ΦΥΣΙΚΗ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
Λύσεις

ΘΕΜΑ Α (5 + 5 + 5 + 5 + 5 μ.)

Α1. γ)

Α2. δ) [Είναι $A_A υ_A = A_B υ_B \Rightarrow 4A_B u = A_B υ_B \Rightarrow υ_B = 4$ u.]

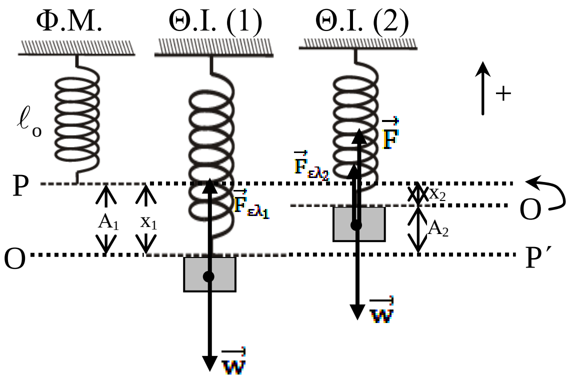
Α3. γ) [Είναι $p = i^2 R \Rightarrow p = I^2 R\,ημ^2ωt$. Με $I' = I/2$ έχουμε $p' = p/4$.]

Α4. β) [Ισχύει $|α| = ω^2 |x|$.]

Α5. α. Λ [$τ = F \cdot d$] β. Σ γ. Λ [$Δ|p| = |p'| - |p| = 0$] δ. Σ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β (8 + 8 + 9 μ.)

Β1. α) i.



β) Στο πείραμα 1, στη θέση ισορροπίας, με θετική φορά προς τα πάνω είναι $ΣF = 0 \Rightarrow F_{ελ1} - w = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow kx_1 = mg \Rightarrow x_1 = \dfrac{mg}{k}$.

Επειδή στην αρχική θέση η ταχύτητα του σώματος είναι μηδέν, αυτή είναι ακραία θέση της ταλάντωσης, επομένως το πλάτος είναι $A_1 = x_1 = \dfrac{mg}{k}$.

Στο πείραμα 2, έστω ότι στη θέση ισορροπίας η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι x_2.

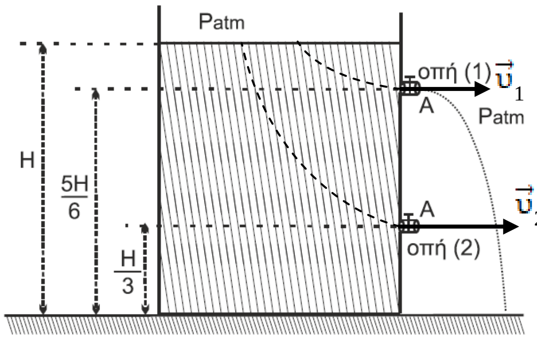
Η συνθήκη ισορροπίας δίνει $ΣF = 0 \Rightarrow F + F_{ελ2} - w = 0 \Rightarrow kx_2 = mg - mg \Rightarrow x_2 = 0$.

Αυτό σημαίνει ότι η θέση ισορροπίας είναι στο φυσικό μήκος του ελατηρίου.

Τώρα η αρχική θέση ισορροπίας είναι ακραία θέση, αφού το σώμα ξεκινάει από την ηρεμία.

Επομένως είναι $A_2 = x_1 = \dfrac{mg}{k}$ και $\boxed{A_2 = A_1}$.

Β2. α) ii.



β) Όταν είναι ανοιχτή μόνο η οπή (1):

Από το θεώρημα Torricelli έχουμε

$υ_1 = \sqrt{2g\left(H - \frac{5H}{6}\right)} \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2g\frac{H}{6}} \Rightarrow υ_1 = \sqrt{\frac{gH}{3}}$.

