ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΗΡΕΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Λύσεις

ΘΕΜΑ Α

A1. γ)

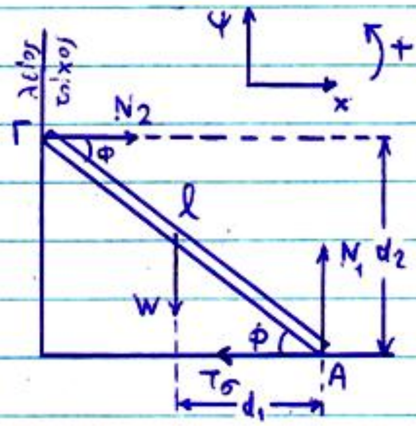
A2. δ) [$f_\delta = |f_1 - f_2| = |199 - 201| = 2\,Hz$ και $T_\delta = \frac{1}{f_\delta} = \frac{1}{2}\,s = 0{,}5\,s$]

A3. γ) [Σύμφωνα με τον ορισμό $\vec{a}_{γων} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$]

A4. β) [Σύμφωνα με την $p_{υδρ} = \rho \cdot g \cdot h$]

A5. α) Σωστό β) Λάθος γ) Σωστό δ) Σωστό ε) Λάθος.

ΘΕΜΑ Β



B1. α) ii

β) Η σκάλα ισορροπεί όταν η τριβή με το δάπεδο είναι στατική, για την οποία ισχύει

$T_\sigma \leq T_{\sigma\rho} \Rightarrow T_\sigma \leq \mu N_1 \quad (1)$

Από την ισορροπία της σκάλας:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \cancel{\tau_{N_1}}^{0} + \cancel{\tau_{T_\sigma}}^{0} + \tau_w + \tau_{N_2} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow w \cdot d_1 - N_2 \cdot d_2 = 0 \quad (2)$

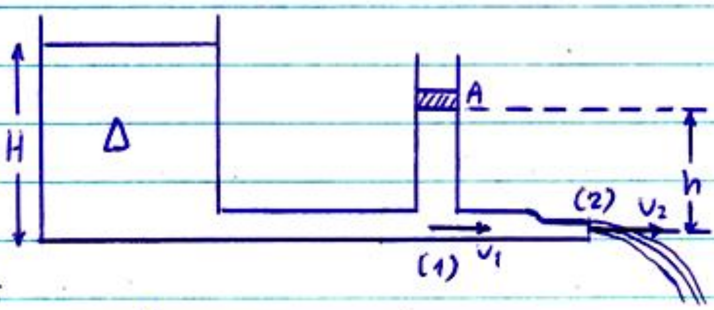
$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{d_1}{\ell/2} \Rightarrow d_1 = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi$ και $\eta\mu\phi = \frac{d_2}{\ell} \Rightarrow d_2 = \ell\eta\mu\phi$.

$(2) \Rightarrow w\frac{\cancel{\ell}}{2}\sigma\upsilon\nu\phi = N_2 \cancel{\ell}\eta\mu\phi \Rightarrow w = 2N_2\,\varepsilon\phi\phi \quad (3)$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_2 - T_\sigma = 0 \Rightarrow T_\sigma = N_2$

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow N_1 - w = 0 \xRightarrow{(3)} N_1 = 2N_2\,\varepsilon\phi\phi$

$(1) \Rightarrow \cancel{N_2} \leq \mu \cdot 2\cancel{N_2}\,\varepsilon\phi\phi \Rightarrow \varepsilon\phi\phi \geq \frac{1}{2\mu} \Rightarrow \boxed{\varepsilon\phi\phi_{min} = \frac{1}{2\mu}}$.



