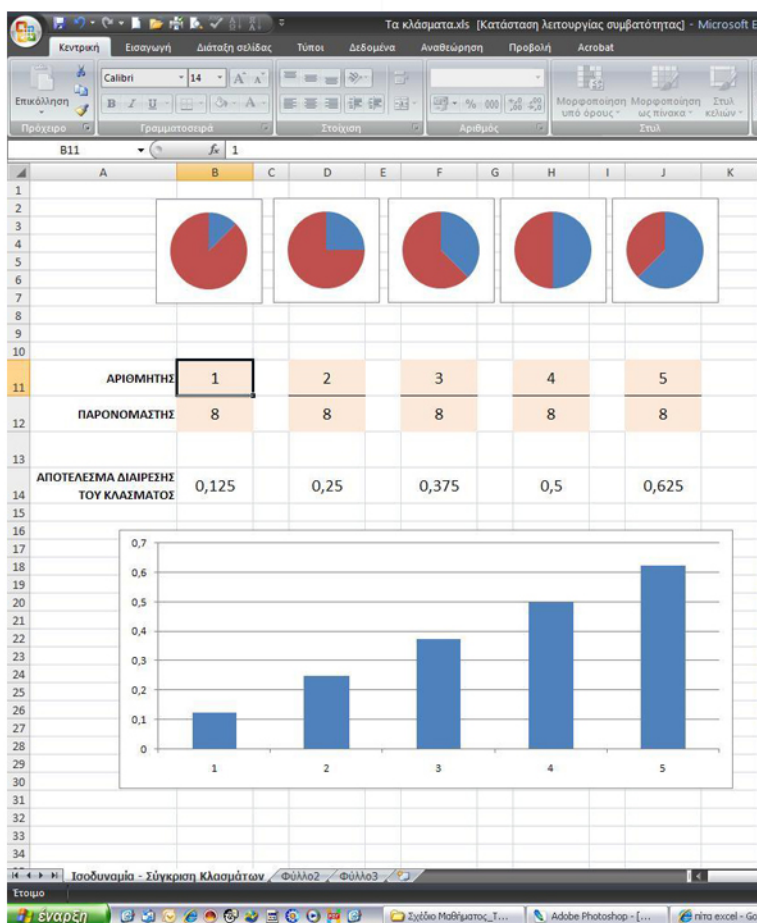


# ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



«Τα κλάσματα»

Νικόλαος Μπαλκίζας  
Ιωάννα Κοσμίδου

Αθήνα, Φεβρουάριος 2008

## ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ – «ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ»

Νικόλαος Μπαλκίζας – Ιωάννα Κοσμίδου

### 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός του σχεδίου μαθήματος είναι να μάθουν όλοι οι μαθητές της τάξης τις έννοιες της ισοδυναμίας των κλασμάτων, της σύγκρισης κλασμάτων και της διάταξης κλασμάτων, να είναι ικανοί να τις διερευνούν, να τις ελέγχουν, να τις επαληθεύουν, έτσι ώστε να οικοδομήσουν τη γνώση γύρω από αυτές τις έννοιες.

### 2. ΤΑΞΗ ΣΤΗΝ ΟΠΟΙΑ ΑΠΕΥΘΥΝΕΤΑΙ

Το σχέδιο μαθήματος απευθύνεται σε μαθητές της ΣΤ' τάξης του δημοτικού σχολείου. Αναφέρεται στο μάθημα των Μαθηματικών και ειδικότερα στις διδακτικές ενότητες «Ισοδύναμα κλάσματα» και «Σύγκριση-Διάταξη κλασμάτων». Είναι απόλυτα συμβατό με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών, αφού ο κεντρικός άξονας του σχεδίου μαθήματος αφορά σε ενότητες που διδάσκονται στη ΣΤ' τάξη του δημοτικού. Η χρήση του υπολογιστή δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να διερευνήσουν μέσα σε ένα περιβάλλον μαθηματικής μοντελοποίησης και αναπαράστασης τις έννοιες που διαπραγματεύεται το σχέδιο μαθήματος, για την καλύτερη κατανόηση και οικοδόμησή τους.