[Εξάλλου από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ ενός σημείου της επιφάνειας και της οπής (1) είναι:

$P_{atm} + ρgH + 0 = P_{atm} + ρg\frac{5H}{6} + \frac{1}{2}ρυ_1^2 \Rightarrow υ_1 = \sqrt{\frac{gH}{3}}$.]

Η παροχή είναι $Π_1 = A\,υ_1 \Rightarrow Π_1 = A\sqrt{\frac{gH}{3}}$

και $Π_1 = \frac{V}{Δt_1} \Rightarrow A\sqrt{\frac{gH}{3}} = \frac{V}{Δt_1} \Rightarrow Δt_1 = \frac{V}{A}\sqrt{\frac{3}{gH}}$.

Όταν είναι ανοιχτές και οι δυο οπές:

Από το θεώρημα Torricelli για την οπή (2) έχουμε $υ_2 = \sqrt{2g\left(H - \frac{H}{3}\right)} \Rightarrow υ_2 = \sqrt{2g\frac{2H}{3}} \Rightarrow υ_2 = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$.

[Εξάλλου από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ ενός σημείου της επιφάνειας και της οπής (2) είναι:

$P_{atm} + ρgH + 0 = P_{atm} + ρg\frac{H}{3} + \frac{1}{2}ρυ_2^2 \Rightarrow υ_2 = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$.]

Η παροχή από την οπή (2) είναι $Π_2 = Aυ_2 \Rightarrow Π_2 = 2A\sqrt{\frac{gH}{3}}$.

Συνολικά είναι $Π_{ολ} = \frac{V}{Δt_2}$. Έτσι έχουμε $Π_{ολ} = Π_1 + Π_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{V}{Δt_2} = A\sqrt{\frac{gH}{3}} + 2A\sqrt{\frac{gH}{3}} \Rightarrow \frac{V}{Δt_2} = 3A\sqrt{\frac{gH}{3}} \Rightarrow Δt_2 = \frac{V}{3A}\sqrt{\frac{3}{gH}}$.

Με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\frac{V}{3A}\sqrt{\frac{3}{gH}}}{\frac{V}{A}\sqrt{\frac{3}{gH}}} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}}$.

Β3. α) iii.

β) Από το διάγραμμα βρίσκουμε $p_1{'} = \frac{p_1}{5} \Rightarrow m_1 \upsilon_1{'} = \frac{m_1 \upsilon_1}{5} \Rightarrow \upsilon_1{'} = \frac{\upsilon_1}{5}$.

Επειδή η κρούση είναι μετωπική ελαστική έχουμε $\upsilon_1{'} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\upsilon_1}{5} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow m_1 + m_2 = 5\,m_1 - 5\,m_2 \Rightarrow 6\,m_2 = 4\,m_1 \Rightarrow m_1 = 1{,}5\,m_2.$

Επίσης $\upsilon_2{'} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2{'} = \frac{3m_2}{2{,}5m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2{'} = 1{,}2\,\upsilon_1$.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι $\Pi\,\% = \frac{\Delta K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K_2{'} - 0}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K_2{'}}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi\,\% = \frac{\frac{1}{2}m_2 \upsilon_2{'}^2}{\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1^2} \cdot 100\% = \frac{m_2\,1{,}44\,\upsilon_1^2}{1{,}5\,m_2 \upsilon_1^2} \cdot 100\% = 0{,}96 \cdot 100\,\% \Rightarrow \boxed{\Pi\,\% = 96\,\%}$.

<u>Αλλιώς:</u>

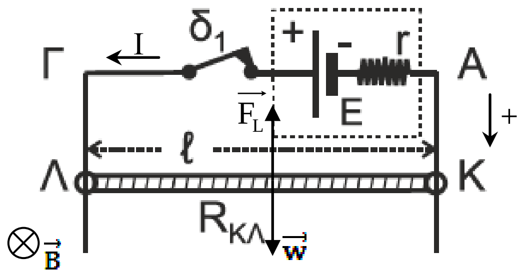
Από το διάγραμμα βρίσκουμε $p_1{'} = \frac{p_1}{5} \Rightarrow m_1 \upsilon_1{'} = \frac{m_1 \upsilon_1}{5} \Rightarrow \upsilon_1{'} = \frac{\upsilon_1}{5}$.