B2. α) i

β) Από το Θεώρημα Torricelli: $\upsilon_2 = \sqrt{2gH}$ (1)

Εξίσωση συνέχειας για τις περιοχές (1) και (2):

$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow A_1\upsilon_1 = \frac{A_1}{2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2} \quad (2)$

Στη βάση του κατακόρυφου σωλήνα: $p_1 = p_{ατμ} + \frac{w}{A} + \rho g h \quad (3)$

Εξίσωση Bernoulli για τα σημεία (1) και (2) της ίδιας ρευματικής γραμμής στον οριζόντιο σωλήνα: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow$ $(p_2 = p_{ατμ})$

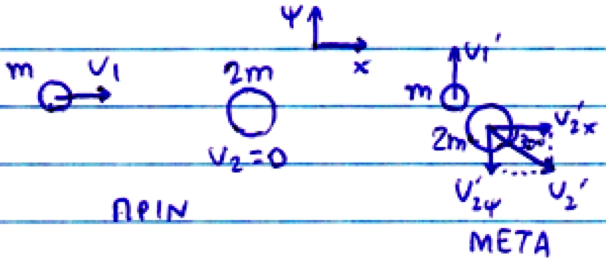
$\overset{(3)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} \cancel{p_{ατμ}} + \frac{w}{A} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{v_2}{2}\right)^2 = \cancel{p_{ατμ}} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$\Rightarrow \frac{w}{A} + \rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\frac{v_2^2}{4} \Rightarrow \frac{w}{A} = \frac{3}{4}\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \rho g h \Rightarrow$

$\overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{w}{A} = \frac{3}{8}\rho\, 2gH - \rho g\frac{H}{4} \Rightarrow \frac{w}{A} = \frac{3}{4}\rho g H - \frac{1}{4}\rho g H \Rightarrow \boxed{w = \frac{\rho g H A}{2}}$.

B3. α) iii

β) Ελαστική κρούση:



Α.Δ.Ο., άξονας x

$\vec{p}_{ολ(αρχ)x} = \vec{p}_{ολ(τελ)x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{m}v_1 = 2\cancel{m}v_2'συν30° \Rightarrow$

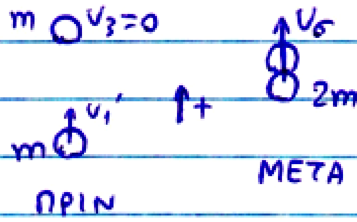
$\Rightarrow v_1 = \cancel{2}v_2'\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow v_2' = \frac{\sqrt{3}v_1}{3}$ (1)

Α.Δ.Ο., άξονας ψ

$\vec{p}_{ολ(αρχ)ψ} = \vec{p}_{ολ(τελ)ψ} \Rightarrow 0 = mv_1' - 2mv_2'ημ30° \Rightarrow \cancel{m}v_1' = 2\cancel{m}v_2'\frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1' = v_2' \overset{(1)}{\Rightarrow} v_1' = \frac{\sqrt{3}}{3}v_1$ (2)

Πλαστική κρούση:

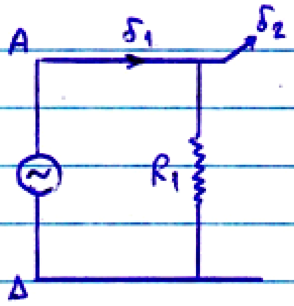


$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \Rightarrow \cancel{m}v_1' = 2\cancel{m}v_σ \Rightarrow$

$\Rightarrow v_σ = \frac{v_1'}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} v_σ = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}v_1 \Rightarrow v_σ = \frac{\sqrt{3}}{6}v_1$

$\frac{K_σ}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}2mv_σ^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{2\frac{3}{36}v_1^2}{v_1^2} \Rightarrow \boxed{\frac{K_σ}{K_1} = \frac{1}{6}}$.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. $P_1 = \frac{V_{εν}^2}{R_1} \Rightarrow 12 = \frac{V_{εν}^2}{6} \Rightarrow V_{εν}^2 = 72 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_{εν} = \sqrt{36\cdot 2} \Rightarrow V_{εν} = 6\sqrt{2}\,V$

$V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow V = V_{εν}\sqrt{2} \Rightarrow V = 6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\,V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V = 12V}$.

