ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα Α

A1. γ)

A2. γ)

A3. δ)

A4. γ)

A5. α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Σωστό

Θέμα Β

B1. α) ii)

β) Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ είναι

$E_0 = U_E = \frac{1}{2} C V_C^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^{-6} \cdot 400\, J \Rightarrow E_0 = 4 \cdot 10^{-3}\, J$

Τη χρονική στιγμή t_1 είναι

$E_1 = U_B = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{9} 10^{-3} \cdot 36\, J \Rightarrow E_1 = 2 \cdot 10^{-3}\, J$

Άρα η μείωση είναι $\Delta E = E_0 - E_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta E = 4 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta E = 2 \cdot 10^{-3}\, J$

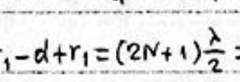
Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ είναι

$Q = C V_C \Rightarrow Q = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 20\, C \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-4}\, C$

και $E_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} \frac{(4 \cdot 10^{-4})^2}{20 \cdot 10^{-6}}\, J \Rightarrow E_0 = 4 \cdot 10^{-3}\, J$

B2. α) iii)



β) Για ένα σημείο απόσβεσης Ρ στο ΚΛ έχουμε:

$\left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \\ r_2 = d - r_1 \end{array} \right\} \Rightarrow r_1 - d + r_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2r_1 = d + (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} \quad (1)$

Πρέπει $0 < r_1 < d \overset{(1)}{\Rightarrow} 0 < \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda}{4} < d \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{d}{2} < (2N+1)\frac{\lambda}{4} < \frac{d}{2} \quad (2)$

Αλλιώς: $|r_1 - r_2| < d \Rightarrow -d < r_1 - r_2 < d \Rightarrow$

$\Rightarrow -d < (2N+1)\frac{\lambda}{2} < d$

(Για $d = 2\lambda_1$ έχουμε

$(2) \Rightarrow -\lambda_1 < (2N+1)\frac{\lambda_1}{4} < \lambda_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -1 < \frac{2N+1}{4} < 1 \Rightarrow -4 < 2N+1 < 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow -5 < 2N < 3 \Rightarrow -\frac{5}{2} < N < \frac{3}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow N = -2, -1, 0, 1$ δηλαδή

πράγματι 4 σημεία στην ΚΛ)

Για τα μήκη κύματος είναι $f_2 = 3f_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\upsilon}{\lambda_2} = 3\frac{\upsilon}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \Rightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2$

και $d = 2\lambda_1 = 2\cdot 3\lambda_2 \Rightarrow d = 6\lambda_2$

Άρα (2) $\Rightarrow -\frac{6\lambda_2}{2} < (2N'+1)\frac{\lambda_2}{4} < \frac{6\lambda_2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow -12 < 2N'+1 < 12 \Rightarrow -13 < 2N' < 11 \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{13}{2} < N' < \frac{11}{2} \xRightarrow{K\in Z} N' = -6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5$

12 σημεία

$\left.\begin{array}{l}\upsilon=\lambda_1 f_1\\ \upsilon=\lambda_2 f_2\end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \lambda_2 \cdot 3f_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2$

B3. α) ii)

β) Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής

$L_{ολ(αρχ)} = L_{ολ(τελ)} \Rightarrow I_1\omega_1 = (I_1+I_2)\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1\omega_1 = (I_1 + \frac{I_1}{4})\omega \Rightarrow I_1\omega_1 = \frac{5I_1}{4}\omega \Rightarrow \omega = \frac{4}{5}\omega_1$

Για τον Δ_1 είναι $\Delta L = L_{1τελ} - L_{1αρχ} = I_1\omega - I_1\omega_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta L = I_1\frac{4}{5}\omega_1 - I_1\omega_1 = -\frac{1}{5}I_1\omega_1 = -\frac{1}{5}L_1 \Rightarrow |\Delta L| = \frac{1}{5}L_1$

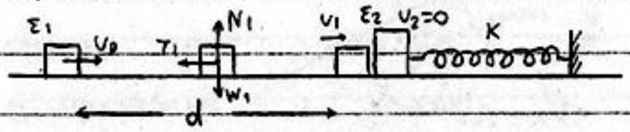
Για τον Δ_1 είναι

$L_1' = I_1\omega = I_1\frac{4}{5}\omega_1 \Rightarrow L_1' = \frac{4}{5}L_1$

Μεταβ. $|\Delta L| = L_1 - L_1' = L_1 - \frac{4}{5}L_1 = \frac{1}{5}L_1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. 1Η ΦΑΣΗ: ΚΙΝΗΣΗ $Σ_1$ ΠΡΟΣ $Σ_2$