Επειδή η κρούση είναι ελαστική, από τη διατήρηση της ολικής κινητικής ενέργειας είναι $\Delta K_2 = -\Delta K_1$.

Έτσι έχουμε $\Pi\,\% = \frac{-\Delta K_1}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K_1 - K_1{'}}{K_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_1{'}}{K_1}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1{'}^2}{\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1^2}\right) \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi\,\% = \left(1 - \frac{\frac{\upsilon_1^2}{25}}{\upsilon_1^2}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{1}{25}\right) \cdot 100\% = \frac{24}{25} \cdot 100\,\% = 0{,}96 \cdot 100\,\% \Rightarrow \boxed{\Pi\,\% = 96\,\%}$.

ΘΕΜΑ Γ (4 + 9 + 6 + 6 μ.)

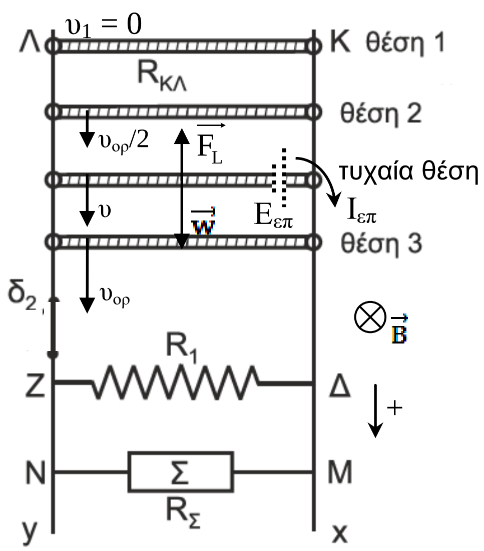


Γ1. Στον ρευματοφόρο αγωγό ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ από το πεδίο. Εφόσον ο αγωγός ισορροπεί, οι δυο δυνάμεις είναι αντίθετες και η δύναμη Laplace έχει κατεύθυνση προς τα πάνω. Επειδή η φορά του ρεύματος είναι από το Λ προς το Κ, με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου έχει διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα.

Η ένταση του ρεύματος είναι $I = \frac{E}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = \frac{E}{R_{K\Lambda} + r} \Rightarrow I = \frac{9}{2+1}\,A \Rightarrow I = 3\,A$.

Από την ισορροπία του αγωγού, με θετική φορά προς τα κάτω έχουμε $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow mg - F_L = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow BI\ell = mg \Rightarrow B \cdot 3 \cdot 1 = 0{,}3 \cdot 10 \Rightarrow 3\,B = 3 \Rightarrow \boxed{B = 1\,T}$.



Γ2. Σε τυχαία χρονική στιγμή t, λόγω της επίδρασης του βάρους $\vec{w}$, ο αγωγός έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και αναπτύσσεται στα άκρα του ΗΕΔ από επαγωγή με θετικό το άκρο Κ και τιμή $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$ (1).

[Η πολικότητά της προκύπτει με εύρεση της δύναμης από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού σε θετικό φορτίο του αγωγού που κινείται προς τα κάτω.]

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα με τη φορά που δείχνει το σχήμα και ένταση $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}$ (2).

Στον αγωγό ασκείται δύναμη Laplace με φορά προς τα πάνω, όπως διαπιστώνουμε με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, αντίθετης φοράς από το βάρος $\vec{w}$ (κανόνας Lenz) και μέτρου $F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ (3).

