ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1). Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

α). $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} + \dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$ β). $f(x) = \dfrac{x+2}{|x^2+3x+2|}$ γ). $f(x) = \dfrac{x-1}{|x^2-x+1|-2x+1}$

δ). $f(x) = \sqrt{x^2-3\cdot|x|+2}$ ε). $f(x) = \dfrac{2-x}{|x^2+3x+2|-1}$

2). Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

α). $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}}{|2x^2-3x+1|}$ β). $f(x) = \dfrac{4}{x-1} + 5 + \sqrt{2x}$ γ). $f(x) = \dfrac{-6}{x^2+3}$

δ). $f(x) = \dfrac{x^2-16}{x^2-4}$ ε). $f(x) = \dfrac{1}{x+|x|}$ στ). $f(x) = \dfrac{1+x}{x-|x|}$

ζ). $f(x) = \sqrt{x+2}$ η). $f(x) = \sqrt{3x-1}$ θ). $f(x) = \sqrt{-x} + \dfrac{1}{3x-1}$

3). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων.

α). $g(x) = \dfrac{f(x+2)-5}{f(x-3)\cdot f(x+1)}$ β). $h(x) = \sqrt{\dfrac{f(x-1)}{f(x+1)}}$, Αν f(x)= x + 1

4). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων.

$f(x) = \dfrac{x^2 - g(x)+6}{g(x-4)-g(3)}$ όταν $g(x) = (x+2)^2$.

5). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. $f(x) = \dfrac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{x^2-4}$

6). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

α). $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-5}}{x^3-12x^2+36x}$ β). $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x-4} + \sqrt{x+3}}{|x|-x}$

γ). $f(x) = \sqrt{2-|x+3|}$ δ). $f(x) = \sqrt{-x} - \dfrac{4}{|x|-2}$

7). Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

α). $f(x) = \sqrt{x^2-9} + \dfrac{1}{\sqrt{16-x^2}}$ β). $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{|x|+x^2}$

γ). $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}$ δ). $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{|x|-3}$

8). Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in R$ οι ευθείες είναι παράλληλες,

α). $y = (\lambda^3 - 1)\cdot x + 80$ και $y = 3\lambda\cdot(\lambda - 1)x - 8$.

β). $y = \lambda^2\cdot x + 5$ και $y = (6 - 5\cdot\lambda)\cdot x + 8$.

9). Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in R$ οι ευθείες είναι κάθετες μεταξύ τους:

$y = \frac{1-\lambda}{12} \cdot x + 8$ και $y = \frac{\lambda+1}{2} \cdot x - 6$.

10).Να βρεθεί το $\lambda \in R$, ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες η κάθετες μεταξύ τους: (ε): $y = (\lambda^2 + 7\cdot\lambda)\cdot x + 11\cdot\lambda$ και $y = (\lambda + 7)\cdot x - \lambda$.

11).Να βρεθούν τα $\lambda, \mu \in R$. ώστε οι δυο ευθείες (ε_1) και (ε_2)
Να είναι α). παράλληλες β). κάθετες και $2\cdot\mu = \lambda$.
(ε_1): $y = \mu^2\cdot x + (\mu + 1)$, (ε_2): $y = -\lambda\cdot(2\cdot\mu + \lambda)x + (\lambda + \mu)$.

12).Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις συναρτήσεις,
α). $f(x) = |x| + |x - 1|$ β). $f(x) = |-x| + |1 - x|$
γ). $f(x) = |x - 1| - 2\cdot|x| - 2$ γ). $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1-x}$
ε). $f(x) = |2x - 4|$ στ). $f(x) = |x - 1| - x - 3|$
ζ). $f(x) = (\lambda^2 - 1)\cdot x$.

13). Να μελετηθούν ως την μονοτονία οι συναρτήσεις.
α). $f(x) = (\lambda^2 - 4)\cdot x + 1$ β). $f(x) = |\lambda + 1|\cdot x + 3(2 - x)$
γ). $f(x) = (1 - |\lambda|)\cdot x^2 + 3$ δ). $f(x) = \frac{16-\lambda^2}{x}$
ε). $f(x) = |x + 3| + |x - 2|$ στ). $f(x) = \lambda\cdot x^3 - 10$
ζ). $f(x) = 2 - \sqrt{3\cdot x - 6}$ η). $f(x) = (1 - \lambda)\cdot x - \lambda$
θ). $f(x) = (6 - \lambda)x + 100$ i). $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

1). Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις είναι «1−1» (αμφημονοσημαντες)
α) $f(x) = \begin{cases} 3x+5, & x \prec 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ β). $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \succ 0 \\ -2x-1, & x \leq 0 \end{cases}$

2). Να δειχθεί ότι οι κάτωθι συνάρτηση όπου $f: R \to R$ με τύπο $f(x) = 5\cdot x|x|$, είναι συνάρτηση αμφημονοσημαντη. (δηλ. 1-1)

3). Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση $f:[-1, 1] \to [0, 1]$ με τύπο $f(x) = x^2$ είναι επί αλλά όχι αμφημονοσημαντη.

