

ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016

Λύσεις

ΘΕΜΑ Α

A1. β)

A2. γ)

A3. β)

A4. δ)

A5. α) Σωστό β) Λάθος γ) Σωστό δ) Λάθος ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. α) iii

β) Η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής απευθείας από την ηχητή είναι

$$f_1 = \frac{v_{\text{ηχ}}}{v_{\text{ηχ}} + v_s} f_s = \frac{v_{\text{ηχ}}}{v_{\text{ηχ}} + \frac{v_{\text{ηχ}}}{10}} f_s = \frac{v_{\text{ηχ}}}{\frac{11}{10} v_{\text{ηχ}}} f_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{10}{11} f_s$$

Η συχνότητα του ήχου που φτάνει στο βράχο (αυτή που ακούει ένας υποθετικός παρατηρητής)

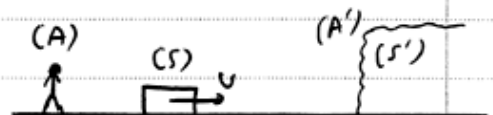
$$\text{είναι } f_{A'} = \frac{v_{\text{ηχ}}}{v_{\text{ηχ}} - v_s} f_s = \frac{v_{\text{ηχ}}}{v_{\text{ηχ}} - \frac{v_{\text{ηχ}}}{10}} f_s = \frac{v_{\text{ηχ}}}{\frac{9}{10} v_{\text{ηχ}}} f_s \Rightarrow$$

$\Rightarrow f_{A'} = \frac{10}{9} f_s$ . Αυτή είναι η συχνότητα που έχει ο ανακλώμενος ήχος.

Επειδή ο παρατηρητής και ο βράχος είναι ακίνητοι, ο παρατηρητής ακούει για τον ήχο από ανάκλαση συχνότητα  $f_2 = f_{A'} \Rightarrow f_2 = \frac{10}{9} f_s$

Με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{11} f_s}{\frac{10}{9} f_s} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}$$



B2. α) i

β) Η μέγιστη ταχύτητα είναι  $v_{\text{max}} = \omega |A_m| \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \omega |2A \sin 2\pi \frac{x_m}{\lambda}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \omega 2A |\sin 2\pi \frac{9\lambda/8}{\lambda}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{2\pi}{T} 2A |\sin \frac{18\pi}{8}| = \frac{2\pi}{T} 2A |\sin \frac{9\pi}{4}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{2\pi}{T} 2A |\sin(\frac{8\pi}{4} + \frac{\pi}{4})| = \frac{2\pi}{T} 2A |\sin \frac{\pi}{4}| = \frac{2\pi}{T} 2A \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi A}{T}$$

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου

$$M \text{ είναι } A_m = 2A |\sin 2\pi \frac{x_m}{\lambda}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_m = 2A |\sin 2\pi \frac{9\lambda/8}{\lambda}| = 2A |\sin \frac{18\pi}{8}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_m = 2A |\sin \frac{9\pi}{4}| = 2A |\sin \frac{\pi}{4}| = 2A \frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$$

Η μέγιστη ταχύτητα είναι  $v_{\text{max}} = \omega A_m \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{2\pi}{T} A\sqrt{2} \Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{2\sqrt{2}\pi A}{T}$$

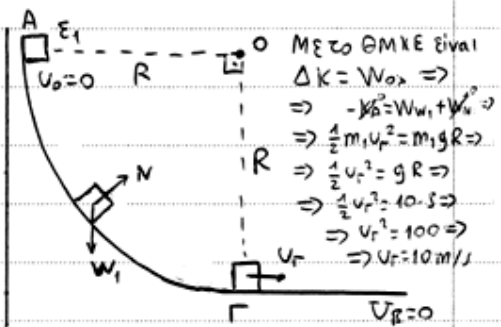
B3. α) ii

β) Από την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία A, B έχουμε  $\rho_A v_A = \rho_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$   
 $\Rightarrow 2A_B v_A = A_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$ .

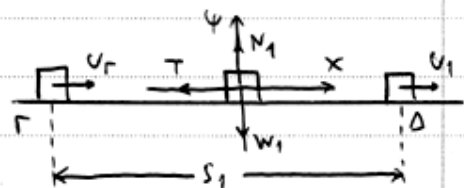
Από το νόμο του Βερνούλλι για τη ρευματική γραμμή που συνδέει τα A και B έχουμε  
 $\rho_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g \psi_A = \rho_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g \psi_B \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \rho_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = \rho_B + \frac{1}{2} \rho (2v_A)^2 \Rightarrow \rho_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = \rho_B + \frac{1}{2} \rho 4v_A^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \rho_A - \rho_B = 3(\frac{1}{2} \rho v_A^2) \Rightarrow \Delta p = 3\lambda$ .

