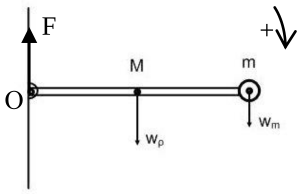
ΦΥΣΙΚΗ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
29 ΜΑΪΟΥ 2015
Λύσεις

Θέμα Α

Α1. α
Α2. β
Α3. α
Α4. δ [Από $K = ½ I\omega^2$ και $L = I\omega$ είναι $K = L^2/2I$.]
Α5. α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

Θέμα Β

Β1. iii.



Σύστημα: $I_{ολ} = I_\rho + I_m \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_{ολ} = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{ολ} = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{M}{2}L^2 \Rightarrow I_{ολ} = \frac{5}{6}ML^2$$

και $\Sigma\tau_{(O)} = I_{ολ}\,\alpha_{γων} \Rightarrow \tau_{w_\rho} + \tau_{w_m} = I_{ολ}\,\alpha_{γων} \Rightarrow$

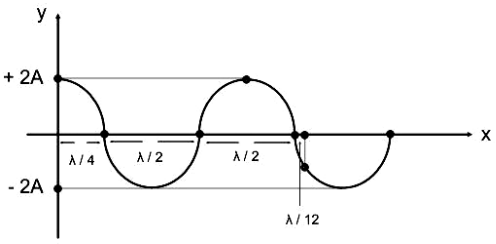
$$\Rightarrow w_\rho\frac{L}{2} + w_m L = I_{ολ}\,\alpha_{γων} \Rightarrow Mg\frac{L}{2} + \frac{M}{2}g\,L = \frac{5}{6}ML^2\,\alpha_{γων} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MgL = \frac{5}{6}ML^2\,\alpha_{γων} \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{6g}{5L}.$$

Ράβδος: $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma\tau_{(O)} = I_\rho\,\alpha_{γων} =$

$$= \frac{1}{3}ML^2\,\frac{6g}{5L} = \frac{2}{5}MgL.$$

Β2. iii.



Για x = 0 έχουμε κοιλία οπότε είναι

$$x_M = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{12} =$$

$$= \frac{3\lambda}{12} + \frac{6\lambda}{12} + \frac{6\lambda}{12} + \frac{\lambda}{12} = \frac{16\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{3}.$$

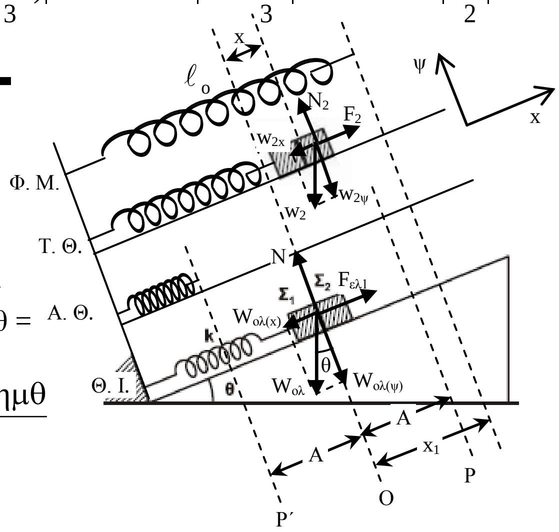
Το πλάτος για το σημείο Μ είναι $A' = 2A\left|συν\,2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right| \Rightarrow$

$$\Rightarrow A' = 2A\left|συν\frac{2\pi}{\lambda}\frac{4\lambda}{3}\right| \Rightarrow A' = 2A\left|συν\frac{8\pi}{3}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A' = 2A\left|συν(2\pi + \frac{2\pi}{3})\right| \Rightarrow A' = 2A\left|συν\frac{2\pi}{3}\right| \Rightarrow A' = 2A\left|-\frac{1}{2}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A' = A.$$

Β3. i.



Στη θέση ισορροπίας του συστήματος είναι:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{ελ1} - W_{ολ(x)} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow kx_1 - (m_1+m_2)gημθ =$
$= 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{(m_1+m_2)gημθ}{k}$$

Το σφαιρίδιο έχει επιτρόχια επιτάχυνση α, κατακόρυφη προς τα κάτω. Αν είναι $F_{\rho\sigma}$ η κατακόρυφη δύναμη που του ασκεί η ράβδος, από το ΘΝΜ έχουμε:

$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow mg + F_{\rho\sigma} = m\alpha$ (1).