Είναι $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - w_1 = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$

και $T_1 = \mu N_1 \Rightarrow T_1 = \mu m_1 g$

ΘΜΚΕ για διάστημα d

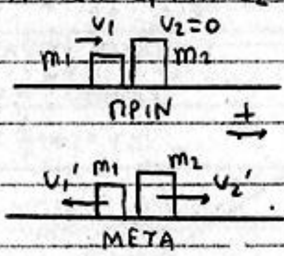
$K_{αρχ} + W_T + \overset{0}{W_{w_1}} + \overset{0}{W_{N_1}} = K_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_0^2 - \mu m_1 g d = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \Rightarrow v_0^2 - 2\mu g d = v_1^2$ (1)

2Η ΦΑΣΗ: ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ $Σ_1$ ΚΑΙ $Σ_2$

Είναι $v_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1$ (2)

$v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1$ (3)



Από (2) με $v_1' = -\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$

(2) $\Rightarrow v_1' = \frac{m_1-2m_1}{m_1+2m_1}v_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1' = \frac{-m_1}{3m_1}v_1 \Rightarrow -\sqrt{10} = -\frac{1}{3}v_1 \Rightarrow v_1 = 3\sqrt{10}$ m/s

(1) $\Rightarrow v_0^2 - 2\cdot 0{,}5\cdot 10\cdot 1 = 9\cdot 10 \Rightarrow v_0^2 = 10+90 \Rightarrow$

$\Rightarrow v_0^2 = 100 \Rightarrow v_0 = 10$ m/s

ΔΚ βάσει $Σ_1$ | ΔΚ βάσει $Σ_2$

Γ2. Για το $Σ_1$ $K_{αρχ} = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2$

$K_{τελ} = \frac{1}{2} m_1 υ_1'^2$

και μείωση $ΔK = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 - \frac{1}{2} m_1 υ_1'^2$

Άρα $\frac{ΔK}{K_{αρχ}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 υ_1^2 - \frac{1}{2} m_1 υ_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 υ_1^2} = 1 - \left(\frac{υ_1'}{υ_1}\right)^2 =$

$= 1 - \left(\frac{-\frac{1}{3} υ_1}{υ_1}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ ή $\frac{8}{9} 100\%$

(ΔΚ βάσει $Σ_2$:)

Από το $Σ_1$ $K_{αρχ} = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2$

Από το $Σ_2$ $ΔK = K_{2(τελ)} - 0 = \frac{1}{2} m_2 υ_2'^2$

Άρα $\frac{ΔK}{K_{αρχ}} = \frac{\frac{1}{2} 2m_1 \frac{4m_1^2}{(m_1+m_2)^2} υ_1^2}{\frac{1}{2} m_1 υ_1^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{ΔK}{K_{αρχ}} = \frac{8m_1^2}{9m_1^2} = \frac{8}{9}$ ή $\frac{8}{9} 100\%$

ΜΕ τιμές:

$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} υ_1 = \frac{2}{3} 3\sqrt{10} \frac{m}{s} = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$

$\frac{ΔK}{K_{αρχ}} = \frac{\frac{1}{2} m_2 υ_2'^2 - 0}{\frac{1}{2} m_1 υ_1^2} = \frac{2m_1 \cdot 4 \cdot 10}{m_1 \cdot 9 \cdot 10} =$

$= \frac{8}{9}$ ή $\frac{8}{9} 100\% = \frac{800}{9} \%$

Γ3. ΣΤΗΝ 1Η ΦΑΣΗ:

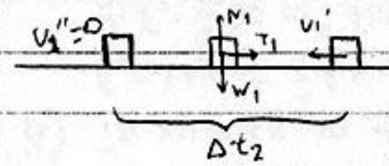
$ΣF_x = m_1 α \Rightarrow -T_1 = m_1 α \Rightarrow -μ m_1 g = m_1 α \Rightarrow$

$\Rightarrow α = -μg = -0{,}5 \cdot 10 \frac{m}{s^2} = -5 \frac{m}{s^2}$. Μέτρο $α = 5 \frac{m}{s^2}$