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο τεταρτοκύκλιο ασκούνται μόνο το βάρος  $w_1$  και η  $N$  με  $w_N = 0$ , αφού είναι συνεχώς κάθετη στη μετατόπιση. Άρα ισχύει η ΑΔΜΕ από την οποία για τα A, Γ με  $v_B(r) = 0$  έχουμε  
 $E_{m(A)} = E_{m(r)} \Rightarrow K_A^0 + U_B(A) = K_r + U_B^0(r) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 v_r^2 \Rightarrow g R = \frac{1}{2} v_r^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 10 \cdot 5 = \frac{1}{2} v_r^2 \Rightarrow v_r^2 = 100 \Rightarrow v_r = 10 \text{ m/s}$



Γ2. Κίνηση  $m_1$  στο οριζόντιο επίπεδο:  
 $\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow N_1 - w_1 = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$   
 και  $T = \mu N_1 \Rightarrow T = \mu m_1 g$ .  
 Από το ΘΜΚΕ για το διάστημα  $s_1$ :  
 $K_{\psi} - K_{\psi 0} = W_{\psi} \Rightarrow K_{\Delta} - K_r = W_{w_1} + W_{T_1} + W_T \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_r^2 - \mu m_1 g s_1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \frac{v_1^2}{2} = \frac{100}{2} - 0,5 \cdot 10 \cdot 3,6 \Rightarrow \frac{v_1^2}{2} = 50 - 18 \Rightarrow v_1^2 = 64 \Rightarrow v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Ελαστική κρούση των  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Ισχύουν:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (1)$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (2)$$

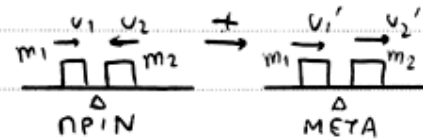
$$(1) \Rightarrow v_1' = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} v_1 + \frac{2 \cdot 3m_1}{m_1 + 3m_1} v_2 = \frac{-2m_1}{4m_1} v_1 + \frac{6m_1}{4m_1} v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1' = -\frac{1}{2} \cdot 8 + \frac{6}{4} \cdot (-4) = -4 - 6 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (αριστερά)}$$

$$(2) \Rightarrow v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} v_1 + \frac{3m_1 - m_1}{m_1 + 3m_1} v_2 = \frac{2m_1}{4m_1} v_1 + \frac{2m_1}{4m_1} v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2' = \frac{1}{2} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot (-4) = 4 - 2 = 2 \text{ m/s (δεξιά)}$$

Μετρά:  $|v_1'| = 10 \text{ m/s}$  και  $|v_2'| = 2 \text{ m/s}$



ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΔΟ ΚΑΙ ΑΔΚΕ:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8m_1 - 12m_1 = m_1 v_1' + 3m_1 v_2' \Rightarrow -4 = v_1' + 3v_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1' = -3v_2' - 4 \quad (1)$$

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow v_1'^2 + 2v_2'^2 - 8 = 0$$

$$\text{Λύση: } v_2' = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ αραρ. και } v_2' = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(1) \Rightarrow v_1' = -10 \text{ m/s (αριστερά)}$$

Μετρά:  $|v_1'| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και  $|v_2'| = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Γ3. Για το  $\Sigma_2$  είναι  $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta p_2 = m_2 v_2' - m_2 v_2 = 3 \cdot 2 - 3 \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p_2 = m_2 v_2' - m_2 (-|v_2|) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p_2 = 6 + 12 \Rightarrow \Delta p_2 = 18 \text{ kg m/s}$$

Το θετικό πρόσημο της  $\Delta p_2$  σημαίνει ότι είναι προς τη θετική φορά (δεξιά).

$$\Rightarrow \Delta p_2 = 6 + 12 \Rightarrow \Delta p_2 = 18 \text{ kg m/s}$$



Γ4. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του  $\xi_1$  είναι  $\frac{\Delta K_1}{K_1} 100\% = \frac{K_1' - K_1}{K_1} 100\% =$

$$= \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} 100\% =$$

$$= \frac{v_1'^2 - v_1^2}{v_1^2} \cdot 100\% = \frac{100 - 64}{64} 100\% = \frac{36}{64} 100\% =$$

$$= \frac{900}{16} \% = 56,25\%$$

$$\frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} - 1 = \frac{100}{64} - 1 = \frac{100 - 64}{64} = \frac{36}{64}$$

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία του κυλίνδρου:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_2 \cdot R - T_\sigma \cdot R = 0 \Rightarrow T_\sigma = T_2 \quad (1)$$

(Η  $T_\sigma$  είναι προς τα πάνω, διαφορετικά δεν θα είχαμε ισορροπία).