### 3. ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΗ ΥΛΙΚΟΤΕΧΝΙΚΗ ΥΠΟΔΟΜΗ

Το μάθημα γίνεται στο εργαστήριο πληροφορικής του σχολείου. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 2-3 ατόμων με την απαίτηση του ανάλογου αριθμού Η/Υ που θα έχει τη δυνατότητα σύνδεσης:

- με λογισμικό γενικής χρήσης (λογιστικά φύλλα - Excel)

### 4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Α. Ως προς το γνωστικό αντικείμενο

Οι μαθητές να:

- διερευνήσουν την έννοια της ισοδυναμίας κλασμάτων.
- διακρίνουν και να δημιουργούν ισοδύναμα κλάσματα.
- συγκρίνουν και να διατάσσουν κλάσματα με διαφορετικούς όρους (αριθμητή-παρονομαστή).

Β. Ως προς τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών

Οι μαθητές να:

- είναι ικανοί να ερμηνεύουν γραφήματα στον υπολογιστή.

Γ. Ως προς τη μαθησιακή διαδικασία

Οι μαθητές να:

- πειραματίζονται σε καταστάσεις επίλυσης προβλημάτων.
- κάνουν δοκιμές και επαληθεύσεις.

### 5. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

#### 5.1 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Η προσέγγιση του θέματος μέσω του σχεδίου μαθήματος γίνεται σύμφωνα με τη μεθοδολογία της καθοδηγούμενης διερεύνησης - ανακάλυψης και της εποικοδομιστικής προσέγγισης της γνώσης. Λαμβάνονται υπόψη οι προϋπάρχουσες

ιδέες των μαθητών γύρω από τις έννοιες της ισοδυναμίας και σύγκρισης κλασμάτων και γίνεται προσπάθεια αλλαγής των λανθασμένων ιδεών τους και μετασχηματισμού τους σε νέα γνώση. Οι μαθητές συμμετέχουν ενεργά σε όλη τη διαδικασία δοκιμάζοντας και διερευνώντας ποσότητες κλασματικών αριθμών για να διαπιστώσουν την ισοδυναμία τους ή να τις συγκρίνουν και να τις βάλουν στη σειρά. Οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται εύκολα ότι ένα κλάσμα είναι μια διαίρεση ή ότι εκφράζει μια ποσότητα. Επίσης, δύσκολα καταλαβαίνουν πώς δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα αφού έχουν διαφορετικούς όρους (π.χ.  $\frac{2}{4} = \frac{8}{16}$ ). Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θεωρούν πολλές φορές ότι το δεύτερο κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το πρώτο γιατί έχει μεγαλύτερους αριθμούς.

## 5.2 ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕ ΤΠΕ

Οι ΤΠΕ στο συγκεκριμένο σχέδιο εργασίας δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να εργαστούν μέσα σε ένα περιβάλλον μαθηματικής μοντελοποίησης και αναπαράστασης εννοιών. Αξιοποιώντας τις δυνατότητες των λογιστικών φύλλων οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να συσχετίζουν αριθμητικά δεδομένα με γραφήματα, να προσεγγίζουν το πρόβλημα μέσω εκτιμήσεων και προβλέψεων, να προσεγγίζουν έννοιες που τους είναι δύσκολες. Η προστιθέμενη αξία των νέων τεχνολογιών στο συγκεκριμένο σχέδιο μαθήματος είναι ότι παρέχουν στο μαθητή ένα δυναμικό περιβάλλον αναπαράστασης των προβληματικών εννοιών που καλείται να διερευνήσει, πράγμα που δεν επιτυγχάνεται εύκολα με τα συμβατικά εργαλεία μιας παραδοσιακής διδασκαλίας ή δεν επιτυγχάνεται καθόλου (γι' αυτό και οι παρανοήσεις των μαθητών). Τα λογιστικά φύλλα με τις δυνατότητες που διαθέτουν βοηθούν στην κατανόηση εννοιών, μέσα από τη δοκιμή και τον πειραματισμό, καθώς και τις πολλαπλές και δυναμικές αναπαραστάσεις που παρέχουν μέσω των γραφημάτων.