Από τον Θ.Ν.Μ. για τον αγωγό, με θετική φορά προς τα κάτω έχουμε $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \Rightarrow w - F_L = m\alpha$.
Επειδή η ταχύτητα αυξάνεται, αυξάνονται η $E_{\varepsilon\pi}$, το $I_{\varepsilon\pi}$ και η F_L και η $\Sigma F = w - F_L$ μειώνεται. Δηλαδή μειώνεται και το μέτρο της επιτάχυνσης, μέχρι να μηδενιστεί και **ο αγωγός κάνει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται.**

Όταν $\Sigma\vec{F} = 0$, οπότε και $\vec{\alpha} = 0$, ο αγωγός θα αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα.

Για την αντίσταση της συσκευής είναι $P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{V_K^2}{P_K} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{6^2}{6}\,\Omega \Rightarrow R_\Sigma = 6\,\Omega$.

Στο εξωτερικό κύκλωμα έχουμε παράλληλα τις R_1 και R_Σ με αντίσταση:
$R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma} \Rightarrow R_{1,\Sigma} = \frac{3\cdot 6}{3+6}\,\Omega \Rightarrow R_{1,\Sigma} = 2\,\Omega$.
Η ολική αντίσταση είναι $R_{o\lambda} = R_{K\Lambda} + R_{1,\Sigma} \Rightarrow R_{o\lambda} = 2 + 2 \Rightarrow R_{o\lambda} = 4\,\Omega$.

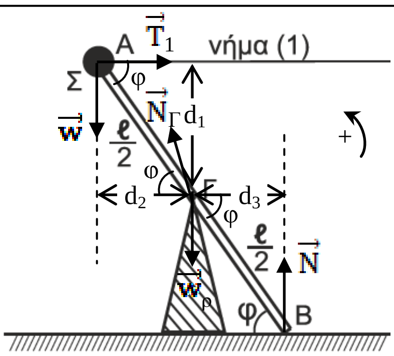
Έτσι έχουμε $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow w - F_L = 0 \Rightarrow mg = BI_{\varepsilon\pi}\ell \Rightarrow mg = B\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}\ell \Rightarrow mg = B\frac{B\upsilon_{o\rho}\ell}{R_{o\lambda}}\ell \Rightarrow mg = \frac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{R_{o\lambda}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 = \frac{1^2\upsilon_{o\rho}1^2}{4} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 12\,\frac{m}{s}}$.

Γ3. Για τη θέση 2, όπου $\upsilon_2 = \upsilon_{o\rho}/2 = 12/2 = 6$ m/s έχουμε:
(1) $\Rightarrow E_{\varepsilon\pi,2} = B\upsilon_2\ell \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,2} = 1\cdot 6\cdot 1\,V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,2} = 6\,V$,
(2) $\Rightarrow I_{\varepsilon\pi,2} = \frac{E_{\varepsilon\pi,2}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,2} = \frac{6}{4}\,A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,2} = 1{,}5\,A$ και
(3) $\Rightarrow F_{L,2} = 1\cdot 1{,}5\cdot 1\,N \Rightarrow F_{L,2} = 1{,}5\,N$.
Επομένως έχουμε $\frac{dp}{dt} = \Sigma F \Rightarrow \frac{dp}{dt} = mg - F_{L,2} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 3 - 1{,}5 \Rightarrow \boxed{\frac{dp}{dt} = 1{,}5\,kg\frac{m}{s^2}}$.