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 + T_\sigma - W_{mx} = 0 \Rightarrow T_2 + T_\sigma - mg \eta \mu \phi = 0$$

$$\Rightarrow 2T_2 = 2 \cdot 10 \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 5 \text{ N}$$

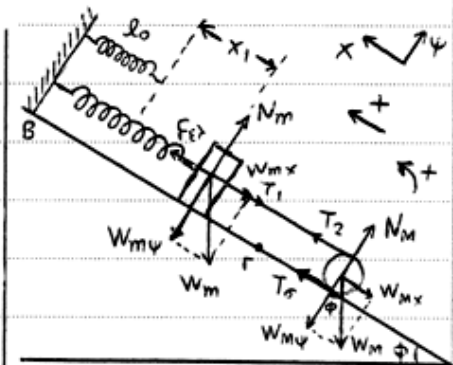
(και  $T_1 = 5 \text{ N}$  λόγω της ισορροπίας του νήματος)

Από την ισορροπία του σώματος:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\xi} - W_{mx} - T_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k x_1 - mg \eta \mu \phi - T_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 x_1 = 1 \cdot 10 \frac{1}{2} + 5 \Rightarrow 100 x_1 = 10 \Rightarrow x_1 = 0,1 \text{ m}$$



Δ2. Μόλις κόβεται το νήμα, αρχίζει Α.Α.Τ. με την αρχική θέση να είναι ακραία (P').

Στη νέα θέση ισορροπίας είναι

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\xi}' - W_{mx} = 0 \Rightarrow k x_2 = mg \eta \mu \phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 x_2 = 1 \cdot 10 \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{5}{100} \text{ m} \Rightarrow x_2 = 0,05 \text{ m}$$

Το πλάτος Α της ταλάντωσης είναι

$$A = x_1 - x_2 = 0,1 - 0,05 \Rightarrow A = 0,05 \text{ m}$$

Η γωνιακή συχνότητα είναι  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

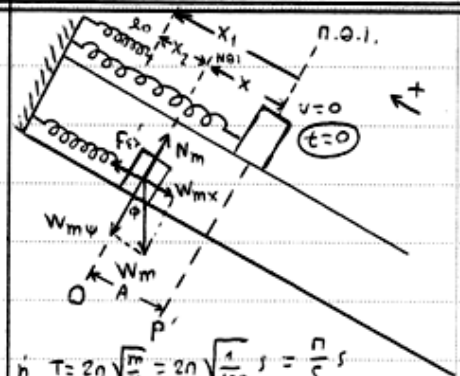
Για  $t=0$  είναι  $x=-A$ . Άρα από την εξίσωση της απομάκρυνσης  $x = A \eta \mu(\omega t + \phi_0)$  βρισκόμαστε

$$-A = A \eta \mu \phi_0 \Rightarrow \eta \mu \phi_0 = -1 \Rightarrow \eta \mu \phi_0 = \eta \mu(-\frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi_0 = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{Είναι } \xi_{f_{\max}} = kA = 100 \cdot 0,05 \text{ N} = 5 \text{ N}$$



$$\text{ή } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{100}} \text{ s} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

$$\text{και } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/5} = 10 \text{ rad/s}$$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι  $x = 0,05 \eta \mu(10t + \frac{3\pi}{2})$  (S.I.)

Η εξίσωση της δύναμης εναλλαγής σε συνάρτηση με το χρόνο είναι  $\Sigma F = -\Sigma F_{\max} \eta \mu(\omega t + \phi_0)$

και τελερικά  $\Sigma F = -5 \eta \mu(10t + \frac{3\pi}{2})$  (5.1.)

Η εξίσωση της δύναμης εναλλαγής είναι  $\Sigma F = -Kx \Rightarrow$

$\Rightarrow \Sigma F = -5 \eta \mu(10t + \frac{3\pi}{2})$  (5.1.)

**Δ3.** Ο κύλινδρος θα κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση με την επίδραση των δυνάμεων του σχήματος. (Η  $T_\sigma$  είναι προς τα πάνω με νέα τιμή  $T_\sigma'$ ).