Είναι $υ_1 = υ_0 - α t_1 \Rightarrow 3\sqrt{10} = 10 - 5t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} s \Rightarrow t_1 = \frac{10 - 3 \cdot 3{,}2}{5} s \Rightarrow t_1 = 0{,}08 s$

ΦΑΣΗ 3Α: ΚΙΝΗΣΗ $Σ_1$ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ



Η τριβή και η επιβράδυνση είναι κατά μέτρο ίδιες

Είναι $υ_1'' = υ_1' - α Δt_2 \Rightarrow 0 = \sqrt{10} - 5Δt_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow Δt_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} s \Rightarrow Δt_2 = \frac{3{,}2}{5} s \Rightarrow Δt_2 = 0{,}64 s$

Άρα $t_{ολ} = t_1 + Δt_2 = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} + \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{10 - 2\sqrt{10}}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow t_{ολ} = \frac{10 - 2 \cdot 3{,}2}{5} s \Rightarrow t_{ολ} = \frac{3{,}6}{5} s \Rightarrow t_{ολ} = 0{,}72 s$

(ΔΚ βάσει $Σ_2$ / εναλλακτικά:)

Απαλοιφή $\left.\begin{array}{l} υ_1 = υ_0 - α t_1 \\ d = υ_0 t_1 - \frac{1}{2} α t_1^2 \end{array}\right\} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{9{,}8} s$

ΘΜΚΕ $K_{αρχ} + W_{T_1} = K_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 υ_1'^2 - μ m_1 g d' = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{10}{2} = 0{,}5 \cdot 10 d' \Rightarrow d' = 1 m$

Απαλοιφή $\left.\begin{array}{l} 0 = υ_1' - α Δt_2 \\ d' = υ_1' Δt - \frac{1}{2} α Δt_2^2 \end{array}\right\} \Rightarrow Δt_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} s$

Αποτελέσματα Κ.Ε.Ε.

$t_1 = 0{,}125$ s

$t_2 = 0{,}625$ s

$t_{ολ} = 0{,}75$ s

Γ4. Από (3) $\Rightarrow υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} υ_1 = \frac{2}{3} 3\sqrt{10}$ m/s $\Rightarrow$

$\Rightarrow υ_2' = 2\sqrt{10}$ m/s

ΦΑΣΗ 3Β: ΚΙΝΗΣΗ $Σ_2$ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ

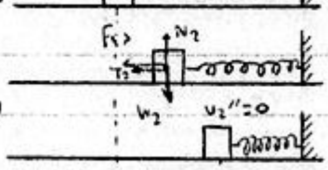
Για το $Σ_2$:

$ΣF_y = 0 \Rightarrow N_2 - w_2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N_2 = m_2 g$ και

$T_2 = μ N_2 \Rightarrow T_2 = μ m_2 g$

Μέγιστη συσπείρωση $x_μ$ έχουμε για $υ_2'' = 0$



Από το ΘΜΚΕ, για διάστημα $x_μ$: $\leftarrow x_μ \rightarrow$

$K_{αρχ} + W_{F_{ελ}} + W_{T_2} + \cancel{W_{w_2}}^0 + W_{N_2} = \cancel{K_{τελ}}^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 υ_2'^2 - \frac{1}{2} k x_μ^2 - μ m_2 g x_μ = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} 1 \cdot 4 \cdot 10 - \frac{1}{2} 105 x_μ^2 - 5x_μ = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 105 x_μ^2 + 10 x_μ - 40 = 0.$ $Δ = 10^2 + 4 \cdot 105 \cdot 40 = 16.900$

και $x_μ = \frac{-10 + 130}{210} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7} m$ ή $x_μ = \frac{-10 - 130}{210} = -\frac{14}{21} m$ απορρ.

(ΔΚ βάσει $Σ_2$ / εναλλακτικά:)

ΜΕ Α.Δ.Ε.: $K_2' = Q + U_{ελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow K_2' = |W_{T_2}| + U_{ελ}$

ΜΕ $21 x_μ^2 + 2x_μ - 8 = 0$ είναι

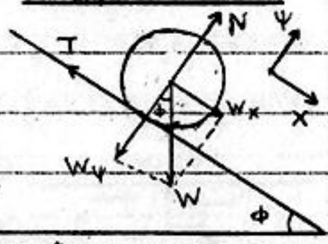
$Δ = 2^2 + 4 \cdot 21 \cdot 8 = 676$

και $x_μ = \frac{-2 + 26}{42} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7} m$

ή $x_μ = -\frac{2 - 26}{42} = -\frac{28}{42} = -\frac{4}{7} m$ απορρ.