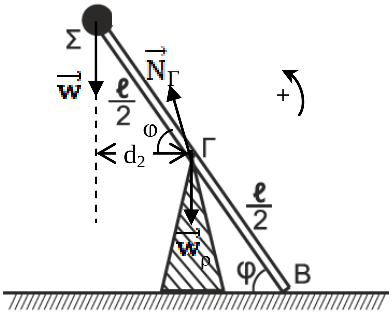
Γ4. Όταν ο αγωγός αποκτήσει την οριακή ταχύτητα είναι
(1) $\Rightarrow E_{\varepsilon\pi,3} = B\upsilon_{o\rho}\ell \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,3} = 1\cdot 12\cdot 1\,V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,3} = 12\,V$,
(2) $\Rightarrow I_{\varepsilon\pi,3} = \frac{E_{\varepsilon\pi,3}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,3} = \frac{12}{4}\,A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi,3} = 3\,A$ και
$V_{MN} = V_{K\Lambda} = E_{\varepsilon\pi,3} - I_{\varepsilon\pi,3}R_{K\Lambda} \Rightarrow V_{MN} = 12 - 3\cdot 2 \Rightarrow V_{MN} = 6\,V$.
Επειδή $V_{MN} = V_K = 6\,V$, η συσκευή **λειτουργεί κανονικά**.

ΘΕΜΑ Δ (4 + 6 + 5 + 4 + 6 μ.)



Δ1. Σημειώνουμε τις δυνάμεις (εξωτερικές) στο σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο και εφαρμόζουμε στροφική ισορροπία:
$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \tau_{T1} + \tau_w + \tau_N = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow -T_1d_1 + wd_2 + Nd_3 = 0 \Rightarrow -T_1\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi + w\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + N\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow N\cdot 1\cdot 0{,}6 = 10{,}5\cdot 1\cdot 0{,}8 - 10\cdot 1\cdot 0{,}6 \Rightarrow 0{,}6\,N = 8{,}4 - 6 \Rightarrow \boxed{N = 4\,N}$.

Δ2. Μόλις κόψουμε το νήμα (1), το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο θα αρχίσει να περιστρέφεται αριστερόστροφα γύρω από το σημείο Γ, λόγω της ροπής του βάρους του σφαιριδίου.
Για τις ροπές αδράνειας είναι:



Σφαιρίδιο: $I_{\sigma\varphi} = m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow I_{\sigma\varphi} = 1\cdot 1^2\,kg\cdot m^2 \Rightarrow I_{\sigma\varphi} = 1\,kg\cdot m^2$.
Ράβδος: $I_\rho = \frac{1}{12}M_\rho\ell^2 \Rightarrow I_\rho = \frac{1}{12}3\cdot 2^2\,kg\cdot m^2 \Rightarrow I_\rho = 1\,kg\cdot m^2$.
Σύστημα: $I_{o\lambda} = I_{\sigma\varphi} + I_\rho \Rightarrow I_{o\lambda} = 1 + 1 \Rightarrow I_{o\lambda} = 2\,kg\cdot m^2$.
<u>Για το σύστημα</u>, από τον Θ.Ν. της στροφικής έχουμε:
$\Sigma\tau_{\varepsilon\xi(\Gamma)} = I_{o\lambda}\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_w = I_{o\lambda}\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$
$\Rightarrow w\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = I_{o\lambda}\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 10\cdot 1\cdot 0{,}6 = 2\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3\,\frac{rad}{s^2}$.
<u>Για τη ράβδο</u> (η $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ είναι κοινή) ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι:
$\frac{dL_\rho}{dt} = \Sigma\tau_{\rho(\Gamma)} \Rightarrow \frac{dL_\rho}{dt} = I_\rho\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{dL_\rho}{dt} = 1\cdot 3\,kg\frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \boxed{\frac{dL_\rho}{dt} = 3\,kg\frac{m^2}{s^2}}$.

Δ3. Επειδή κατά την περιστροφή δεν υπάρχουν τριβές, για την κίνηση του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου ισχύει η ΑΔΜΕ. Με U = 0 στο δάπεδο έχουμε:

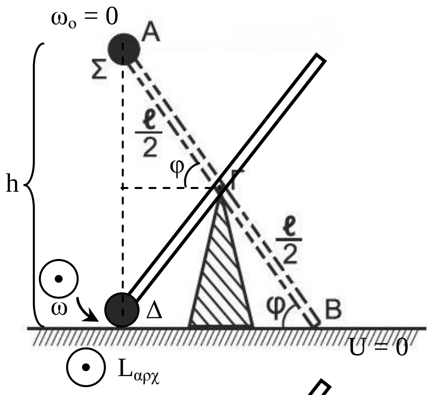
$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 + mgh + M_ρ g \frac{h}{2} = \frac{1}{2} I_{ολ}\, ω^2 + 0 + M_ρ g \frac{h}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow mg\, ℓ\, ημφ = \frac{1}{2} I_{ολ}\, ω^2 \Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = \frac{1}{2} 2\, ω^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow ω^2 = 16 \Rightarrow ω = 4 \frac{rad}{s}$.

$\frac{h}{2} = \frac{ℓ}{2} ημφ \Rightarrow$
$\Rightarrow h = ℓ\, ημφ$

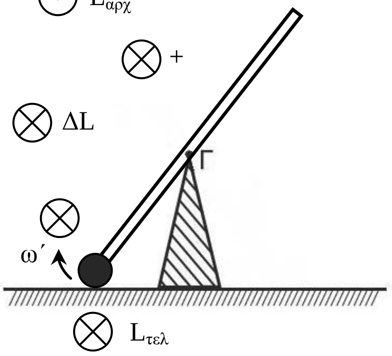


Με θετική φορά προς τα μέσα, για τη μεταβολή της στροφορμής του συστήματος κατά την κρούση με το δάπεδο έχουμε:

$\Delta\vec{L} = \vec{L}_{τελ} - \vec{L}_{αρχ} \Rightarrow \Delta L = L_{τελ} - (- L_{αρχ}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta L = I_{ολ} \frac{ω}{2} + I_{ολ}\, ω \Rightarrow \Delta L = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{\Delta L = 12\ kg \frac{m^2}{s}}$.

Το θετικό πρόσημο σημαίνει ότι το διάνυσμα $\Delta\vec{L}$ είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα μέσα.



Δ4. Για τη μεταφορική κίνηση της τροχαλίας έχουμε: $ΣF_x = M_T α_{cm} \Rightarrow F + T_{στ} = M_T α_{cm}$ (1)

Για τη στροφική κίνηση της τροχαλίας:

$Στ_{(O)} = I_T α_{γων} \Rightarrow F\, r - T_{στ}\, R = \frac{1}{2} M_T R^2 \frac{α_{cm}}{R} \Rightarrow$

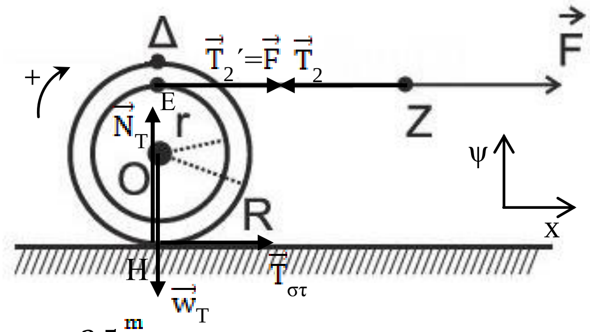
$\Rightarrow F \frac{r}{R} - T_{στ} = \frac{1}{2} M_T α_{cm}$ (2).

Κύλιση χωρίς ολίσθηση:
$υ_H = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow υ_{cm} = ωR \Rightarrow$
$\Rightarrow α_{cm} = α_{γων}\, R$

Με πρόσθεση κατά μέλη (1) + (2) ⇒

$\Rightarrow F + F \frac{r}{R} = \frac{3}{2} M_T α_{cm} \Rightarrow 12 + 12 \frac{0{,}3}{0{,}4} = \frac{3}{2} 7 α_{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow 21 = \frac{21}{2} α_{cm} \Rightarrow \boxed{α_{cm} = 2 \frac{m}{s^2}}$.