## 6. ΠΟΡΕΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

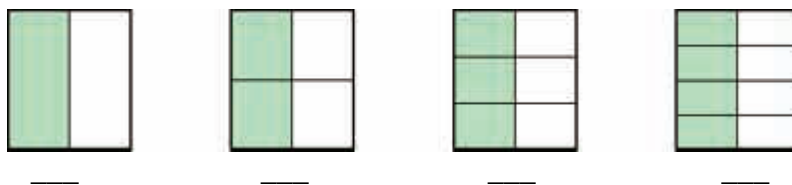
Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα στους μαθητές οι οποίοι καλούνται να επιλύσουν: «Στα γενέθλιά της, η Ζαχαρούλα, έφερε μια τούρτα στο σχολείο για να κεράσει τους 23 συμμαθητές της (η τάξη αποτελείται από 12 αγόρια και 12 κορίτσια). Ο δάσκαλος την έκοψε σε κομμάτια και είπε ότι θα δώσει τα  $\frac{3}{6}$  της τούρτας στα αγόρια και τα  $\frac{9}{18}$  της τούρτας στα κορίτσια. Ποιοι θα φάνε περισσότερη τούρτα, τα αγόρια ή τα κορίτσια;».

Οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν ένα πρόβλημα αυθεντικό, να εμπλακούν δηλαδή σε δραστηριότητες αυθεντικών καταστάσεων, με πραγματικά προβλήματα (εγκαθιδρυμένη μάθηση). Οι μαθητές έχουν ήδη διδαχθεί την ενότητα των μαθηματικών για τα κλάσματα σε προηγούμενο μάθημα (ξέρουν τι είναι ένα κλάσμα, από ποιους όρους αποτελείται, ξέρουν ότι το κλάσμα είναι μια διαίρεση, κλπ.).

1η Δραστηριότητα:

Δίνεται ένα φύλλο εργασίας στους μαθητές όπου υπάρχουν κάποιες δραστηριότητες, όπως:

- να γράψουν κάτω από το κάθε τετράγωνο το κλάσμα που περιγράφει το πράσινο μέρος του.

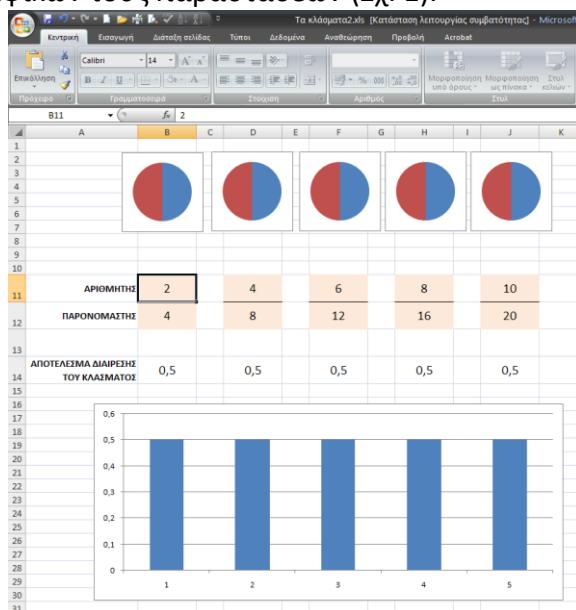


- να συγκρίνουν τα κλάσματα μεταξύ τους και να πούνε ποιο πιστεύουν ότι είναι το μικρότερο και το μεγαλύτερο.
- να βάλουν στη σειρά τα παραπάνω κλάσματα.
- .... κλπ.