$I_{εν} = \frac{V_{εν}}{R_1} \Rightarrow I_{εν} = \frac{6\sqrt{2}}{6}A \Rightarrow \boxed{I_{εν} = \sqrt{2}\,A}$.

Γ2. $\left.\begin{array}{l} v = Vημ50πt \\ v = Vημωt \end{array}\right\} \Rightarrow ω = 50π\,\frac{rad}{s}$

$f' = 2f \Rightarrow \frac{ω'}{2π} = 2\frac{ω}{2π} \Rightarrow$

$\Rightarrow ω' = 2ω \Rightarrow ω' = 100π\,\frac{rad}{s}$.

$\left.\begin{array}{l} \text{Αρχικά } V = NωBA \\ \text{Τελικά } V' = Nω'BA \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{ω}{ω'} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{ω}{2ω} \Rightarrow V' = 2V \Rightarrow V' = 24V$.

Η στιγμιαία τιμή της τάσης είναι $v' = V'ημω't \Rightarrow v' = 24ημ100πt$ (SI)

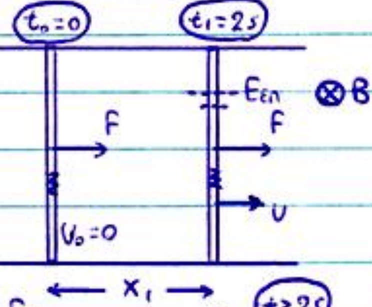
Για την ένταση είναι $i'=\frac{v'}{R_1} \Rightarrow i'=\frac{24\,ημ\,100πt}{6} \Rightarrow i'=4\,ημ\,100πt$ (SI)

Η στιγμιαία ισχύς είναι

$p=v'\cdot i' \Rightarrow p=24\,ημ\,100πt\cdot 4\,ημ\,100πt \Rightarrow \boxed{p=96\,ημ^2 100πt\ (SI)}$.

Για $t=5\cdot 10^{-3}s$ έχουμε

$p=96\,ημ^2\left(100π\frac{5}{1000}\right) \Rightarrow p=96\,ημ^2\frac{π}{2} \Rightarrow \boxed{p=96\ W}$.



Γ3. Ο αγωγός κάνει ευθ. ομ. επιταχ. κίνηση χωρίς αρχ. ταχ.

ΘΝΜ: $ΣF=ma \Rightarrow F=ma \Rightarrow 0,5=0,5a \Rightarrow a=1\frac{m}{s^2}$.

Εξ. κίνησης: $υ=at_1$ (1) και $x_1=\frac{1}{2}at_1^2$ (2).

(1) $\Rightarrow υ=1\cdot 2\ m/s \Rightarrow υ=2\ m/s$.

Τη στιγμή t_1 αναπτύσσεται $E_{επ}=Bυl$ (3)

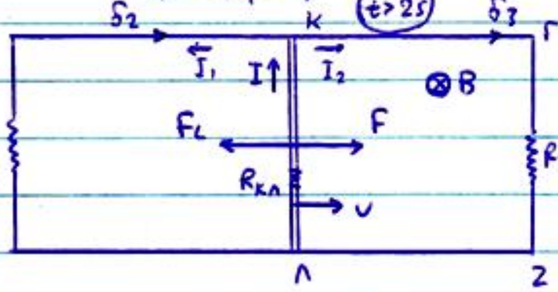
με την πολικότητα που δείχνει το σχήμα.

Για $t>2s$ έχουμε ευθ. ομαλή κίνηση.

Άρα $ΣF=0 \Rightarrow F-F_L=0 \Rightarrow F=BIl$ (4)

Στο εξωτερικό κύκλωμα $R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_{1,2}=\frac{6\cdot 3}{6+3}\,Ω \Rightarrow R_{1,2}=\frac{18}{9}\,Ω \Rightarrow R_{1,2}=2Ω$



Στο κύκλωμα η ολική αντίσταση είναι $R_{ολ}=R_{ΚΛ}+R_{1,2}=2+2 \Rightarrow R_{ολ}=4Ω$.