4). Βρείτε ποιες από τις συναρτήσεις είναι Άρτιες η περιττές.
α). $f(x) = 3\cdot x^3 + 5\cdot x^5$ β). $f(x) = 3\cdot|x^2 - 1| + |1 - x^2|$
γ). $f(x) = x^6 + 3\cdot x^4 + 9\cdot x^2 + 1$ δ). $f(x) = 2\cdot|-x| + 9\cdot x^2 + 1$
ε). $f(x) = x^4\cdot(x^2 - 1)\cdot(|x| + x^2)\cdot(2x - x^3)$
στ). $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+x}$ ζ). $f(x) = \frac{x-x^3}{1+x^4}$
θ). $f(x) = |x - 2| + |x + 2|$

5). Να εξετάσετε αν είναι άρτιες ή περιττές οι παρακάτω συναρτήσεις, α). $f(x) = \dfrac{1}{|x|+3}$ β). $f(x) = |x - \alpha| + |x + \alpha|$

γ). $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \prec 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ δ). $f(x) = x\cdot|x| + x^3$.

6). Να εξετάσετε αν είναι άρτιες οι περιττές οι συναρτήσεις:
α). $f(x) = x^2 - 7|x| - 1$. β). $f(x) = 5x^4 - 8\cdot x^2 - 6$.
γ). $f(x) = \sqrt{x^2 - 16}$ δ). $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

7). Να δειχθεί ότι η συνάρτηση $f:R \to R$ είναι περιττή.
$f(x) = x\cdot\sqrt[3]{(2-x)^2} + x\cdot\sqrt[3]{(2+x)^2}$

8). Δίδετε η συνάρτηση $f:Z \to R$ ελέγξτε αν είναι άρτια.
$f(x) = \left(\sqrt{3-\sqrt{8}}\right)^x + \left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x + 1$

9). Να εξεταστεί αν είναι ίσες οι συναρτήσεις.
α). $f(x) = |2\cdot x + 1| + 3x - 2$ β). $g(x) = \dfrac{5x^2 + 4x - 1}{x+1}$

β). $g(x) = \sqrt{|x| - 3}$ δ). $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x-3}, & x \leq -3 \\ \sqrt{x-3}, & x \succ 3 \end{cases}$

10).Να βρεθούν τα λ, μ ώστε οι συναρτήσεις με τύπους
$f(x) = \dfrac{2\mu\cdot x + 1}{x - 3\lambda + 2}$ και $g(x) = \dfrac{4\cdot(\mu - 1)\cdot x + 1}{x - \lambda - 2}$ Να είναι ίσες (δηλ. $f(x) = g(x)$).

11).Δίδονται οι συναρτήσεις. $f(x) = \sqrt{x^2 - 49}$ και $g(x) = \sqrt{x-7}\cdot\sqrt{x+7}$
Να βρεθούν τα πεδίων ορισμού των και επίσης η σχέση των δυο συναρτήσεων.

12).Δίδονται οι συναρτήσεις. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x + 1$.
Να βρεθούν οι $f + g$ και $f\cdot g$.

13).Δίδονται οι συναρτήσεις: $f(x) = |x + 1| - 3$ και $g(x) = \begin{cases} x+5, & x \in (-\infty, 0) \\ x^2 - x + 1, & x \in [0, +\infty) \end{cases}$

Να βρεθεί η $f + g$, Να βρεθεί το διάστημα στο οποίο είναι σταθερή.

14).Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:
α). $f(x) = x^3 + 1$ β). $f(x) = \dfrac{|\lambda - 3|}{x}$, $\lambda \in R$

γ). $f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$ δ). $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$

ε). $f(x) = x\cdot|x| + 2\cdot x + 1$ στ). $f(x) = |x - 1| + 2\cdot x - 1$

ζ). $f(x) = 2\cdot x - \frac{|x-1|}{x-1} + 3$.