(από τις απαντήσεις που θα δώσουν οι μαθητές ο δάσκαλος θα αντιληφθεί τις προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών γύρω από τις έννοιες της ισοδυναμίας και της σύγκρισης των κλασμάτων, θα εντοπίσει τα λάθη και τις ελλείψεις τους και θα κάνει τον κατάλληλο σχεδιασμό για να μπορέσει να ανασκευάσει τις λανθασμένες απόψεις τους και να καλύψει τις κενά τους).

### 2η Δραστηριότητα:

Δίνεται ένα λογιστικό φύλλο στους μαθητές σε υπολογιστικό περιβάλλον (φύλλο εργασίας “**Ισοδυναμία - Σύγκριση Κλασμάτων**”) με σαφείς οδηγίες για το τι πρέπει να κάνουν (οι μαθητές έχουν εισαχθεί προηγουμένως στο περιβάλλον του λογισμικού, έχουν εξοικειωθεί μ’ αυτό, έχουν γνωρίσει τα στοιχεία της επιφάνειας του λογισμικού, τα μενού, τα κουμπιά και τις λειτουργίες που θα χρειαστούν προκειμένου να προχωρήσουν στην παρακάτω δραστηριότητα. Οι οδηγίες που παρέχονται από το δάσκαλο είναι αναλυτικές και ο ίδιος παρέχει βοήθεια και καθοδήγηση όποτε κρίνει ότι απαιτείται ή όποτε τη ζητάνε οι μαθητές). Το λογιστικό φύλλο έχει έναν προκατασκευασμένο πίνακα από το δάσκαλο όπου ένα κλάσμα χωρίζεται σε αριθμητή και παρονομαστή. Επιπλέον, υπάρχουν γραφήματα (πίτες) τα οποία παίρνουν τις τιμές τους από τον πίνακα. Οι μαθητές καλούνται να βάλουν στον πίνακα μια σειρά από κλάσματα, να πειραματιστούν και να δουν την απεικόνιση των γραφικών τους παραστάσεων (Σχ. 1).



Σχ. 1

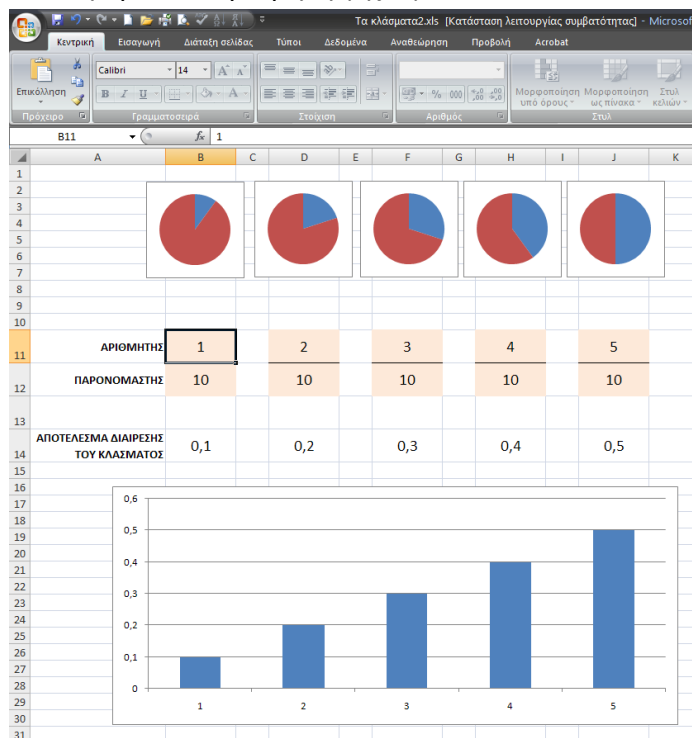
Οι δραστηριότητες έχουν παιγνιώδη χαρακτήρα, αφήνουν μεγάλη ελευθερία στους μαθητές να επιλέξουν τα κλάσματα που θα χρησιμοποιήσουν για να ολοκληρώσουν τη δραστηριότητά τους, δίνουν την ευκαιρία μέσα από δοκιμές, υποθέσεις, προβλέψεις να ανακαλύψουν και να οικοδομήσουν τη γνώση.

