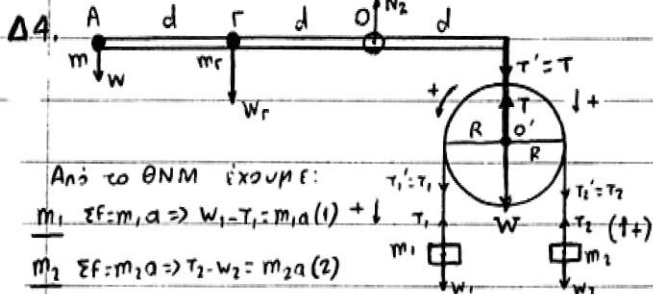
Μετά την προσκρούση της m_A η ροπή αδράνειας γίνεται $I' = m_R d^2 + m_A (2d)^2 + m_A (2d)^2 = 6 \cdot 1^2 + 1 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^2 \Rightarrow I' = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής

$$L_{\alpha}(\text{αρχ}) = L_{\alpha}(\text{τελ}) \Rightarrow I \omega = I' \omega' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 4 = 30 \omega' \Rightarrow \omega' = 4/3 \text{ rad/s}$$

Άρα $U_A = \omega' \cdot 2d \Rightarrow U_A = \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow U_A = \frac{8}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Από το ΘΝΜ έχουμε:

$$m_1 \Sigma F = m_1 a \Rightarrow W_1 - T_1 = m_1 a \quad (1)$$

$$m_2 \Sigma F = m_2 a \Rightarrow T_2 - W_2 = m_2 a \quad (2)$$

$$\tau: \Sigma \tau = I \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T_1 R - T_2 R = \frac{MR^2}{2} \frac{a}{R} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M a \quad (3)$$

Με πρόσθεση κατά μέγιστο παίρνουμε (1)+(2)+(3):

$$\Rightarrow m_1 g - T_1 + T_2 - m_2 g - T_1 - T_2 = m_1 a + m_2 a + \frac{1}{2} M a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 = 2a + a + \frac{4}{2} a \Rightarrow 10 = 5a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$(1) \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a \Rightarrow 20 - T_1 = 4 \Rightarrow T_1 = 16 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_2 a \Rightarrow T_2 - 10 = 2 \Rightarrow T_2 = 12 \text{ N}$$

Για την τροχαλία είναι $\Sigma F = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -T + W + T_1 + T_2 = 0 \Rightarrow T = 40 + 16 + 12 \Rightarrow T = 68 \text{ N}$$

Από την ισορροπία της ράβδου βρισκόμαστε

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_W + \tau_{W_R} + \tau_T = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m g 2d + m_R g d - T \cdot d = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20m = 68 - 60 \Rightarrow 20m = 8 \Rightarrow m = 0,4 \text{ kg}$$

Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$K_{\text{αρχ}} + W_{W_A} + W_{W_R} = K_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 + m_A g 2d + m_R g d = \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 = \frac{1}{2} 10 \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \omega^2 = 80 \Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Με χρήση μόνο θετικής φοράς από τα κάτω

$$m_1 \Sigma F = m_1 a \Rightarrow W_1 - T_1 = m_1 a \quad (1)$$

$$m_2 \Sigma F = m a \Rightarrow W_2 - T_2 = -m_2 a \Rightarrow T_2 - W_2 = m_2 a \quad (2)$$