Από τον νόμο Ohm για το κλειστό κύκλωμα $I=\frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \xRightarrow{(3)} I=\frac{Bυl}{R_{ολ}}$.

Άρα (4) $\Rightarrow F=B\frac{Bυl}{R_{ολ}}l \Rightarrow F=\frac{B^2υl^2}{R_{ολ}} \Rightarrow 0,5=\frac{B^2\cdot 2\cdot 1^2}{4} \Rightarrow B^2=1 \Rightarrow \boxed{B=1T}$.

Γ4. Από τον νόμο του Joule για τον αντιστάτη R_2 είναι $Q_2=I_2^2R_2Δt$ (5)

Είναι (3) $\Rightarrow E_{επ}=1\cdot 2\cdot 1\ V \Rightarrow E_{επ}=2V$, $\quad I=\frac{E_{επ}}{R_{ολ}}=\frac{2}{4}A \Rightarrow I=0,5A$

και $V_{ΚΛ}=E_{επ}-IR_{ΚΛ} \Rightarrow V_{ΚΛ}=2-0,5\cdot 2 \Rightarrow V_{ΚΛ}=2-1 \Rightarrow V_{ΚΛ}=1V$.

Άρα $I_2=\frac{V_{ΚΛ}}{R_2}=\frac{1}{3}A$ και (5) $\Rightarrow Q_2=\frac{1}{9}3(5-2)\ J \Rightarrow Q_2=1J$.

Για το έργο της F είναι $W_F=F\cdot x_{ολ} \Rightarrow W_F=F(x_1+Δx_2)$ (6)

Από (2) $\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}1\cdot 2^2m \Rightarrow x_1=2m$, ενώ είναι $Δx_2=υΔt=2(5-2)=6m$.

Άρα (6) $\Rightarrow W_F=0,5(2+6)\ J \Rightarrow W_F=4J$ και τελικά

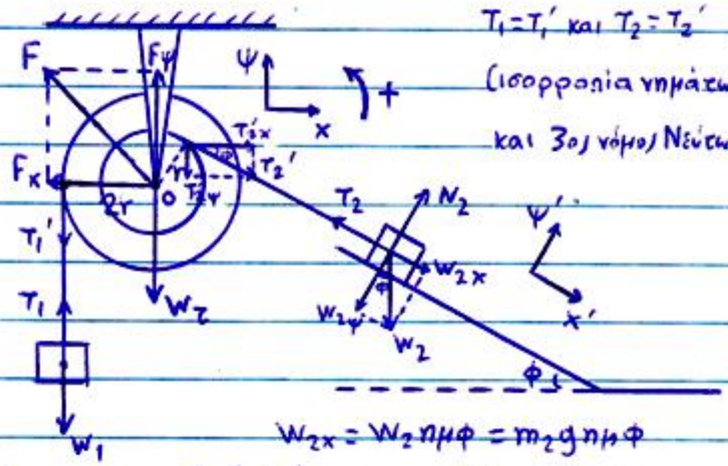
$\frac{Q_2}{W_F}100\% = \frac{1}{4}100\% \Rightarrow \boxed{\frac{Q_2}{W_F}100\%=25\%}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισορροπία $Σ_1$: $Σ\vec{F}=0 \Rightarrow T_1-w_1=0 \Rightarrow w_1=T_1 \Rightarrow m_1g=T_1$ (1)

Ισορροπία $Σ_2$: $Σ\vec{F}_{x'}=0 \Rightarrow w_{2x}-T_2=0 \Rightarrow T_2=m_2gημφ=5\cdot 10\cdot 0,6 \Rightarrow T_2=30N$.

Ισορροπία τροχαλίας:



$T_1 = T_1'$ και $T_2 = T_2'$ (ισορροπία νημάτων και 3ος νόμος Νεύτωνα)

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{T_1'} + \tau_{T_2'} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1' \cdot 2r - T_2' \cdot r = 0 \Rightarrow T_1' = \frac{T_2'}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1' = \frac{30}{2}N \Rightarrow T_1' = 15N.$

$(1) \Rightarrow m_1 \cdot 10 = 15 \Rightarrow \boxed{m_1 = 1{,}5\ kg}$.