Από το ΘΝΜ για τη μεταφορική κίνηση:

$\Sigma F_x = M a_{cm} \Rightarrow W_{Mx} - T_\sigma' = M a_{cm} \Rightarrow M g \eta \mu \phi - T_\sigma' = M a_{cm}$  (1)

Από το ΘΝ στην ερροφική κίνηση:  $\Sigma \tau = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_\sigma' \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow T_\sigma' = \frac{1}{2} M a_{cm}$  (2)

(1)+(2)  $\Rightarrow M g \eta \mu \phi = \frac{3}{2} M a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$

Άρα  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{10/3}{0,1} \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{100}{3} \frac{\text{rad}}{s^2}$

Για τη διαγραφομένη γωνία είναι  $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{12}{\pi} = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow \Delta\theta = 24 \text{ rad}$

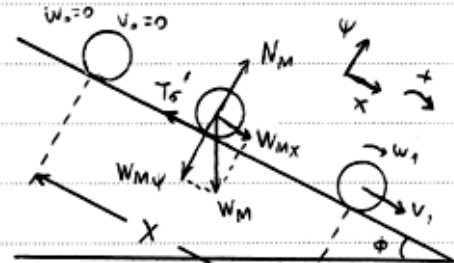
Βρίσκουμε το χρόνο κίνησης  $\Delta\theta = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{3} t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{144}{100} \Rightarrow t^2 = 1,44 \Rightarrow t = 1,2 \text{ s}$

Άρα  $\omega_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t = \frac{100}{3} \cdot 1,2 \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow \omega_1 = 40 \frac{\text{rad}}{s}$

και  $\omega$  προς τα cm (αν και δεν αναφέρεται)

$L = I_{cm} \cdot \omega_1 = \frac{1}{2} M R^2 \omega_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,1^2 \cdot 40 \Rightarrow L = 0,4 \text{ kg} \frac{m^2}{s^2}$



ΜΕ Θ.Μ.Κ.Ε.

$x = R \cdot \Delta\theta$

$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow x = R \cdot N \cdot 2\pi \Rightarrow x = N \cdot 2\pi R \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{12}{\pi} \cdot 2\pi \cdot 0,1 \text{ m} \Rightarrow x = 2,4 \text{ m}$

ΘΜΚΕ για μετατόπιση x:

$Kx^2 + W_{Mx} + W_{T_\sigma'} + W_{W_M} = k \tau s \Rightarrow$

$\Rightarrow W_{Mx} \cdot x = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow M g \eta \mu \phi x = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \frac{v_1^2}{R^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow M g \eta \mu \phi x = \frac{3}{4} M v_1^2 \Rightarrow 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,4 = \frac{3}{4} v_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$

και  $v_1 = \omega_1 R \Rightarrow 4 = \omega_1 \cdot 0,1 \Rightarrow \omega_1 = 40 \text{ rad/s}$

**Δ4.** Επειδή έχουμε συνθήκη κίνηση είναι

$\frac{dk}{dt} = \Sigma F_x \cdot v_2 + \Sigma \tau \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = (W_{Mx} - T_\sigma') v_2 + T_\sigma' R \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = W_{Mx} \cdot v_2 - T_\sigma' \cdot v_2 + T_\sigma' \cdot R \cdot \frac{v_2}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = M g \eta \mu \phi \cdot v_2$  (1)

Είναι  $v_2 = a_{cm} \cdot t = \frac{10}{3} \cdot 3 \text{ m/s} \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$

(1)  $\Rightarrow \frac{dk}{dt} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dk}{dt} = 100 \frac{J}{s}$

(ΜΕ ΙΔΙΟ ΣΧΗΜΑ, ΑΛΛΑ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ  $v_2, \omega_2$ )

ΑΝ ΣΤΟ Δ3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΕ ΤΟ Θ.Μ.Κ.Ε.:

$\Sigma F_x = M a_{cm} \Rightarrow M g \eta \mu \phi - T_\sigma' = M a_{cm}$

$\Sigma \tau = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_\sigma' = \frac{1}{2} M a_{cm}$

$M g \eta \mu \phi = \frac{3}{2} M a_{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_{cm} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$

### ΑΛΛΙΟΣ

Επειδή συνοδικά  $W_{T_\sigma'} = 0$ , ισχύει η ΑΔΜΕ

$K + U = \text{const} \Rightarrow \frac{dk}{dt} + \frac{dU}{dt} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = - \frac{dU}{dt} \Rightarrow \frac{dk}{dt} = \frac{W_{Mx}}{dt} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = \frac{W_{Mx} \cdot dx}{dt} \Rightarrow \frac{dk}{dt} = M g \eta \mu \phi \cdot v_2$

$\frac{dk}{dt} = \Sigma F_x \cdot v_2 + \Sigma \tau \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = M a_{cm} \cdot v_2 + I \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \omega_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = M a_{cm} \cdot v_2 + \frac{1}{2} M R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \frac{v_2}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = 2 \cdot \frac{10}{3} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01 \cdot \frac{100}{3} \cdot \frac{10}{0,1} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = \frac{200}{3} + \frac{100}{3} \Rightarrow \frac{dk}{dt} = 100 \frac{J}{s}$