(Οι μαθητές θα παρατηρήσουν ότι ενώ τα κλάσματα έχουν διαφορετικό αριθμητή και παρονομαστή, ωστόσο, η ποσότητα που αναπαριστάνεται στα γραφήματα είναι ίδια. Επίσης, θα προσέξουν και ότι τα αποτελέσματα της διαίρεσης είναι ίδια, επομένως, πρόκειται για τους ίδιους αριθμούς – ισοδύναμα κλάσματα). Ακόμη περισσότερο, το αντιλαμβάνονται από το γράφημα που αναπαριστά τη διαίρεση των κλασμάτων, αφού δίνει ως αποτέλεσμα τον ίδιο αριθμό (0,5) (οι μαθητές έχουν διδαχθεί τους δεκαδικούς αριθμούς στην αρχή της σχολικής χρονιάς, επομένως τους γνωρίζουν).

Κατόπιν, ζητείται από τους μαθητές να διαπιστώσουν τη σχέση που έχουν οι αριθμητές μεταξύ τους και οι παρονομαστές μεταξύ τους (δηλ. πώς αυξάνονται). Από τη μελέτη του πίνακα θα αντιληφθούν ότι ο αριθμητής και ο παρονομαστής πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό και το κλάσμα που προκύπτει είναι ισοδύναμο με το πρώτο.

### 3η Δραστηριότητα:

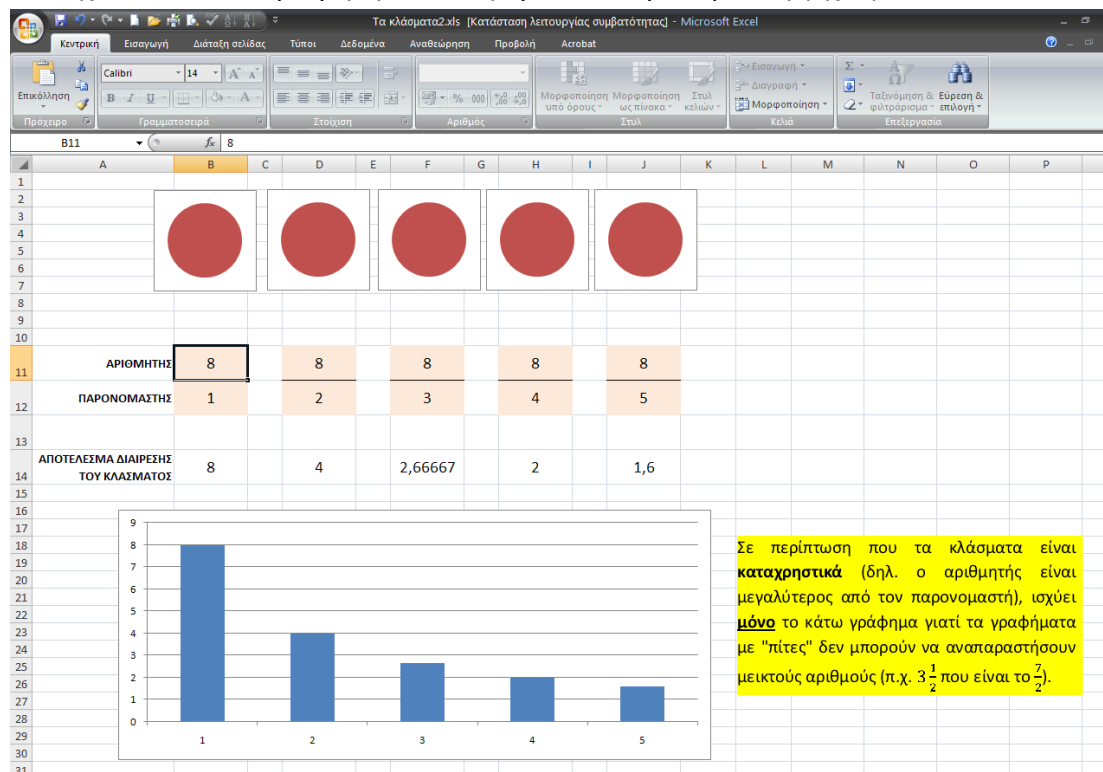
Ζητείται από τους μαθητές στο ίδιο λογιστικό φύλλο να αλλάξουν τα κλάσματα με άλλα. Η οδηγία που τους δίνεται είναι τα κλάσματα αυτά να έχουν ίδιο παρονομαστή και διαφορετικό αριθμητή (Σχ. 2).