Για το σύστημα την ίδια χρονική στιγμή, σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = I_{ολ}\,\alpha_{γων} \Rightarrow \tau_{w_\rho} + \tau_{w_m} = I_{ολ}\,\alpha_{γων} \Rightarrow$

$$\Rightarrow w_\rho\frac{L}{2} + w_m L = (\frac{1}{3}ML^2 + mL^2)\,\alpha_{γων} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg\frac{L}{2} + \frac{M}{2}g\,L = \frac{5}{6}ML^2\,\frac{\alpha}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MgL = \frac{5}{6}ML\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{6g}{5}$$

και (1) $\Rightarrow F_{\rho\sigma} = mg/5 = Mg/10$.

Για τη ράβδο έχουμε εξωτερικές δυνάμεις με ροπή ως προς Ο, το βάρος της Mg και την αντίδραση της $F_{\rho\sigma}$, με μέτρο $F_{\sigma\rho}' = Mg/10$ και φορά προς τα πάνω.

Ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς Ο είναι

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma\tau_{(O)} = Mg\frac{L}{2} - \frac{Mg}{10}L = \frac{2}{5}MgL.$$

Η θέση των δεσμών είναι

$$x_\Delta = (2\kappa+1)\,\frac{\lambda}{4},\quad \kappa = 0,1,2,\ \dots$$

Για τον 3ο δεσμό είναι κ = 2 και

$$x_{\Delta 3} = (2\cdot 2 + 1)\,\frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4},$$

άρα για το σημείο Μ

$$x_M = x_{\Delta 3} + \frac{\lambda}{12} = \frac{5\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{16\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{3}.$$

Η ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΙΔΙΑ.

Για την ταλάντωση του συστήματος (D = k) είναι $D = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}.$$

Με θετική φορά προς τα πάνω, σε τυχαία θέση του θετικού ημιάξονα είναι για το m_2:

$\Sigma F_{2(x)} = -D_2\,x \Rightarrow F_2 - m_2 gημθ = -m_2\omega^2 x$

$\Rightarrow F_2 = m_2 gημθ - m_2\omega^2 x$.

Πρέπει $F_2 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow m_2 gημθ - m_2\omega^2 x \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega^2 x \leq gημθ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{k}{m_1+m_2}\,x \leq gημθ \Rightarrow$$

Μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους το ελατήριο είναι συσπειρωμένο, άρα σπρώχνει το σύστημα. που κινείται με την ίδια επιτάχυνση. Αμέσως μετά τη θέση αυτή το ελατήριο θα επιμηκυνθεί απειροστά, άρα η δύναμη του ελατηρίου θα είναι προς τα αριστερά και θα προκαλεί πρόσθετη επιβράδυνση στο m_1. Επομένως η αποκόλληση των σωμάτων θα γίνει στο φυσικό μήκος του ελατηρίου και το πλάτος της ταλάντωσης πρέπει να είναι μικρότερο από το x_1, δηλαδή πρέπει $A \le x_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow A \le \frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow Ak \le (m_1+m_2)g\eta\mu\theta.$$

$$\Rightarrow x \le \frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\theta}{k}.$$

Η τελευταία σχέση πρέπει να ισχύει για κάθε τιμή του x, άρα και για τη μέγιστη τιμή του που είναι το πλάτος Α. Άρα

$$A \le \frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Ak \le (m_1+m_2)g\eta\mu\theta.$$

Θέμα Γ

Γ1. Είναι $E = U_E + U_B \Rightarrow U_E = E - U_B \Rightarrow U_E = E - \frac{1}{2}Li^2$

και $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1-i^2) \Rightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} i^2$

από τις οποίες βρίσκουμε $E = 8 \cdot 10^{-2}$ J

και $\frac{1}{2}L = 8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow L = 16 \cdot 10^{-2}$ H

Επίσης $E = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow 8 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2}C\,40^2 \Rightarrow C = \frac{16\cdot10^{-2}}{16\cdot10^{2}}$ F

$\Rightarrow C = 10^{-4}$ F.