Δ5. Για την επιτάχυνση του σημείου εφαρμογής Ζ της $\vec{F}$ είναι $α_Z = α_E = α_{cm} + α_{επ(E)} = α_{cm} + α_{γων}\, r \Rightarrow$

$\Rightarrow α_Z = α_{cm} + \frac{α_{cm}}{R} r \Rightarrow α_Z = 2 + \frac{2}{0{,}4} 0{,}3 \Rightarrow α_Z = 2 + 5 \cdot 0{,}3 \Rightarrow α_Z = 3{,}5 \frac{m}{s^2}$.

Η μετατόπιση του Ζ είναι $\Delta x = \frac{1}{2} α_Z\, t_1^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} 3{,}5 \cdot 2^2\ m \Rightarrow \Delta x = 7\ m$.

Επομένως $W_F = F\, \Delta x \Rightarrow W_F = 12 \cdot 7\ J \Rightarrow \boxed{W_F = 84\ J}$.

<u>Αλλιώς:</u>

Η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι

$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} α_{cm}\, t_1^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2\ m \Rightarrow \Delta x_{cm} = 4\ m$.

Η μετατόπιση του άκρου του νήματος είναι
$\Delta x_z = \Delta x_{cm} + r\, \Delta θ \Rightarrow$
$\Rightarrow \Delta x_z = \Delta x_{cm} + r \frac{\Delta x_{cm}}{R} \Rightarrow$
$\Rightarrow \Delta x_z = 4 + 0{,}3 \frac{4}{0{,}4} \Rightarrow$
$\Rightarrow \Delta x_z = 7\ m$.
Άρα $W_F = F\, \Delta x \Rightarrow$
$\Rightarrow W_F = 12 \cdot 7\ J \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{W_F = 84\ J}$.

Η γωνιακή επιτάχυνση είναι $α_{γων} = \frac{α_{cm}}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow α_{γων} = \frac{2}{0{,}4} \frac{rad}{s^2} \Rightarrow α_{γων} = 5 \frac{rad}{s^2}$ και η γωνία στροφής

$\Delta θ = \frac{1}{2} α_{γων}\, t_1^2 \Rightarrow \Delta θ = \frac{1}{2} 5 \cdot 2^2\ m \Rightarrow \Delta θ = 10\ rad$.

Η γωνία στροφής είναι:
$\Delta θ = \frac{\Delta x_{cm}}{R} =$
$= \frac{4}{0{,}4}\ rad = 10\ rad$.

Επομένως έχουμε

$W_F = W_{Fμετ} + W_{Fπερ} \Rightarrow W_F = F\, \Delta x + τ_F\, \Delta θ \Rightarrow$

$\Rightarrow W_F = 12 \cdot 4 + 12 \cdot 0{,}3 \cdot 10 \Rightarrow W_F = 48 + 36 \Rightarrow \boxed{W_F = 84\ J}$.

<u>Αλλιώς:</u>

Τη χρονική στιγμή t_1 είναι $υ_{cm} = α_{cm}\, t_1 \Rightarrow υ_{cm} = 2 \cdot 2 \frac{m}{s} \Rightarrow υ_{cm} = 4 \frac{m}{s}$.

Από το ΘΜΚΕ είναι

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F + W_{Tστ} \Rightarrow K_{τελ} - 0 = W_F + 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} M_T\, υ_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_T\, ω^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} M_T\, υ_{cm}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} M_T R^2 \left(\frac{υ_{cm}^2}{R^2}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} M_T\, υ_{cm}^2 + \frac{1}{4} M_T\, υ_{cm}^2 \Rightarrow W_F = \frac{3}{4} M_T\, υ_{cm}^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow W_F = \frac{3}{4} 7 \cdot 16\ J \Rightarrow \boxed{W_F = 84\ J}$.

Εναλλακτικά υπολογίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα:
$υ_{cm} = ω\, R \Rightarrow 4 = ω\, 0{,}4 \Rightarrow$
$\Rightarrow ω = 10 \frac{rad}{s}$.