Σχ. 2

(Οι μαθητές πειραματίζονται ξανά, δοκιμάζοντας διάφορους συνδυασμούς κλασμάτων. Αφού βάλουν διαφορετικές σειρές κλασμάτων, θα προσπαθήσουν να τα βάλουν στη σειρά, από το μικρότερο στο μεγαλύτερο. Θα παρατηρήσουν μέσα από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις των κλασματικών αριθμών (κλάσματα, γραφήματα, δεκαδικούς αριθμούς) ότι σε κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή).

Κάνουν την ίδια διαδικασία αλλάζοντας τα κλάσματα, αυτή τη φορά με κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή και διαφορετικό παρονομαστή (Σχ. 3).



Σχ. 3

**Σημ:** Εδώ επισημαίνεται στους μαθητές ότι για τα καταχρηστικά κλάσματα (δηλ. γι' αυτά που έχουν μεγαλύτερο αριθμητή από τον παρονομαστή), δεν ισχύουν τα γραφήματα με τις "πίτες", γιατί δεν έχουν τη δυνατότητα να τα αναπαραστήσουν. Για παράδειγμα, το κλάσμα  $\frac{7}{2}$  που είναι καταχρηστικό, δεν θα μπορούσε να αναπαρασταθεί με γράφημα "πίτας", γιατί η οπτική αναπαράστασή του απαιτεί περισσότερες από μία "πίτες". Οι μαθητές το καταλαβαίνουν καλύτερα αυτό, αν διαιρέσουν το καταχρηστικό κλάσμα  $\frac{7}{2}$ , οπότε θα προκύψει ο δεκαδικός αριθμός 3,5 και επομένως θα χρειάζονταν 3 ολόκληρες πίτες και μισή ακόμη.

(Οι μαθητές, αφού ολοκληρώσουν τη δραστηριότητα αντιλαμβάνονται από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις που εμφανίζονται στην οθόνη του υπολογιστή τους ότι

σε κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μικρότερο παρονομαστή).

Οι δραστηριότητες έχουν το χαρακτήρα της ανακαλυπτικής μάθησης. Ο μαθητής μέσα από επαναλαμβανόμενες ενέργειες καταλήγει σε κάποιο συμπέρασμα και εξάγει τον κανόνα. Κάθε δραστηριότητα γίνεται με βηματικό τρόπο. Κάθε φορά προστίθενται και κάποια επιπλέον στοιχεία, μέχρι να ολοκληρωθεί η δραστηριότητα. Προχωρούν έτσι στην απόρριψη ή αποδοχή των υποθέσεων, εικασιών, προβλέψεων, εκτιμήσεων που είχαν κάνει στο πρώτο φύλλο εργασίας (1η Δραστηριότητα) και φτάνουν να οικοδομήσουν τη νέα γνώση.

Αυτό το σχέδιο μαθήματος μπορεί να βελτιωθεί και να επεκταθεί όταν εφαρμοστεί στην τάξη, όταν δοκιμαστεί από τους ίδιους τους μαθητές, όταν ο δάσκαλος μέσα από την εφαρμογή του εντοπίσει τις ενδεχόμενες ατέλειες και αδυναμίες του και το προσαρμόσει στις ανάγκες της τάξης και των μαθητών του.