Άρα $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow$

$\Rightarrow T = \pi\sqrt{16\cdot10^{-2}\cdot10^{-4}}$ s $= 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3}$ s $\Rightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3}$ s

Είναι $E = U_E + U_B \Rightarrow U_E = E - U_B \Rightarrow$

$U_E = \frac{1}{2}LI^2 - \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow U_E = \frac{1}{2}L(I^2 - i^2)$

και $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1-i^2)$

από τις οποίες βρίσκουμε

$\frac{1}{2}L = 8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow L = 16 \cdot 10^{-2}$ H

και I = 1 A.

Επίσης $E = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}16 \cdot 10^{-2} \cdot 1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E = 8 \cdot 10^{-2}$ J και

$E = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow 8 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2}C\,40^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow C = \frac{16\cdot10^{-2}}{16\cdot10^{2}}$ F $\Rightarrow C = 10^{-4}$ F.

Άρα $T = 2\pi\sqrt{LC} =$

$2\pi\sqrt{16\cdot10^{-2}\cdot10^{-4}}$ s $= 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3}$ s $\Rightarrow$

$\Rightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3}$ s

Γ2. Η κυκλική συχνότητα είναι $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8\pi\cdot10^{-3}}\frac{rad}{s} = \frac{10^3}{4}\frac{rad}{s} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega = 250$ rad/s.

Επίσης $E = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 8 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2}16 \cdot 10^{-2} I^2 \Rightarrow I = 1$ A.

Για t = T/12 έχουμε $i = -I\,\eta\mu\omega t = -1\,\eta\mu(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{12}) = -1\,\eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow i = -½$ A

και $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1-i^2) = 8 \cdot 10^{-2}(1-0{,}5^2) = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}75$ J $\Rightarrow$

$\Rightarrow U_E = 6 \cdot 10^{-2}$ J.

Είναι $U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\sigma\upsilon\nu^2\omega t \Rightarrow$

$\Rightarrow U_E = E\,\sigma\upsilon\nu^2(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{12}) \Rightarrow$

$\Rightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2}\,\sigma\upsilon\nu^2(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow$

$U_E = 8 \cdot 10^{-2}\frac{3}{4}$ J $\Rightarrow U_E = 6 \cdot 10^{-2}$ J.

ΑΛΛΙΩΣ:

Το φορτίο του πυκνωτή είναι $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$, όπου $Q = CV = 10^{-4} \cdot 40$ C $= 4 \cdot 10^{-3}$ C

Τη χρονική στιγμή t = T/12 έχουμε:

$q = 4 \cdot 10^{-3}\,\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{12}) = 4 \cdot 10^{-3}\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} =$

$= 4 \cdot 10^{-3}\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\Rightarrow q = 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ C.

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι

$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(2\sqrt{3}\cdot10^{-3})^2}{10^{-4}}$ J $\Rightarrow$

$\Rightarrow U_E = 6 \cdot 10^{-2}$ J.

Γ3. Από τη διατήρηση της ενέργειας έχουμε $E = U_E + U_B \Rightarrow$

$\Rightarrow U_E + U_B = E$. Με $U_E = 3U_B \Rightarrow U_B = \frac{U_E}{3}$ έχουμε

$U_E + \frac{U_E}{3} = E \Rightarrow \frac{4}{3}U_E = E \Rightarrow \frac{4}{3}\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow q^2 = \frac{3}{4}Q^2 \Rightarrow q = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}Q \Rightarrow q = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}4 \cdot 10^{-3}$ C $\Rightarrow$

$\Rightarrow q = \pm 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ C.

Για τις τάσεις στον πυκνωτή και στο πηνίο ισχύει $\upsilon_L = \upsilon_C \Rightarrow$

$\Rightarrow -L\frac{di}{dt} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{q}{LC}$ $\boxed{(\Rightarrow \frac{di}{dt} = -\omega^2 q)}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{2\sqrt{3}\cdot10^{-3}}{16\cdot10^{-2}\cdot10^{-4}}\frac{A}{s} \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{\sqrt{3}}{8}10^3\frac{A}{s} = 125\sqrt{3}\,\frac{A}{s}.$$

Γ4. Από τη διατήρηση της ενέργειας έχουμε $U_E + U_B = E \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = E \Rightarrow \frac{q^2}{C} = 2E - Li^2 \Rightarrow q^2 = 2EC - LCi^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 2 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4} - 16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}\, i^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6}\, i^2 \text{ (S.I.)}$$

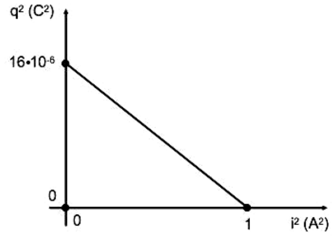
με $0 \le i^2 \le 1\ A^2$

Για i =1 A είναι $q^2 = 16 \cdot 10^{-6}\ C^2$.