Θέμα Δ

Δ1. Από το ΘΝΜ



$ΣF = Ma_κ \Rightarrow$

$\Rightarrow W_x - T = Ma_κ \Rightarrow$

$\Rightarrow Mgημφ - T = Ma_κ \quad (1)$

Από το Θ.Ν. της στροφικής

$Στ = Iα_{γων} \Rightarrow$

$\Rightarrow TR = \frac{1}{2}MR^2\frac{a_κ}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2}Ma_κ \quad (2)$

$(1)+(2) \Rightarrow Mgημφ = Ma_κ + \frac{1}{2}Ma_κ \Rightarrow$

$\Rightarrow gημφ = \frac{3}{2}a_κ \Rightarrow a_κ = \frac{2}{3}gημφ.$

Δ2. Είναι $I = I_{κοιλ} + I_{εσ} \Rightarrow I_{κοιλ} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}mr^2 \quad (3)$

Από τον τύπο της πυκνότητας

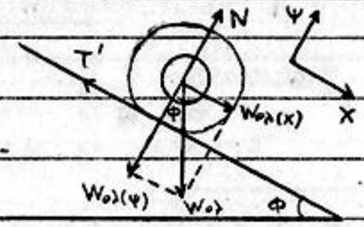
$$\left.\begin{array}{l} ρ = \frac{M}{V} \Rightarrow M = ρπR^2h \\ ρ = \frac{m}{V_{εσ}} \Rightarrow m = ρπr^2h \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{R^2}{r^2} \Rightarrow m = \frac{r^2}{R^2}M$$

$(3) \Rightarrow I_{κοιλ} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{R^2}Mr^2 = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}MR^2\frac{r^4}{R^4} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{κοιλ} = \frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$

Επειδή ο κύλινδρος είναι ομογενής, η μάζα είναι ανάλογη με τον όγκο. Άρα $\frac{m}{M} = \frac{πr^2h}{πR^2h} \Rightarrow m = \frac{r^2}{R^2}M.$

Δ3. Ο εσωτερικός κύλινδρος θα κάνει μόνο μεταφορική κίνηση



Από το ΘΝΜ για το σύστημα:

$ΣF = Ma_κ' \Rightarrow Mgημφ - T' = Ma_κ' \quad (4)$

Από το ΘΝ της στροφικής

$Στ = I_{κοιλ}α_{γων}' \Rightarrow T'R = \frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\frac{a_κ'}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow T' = \frac{1}{2}M\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)a_κ' \quad (5)$

$(4)+(5) \Rightarrow Mgημφ = Ma_κ' + \frac{1}{2}M\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)a_κ' \Rightarrow$

$\Rightarrow gημφ = \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right)a_κ' \Rightarrow gημφ = \left(\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right)a_κ' \Rightarrow$

$\Rightarrow a_κ' = \frac{gημφ}{\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}} \Rightarrow a_κ' = \frac{2gημφ}{3 - r^4/R^4}$

Δ4. Είναι $K_{μετ} = \frac{1}{2}Mυ^2$ και $K_{περ} = \frac{1}{2}I_{κοιλ}ω^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_{περ} = \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)ω^2$

Με $r = \frac{R}{2}$ και επειδή $υ = ωR \Rightarrow ω = \frac{υ}{R}$

$\frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{\frac{1}{2}Mυ^2}{\frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{R^4/16}{R^4}\right)\frac{υ^2}{R^2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{16}{16} - \frac{1}{16}\right)} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\frac{15}{16}} \Rightarrow \frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{32}{15}$

$K_{μετ} = \frac{1}{2}Mυ^2 \xrightarrow{υ=ωR} K_{μετ} = \frac{1}{2}Mω^2R^2 \quad (1)$

$K_{περ} = \frac{1}{2}I_{κοιλ}ω^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)ω^2 =$

$= \frac{1}{4}MR^2\left(1 - \frac{R^4/16}{R^4}\right)ω^2 = \frac{1}{4}MR^2\left(1 - \frac{1}{16}\right)ω^2 =$

$= \frac{1}{4}MR^2\frac{15}{16}ω^2 \Rightarrow K_{περ} = \frac{15}{64}MR^2ω^2 \quad (2)$

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{\frac{1}{2}Mω^2R^2}{\frac{15}{64}MR^2ω^2} \Rightarrow \frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{32}{15}.$