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{2x}' - F_x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_x = T_2' \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_x = 30 \cdot 0{,}8 N \Rightarrow$

$\Rightarrow F_x = 24N$

$W_{2x} = W_2 \eta\mu\varphi = m_2 g \eta\mu\varphi$

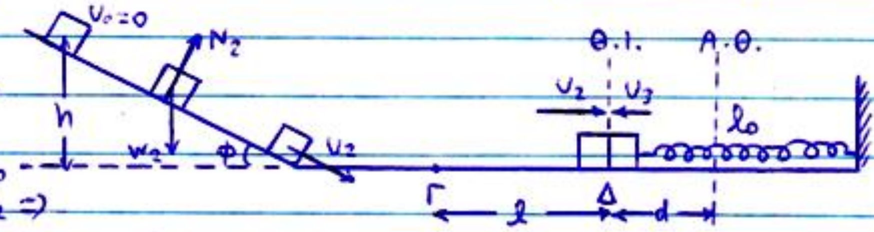
$T_{2x}' = T_2' \sigma\upsilon\nu\varphi \qquad T_{2\psi}' = T_2' \eta\mu\varphi$

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_\psi - W_z - T_{2\psi}' - T_1' = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_\psi = Mg + T_2' \eta\mu\varphi + T_1' \Rightarrow$

$\Rightarrow F_\psi = 1{,}5 \cdot 10 + 30 \cdot 0{,}6 + 15 \Rightarrow F_\psi = 15 + 18 + 15 \Rightarrow F_\psi = 48\ N.$

Άρα $F = \sqrt{F_x^2 + F_\psi^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = \sqrt{24^2 + 4 \cdot 24^2} = \sqrt{5 \cdot 24^2} \Rightarrow \boxed{F = 24\sqrt{5}\ N}$.



Δ2. ΘΜΚΕ για το Σ_2 στο κεκλιμένο επίπεδο:

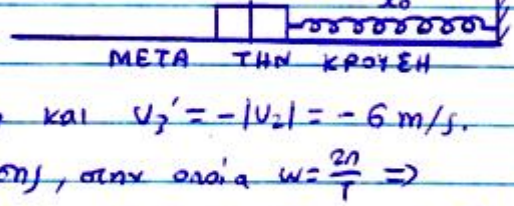
$K_{\tau\varepsilon\lambda} - \cancel{K_{\alpha\rho\chi}} = W_{w_2} + \cancel{W_{N_2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m_2} U_2^2 = \cancel{m_2} g h \Rightarrow U_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}8}\ m/s = \sqrt{36}\ m/s \Rightarrow U_2 = 6\ m/s.$

Κίνηση Σ_2 από το Γ στο Δ (ευθ. ομαλή): $l = U_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{3\pi}{5} = 6 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10} s.$

Στον ίδιο χρόνο το Σ_3 κάνει τμήμα Α.Α.Τ. από ακραία θέση στη θέση ισορροπίας, άρα $\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{10} = \frac{T}{4} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} s.$

Επομένως $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow \frac{\cancel{2\pi}}{5} = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{5}{k} \Rightarrow \boxed{k = 125\ \frac{N}{m}}$.



Δ3. Τα Σ_2 και Σ_3 έχουν ίσες μάζες και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, άρα ανταλλάσσουν ταχύτητες, δηλαδή $U_2' = U_3$ και $U_3' = -|U_2| = -6\ m/s.$

Η U_3 είναι η U_{max} της αρχικής ταλάντωσης, στην οποία $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi/5} \frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5 \frac{rad}{s}$, άρα $U_3 = \omega A = \omega \cdot d = 5 \cdot 0{,}2 = 1 \frac{m}{s}$ και $U_2' = 1 \frac{m}{s}$.