Για $q^2 = 0$ είναι

$16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6}\, i^2 = 0 \Rightarrow i^2 = 1\ A^2$.

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

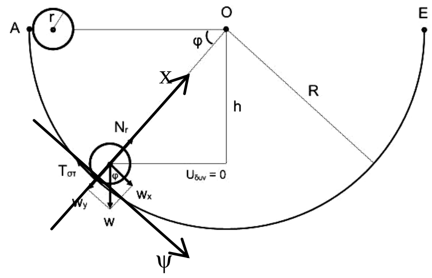


Θέμα Δ

Δ1. Στην τυχαία θέση του σχήματος, ο ΘΝΜ για τη μεταφορική κίνηση δίνει $\Sigma F_x = m\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_s = m\alpha$ (1).

Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης δίνει



$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\tau = I\, \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_s\, r = \frac{2}{5} mr^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ \alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu}\, r \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu}\ \frac{\alpha}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow T_s = \frac{2}{5} m\alpha \text{ (2).}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha + \frac{2}{5} m\alpha \Rightarrow g\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{7} g\sigma\upsilon\nu\varphi.$$

$$(2) \Rightarrow T_s = \frac{2}{5} m \frac{5}{7} g\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow T_s = \frac{2}{7} \cdot 1{,}4 \cdot 10\ \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s = 4\ \sigma\upsilon\nu\varphi \text{ (S.I.).}$$

[Στο σημείο Α είναι αδύνατο να έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση, αφού η κάθετη δύναμη είναι μηδέν, άρα και η στατική τριβή θα είναι μηδέν. Γενικά στην αρχή της κίνησης χρειάζεται πολύ μεγάλη τιμή του συντελεστή τριβής για κύλιση χωρίς ολίσθηση.]

Δ2. Εφαρμόζουμε το ΘΔΜΕ για τα σημεία Α και Γ, όπου $\varphi = 30^o$ (η στατική τριβή δεν παράγει συνολικά έργο, όπως και η κάθετη αντίδραση), θεωρώντας $U_\Gamma = 0$.

$$E_{M(A)} = E_{M(\Gamma)} \Rightarrow K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} I_{CM}\, \omega^2 + 0 \\ \eta\mu\varphi = \frac{h}{R-r} \Rightarrow h = (R-r)\eta\mu\varphi \\ \upsilon = \omega\, r \Rightarrow \omega = \upsilon/r \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow mg(R-r)\eta\mu\varphi = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5} mr^2 \frac{\upsilon^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g(R-r)\eta\mu\varphi = \frac{7}{10}\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{10g(R-r)\eta\mu\phi}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 = \frac{10 \cdot 10 \cdot (1{,}6 - 0{,}2)\eta\mu 30}{7} \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \upsilon^2 = 10 \frac{m^2}{s^2}.$$

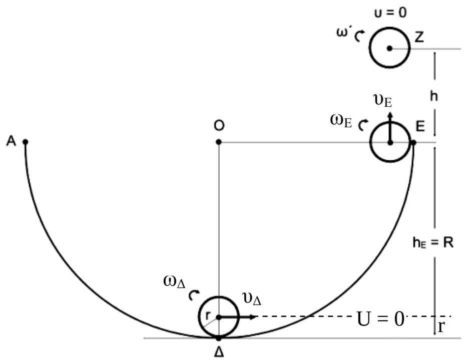
Από το ΘΝΜ για την κυκλική κίνηση στο σημείο Γ βρίσκουμε:

$$\Sigma F_\psi = \frac{m\upsilon^2}{R-r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N - mg\eta\mu\varphi = \frac{m\upsilon^2}{R-r} \Rightarrow N = mg\eta\mu\varphi + \frac{m\upsilon^2}{R-r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 1{,}4 \cdot 10 \cdot ½ + \frac{1{,}4 \cdot 10}{1{,}6-0{,}2}\,N \Rightarrow N = (7 + 10)\,N \Rightarrow N = 17\,N.$$

Δ3. Εφαρμόζουμε το ΘΔΜΕ για τα σημεία Δ και Ε, (η στατική τριβή δεν παράγει συνολικά έργο, όπως και η κάθετη αντίδραση), θεωρώντας $U_\Delta = 0$ στο κέντρο μάζας της σφαίρας



$E_{M(\Delta)} = E_{M(E)} \Rightarrow$

$K_\Delta + U_\Delta = K_\Delta + U_\Delta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega_\Delta^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega_E^2 + mg(R-r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{\upsilon_\Delta^2}{r^2} = \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{\upsilon_E^2}{r^2} + mg(R-r)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{5}m\upsilon_\Delta^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 + \frac{1}{5}m\upsilon_E^2 + mg(R-\frac{R}{8}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{10}\upsilon_\Delta^2 = \frac{7}{10}\upsilon_E^2 + g\frac{7R}{8} \Rightarrow \frac{36}{10} = \frac{1}{10}\upsilon_E^2 + 10\frac{1{,}6}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3{,}6 - 2 = \frac{1}{10}\upsilon_E^2 \Rightarrow \upsilon_E^2 = 16 \Rightarrow \upsilon_E = 4\,m/s.$$

Από το σημείο Ε μέχρι το σημείο Ζ ασκείται μόνο το βάρος, που δεν ασκεί ροπή, οπότε ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής και η γωνιακή ταχύτητα ω_E δεν αλλάζει.
Από το ΘΔΜΕ, με $U_E = 0$, έχουμε:

$K_E + U_E = K_Z + U_Z \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega_E^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega_E^2 + mgh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_E^2 = gh \Rightarrow \frac{1}{2}4^2 = 10\,h \Rightarrow h = 0{,}8\,m.$$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{W_{o\lambda}}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = -\,mg\,\upsilon_E = -\,1{,}4 \cdot 10 \cdot 4\,\frac{J}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = -\,56\,\frac{J}{s}.$$

Επειδή $\Sigma\tau = 0$,
ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας είναι:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = 0\,.$$

Σταματώντας παραπάνω
στο $\upsilon^2 = \dfrac{10g(R-r)\eta\mu\phi}{7}$ έχουμε

$$N = mg\eta\mu\varphi + \frac{m}{R-r}\,\frac{10g(R-r)\eta\mu\phi}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = mg\eta\mu\varphi + \frac{10}{7}mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{17}{7}mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{17}{7}1{,}4 \cdot 10 \cdot ½\,N \Rightarrow N = 17\,N.$$

Εννοείται ότι κατά την «εκτόξευση» έχει και περιστροφή, έτσι ώστε υ = ωr, αλλιώς θα ολισθήσει αρχικά και θα υπάρξει απώλεια ενέργειας, οπότε απαιτείται και ο συντελεστής τριβής.
(Άλλωστε, χωρίς να θεωρήσουμε ότι υπάρχει αρχικά περιστροφή, αποδεικνύεται ότι την αμέσως επόμενη στιγμή της εκτόξευσης, η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι 4,28 m/s, που σημαίνει ότι δεν θα φτάσει καν στο Ε, αφού η ελάχιστη που απαιτείται είναι 4,47 m/s) .

Από το Ε στο Ζ η κινητική ενέργεια εκ περιστροφής παραμένει σταθερή και αλλάζει μόνο η κινητική εκ μεταφοράς μέχρι μηδενισμού της, αυξάνοντας ισόποσα τη δυναμική ενέργεια της σφαίρας (ουσιαστικά έχουμε κατακόρυφη βολή προς τα πάνω).
Από το ΘΜΚΕ έχουμε $K_{\alpha\rho\chi} + W_w = K_{\tau\varepsilon\lambda}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega_E^2 - mgh =$$

$$= 0 + \frac{1}{2}I_{CM}\,\omega_E^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_E^2 = gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}4^2 = 10\,h \Rightarrow h = 0{,}8\,m.$$