Για τη νέα ταλάντωση είναι $x = A' \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ (2)

Η Τ είναι ίδια $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} = \frac{2\pi}{5} s$, άρα και η $\omega = 5 \frac{rad}{s}$.

Η $|U_3'|$ είναι η U_{max} της νέας ταλάντωσης, οπότε για το νέο πλάτος έχουμε $|U_3'| = \omega A' \Rightarrow 6 = 5A' \Rightarrow A' = 1{,}2\ m.$

Βρίσκουμε την αρχική φάση: Για $t = 0$ και $x = 0$ (2) $\Rightarrow 0 = A' \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi \end{cases} \xRightarrow{0 \le \varphi_0 < 2\pi} \begin{cases} \varphi_0 = 0 \ (\kappa=0) \\ \varphi_0 = \pi\ rad \ (\kappa=0) \end{cases}$ και επειδή $U_3' < 0$

τελικά $\varphi_0 = \pi$ rad. Έτσι (2) $\Rightarrow \boxed{x = 1{,}2\,ημ(5t+\pi)\ (S.I.)}$.

Δ4. Από τη διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε

$E = K+U \Rightarrow E = 8U+U \Rightarrow E = 9U \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = 9\,\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A'}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \pm\frac{1{,}2}{3}\,m \Rightarrow x = \pm 0{,}4\,m$. Την πρώτη φορά (αρνητικός ημιάξονας) είναι $x = -0{,}4\,m$.

Τότε έχουμε $\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -kx = -125\cdot(-0{,}4)\,N \Rightarrow \boxed{\frac{dp}{dt} = 50\,N}$.

Για την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$\left|\frac{dK}{dt}\right| = |\Sigma F\cdot\upsilon|$ (3)

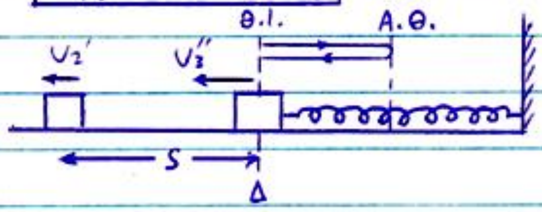
Από τη διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε

$E = K+U \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}m_3\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 125\cdot 1{,}2^2 - 125\cdot 0{,}4^2 = 5\,\upsilon^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 125\,(1{,}2^2 - 0{,}4^2) = 5\,\upsilon^2 \Rightarrow 25(1{,}2+0{,}4)(1{,}2-0{,}4) = \upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = 25\cdot 1{,}6\cdot 0{,}8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon^2 = 25\cdot 0{,}16\cdot 8 \Rightarrow \upsilon = \pm 5\cdot 0{,}4\cdot\sqrt{8} \Rightarrow \upsilon = \pm 2\sqrt{4\cdot 2} \Rightarrow \upsilon = \pm 4\sqrt{2}\,m/s$.

Άρα (3) $\Rightarrow \left|\frac{dK}{dt}\right| = 50\cdot 4\sqrt{2}\,\frac{J}{s} \Rightarrow \boxed{\left|\frac{dK}{dt}\right| = 200\sqrt{2}\,\frac{J}{s}}$.



Δ5. Το Σ_3 κάνει μισή ταλάντωση και επανέρχεται στη θέση ισορροπίας σε χρόνο $\Delta t' = \frac{T}{2} = \frac{2\pi/5}{2} = \frac{\pi}{5}\,s$

Από τη θέση αυτή ξεκινάει μετά την κρούση το Σ_2 και επομένως το διάστημα s που θα διανύσει στον παραπάνω χρόνο θα είναι και η απόσταση των δύο σωμάτων:

$s = \upsilon_2'\Delta t' \Rightarrow s = 1\cdot\frac{\pi}{5}\,m \Rightarrow \boxed{s = \frac{\pi}{5}\,m}$ ή $s = \frac{3{,}14}{5}\,m \Rightarrow \boxed{s = 0{,}628\,m}$.