

ΕΙΔΗ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΩΝ

(Παραλληλόγραμμα – Τραπεζία)

Παραλληλόγραμμο , λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες δηλ. $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta \parallel B\Gamma$.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ:

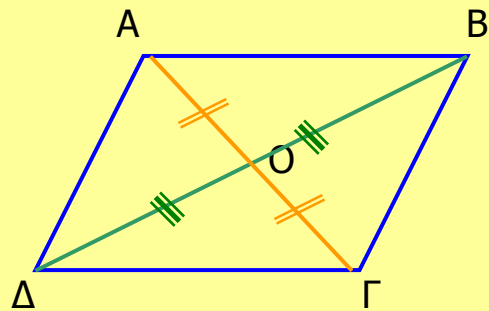
1. Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες
2. Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες
3. Οι διαγώνιές του διχοτομούνται
4. Το σημείο τομής των διαγωνίων είναι κέντρο συμμετρίας του παραλ/μου

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ:

Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Δύο απέναντι πλευρές του παράλληλες και ίσες
 2. Οι απέναντι πλευρές του ανά δύο είναι ίσες
 3. Οι απέναντι γωνίες του ανά δύο είναι ίσες
- Οι διαγώνιες του διχοτομούνται



Αν $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο τότε:

1. $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta \parallel B\Gamma$

2. $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ και $\hat{B} = \hat{\Delta}$

3. $OA=OG$ και $OB=OD$

Αν σε τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ ισχύει :

1. $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta \parallel B\Gamma$ ή

2. $AB \parallel \Gamma\Delta$ ή

3. $OA=OB$ και $OB=OD$ ή

4. $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ και $\hat{B} = \hat{\Delta}$

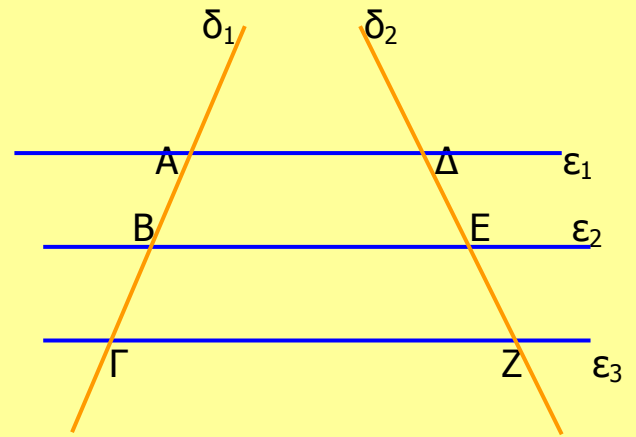
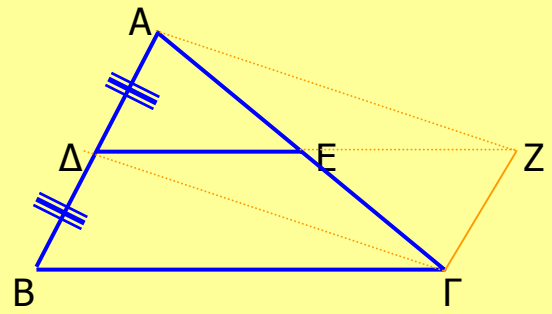
τότε αυτό είναι παραλληλόγραμμο

Βασικές Εφαρμογές :

I) Το ευθ. τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου, είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

II) Αν από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μια άλλη πλευρά του, τότε η ευθεία αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς του και ισούται με το μισό της.

III) Αν τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες ορίζουν σε μια ευθεία ίσα τμήματα, θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε κάθε άλλη ευθεία που τις τέμνει.



Ορθογώνιο , λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει μία γωνία του ορθή.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ:

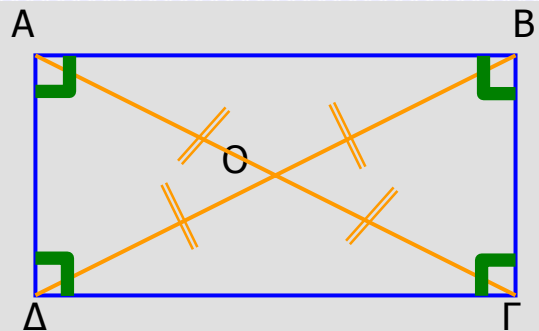
1. Έχει όλες τις ιδιότητες του παραλ/μου
2. Όλες οι γωνίες του είναι ορθές
3. Οι διαγώνιές του είναι ίσες

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ:

Ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Είναι παραλληλόγραμμο και έχει μία γωνία ορθή.
2. Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιές του είναι ίσες.
3. Έχει τρεις γωνίες ορθές.
4. Όλες οι γωνίες του είναι ίσες.



Αν ABΓΔ είναι ορθογώνιο τότε:

1. $AB // \Gamma\Delta$ και $A\Delta // B\Gamma$
2. $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^0$
3. $OA=OB=O\Gamma=O\Delta$ ($A\Gamma=B\Delta$)

Αν σε τετράπλευρο ABΓΔ ισχύει :

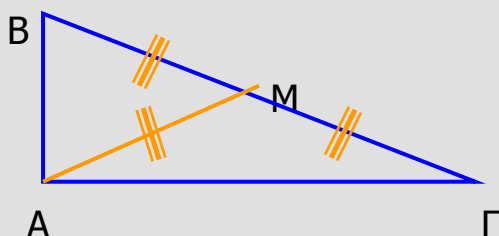
1. $AB // \Gamma\Delta$ και $A\Delta // B\Gamma$ και $\hat{A} = 90^0$ ή
2. $AB // \Gamma\Delta$, $A\Delta // B\Gamma$ και $A\Gamma=B\Delta$
3. $AB // \Gamma\Delta$ και $\hat{A} = 90^0$ ή
4. $AB // \Gamma\Delta$ και $A\Gamma=B\Delta$ ή
5. $OA=OB$ και $OB=O\Delta$ και $\hat{A} = 90^0$ ή

Βασικές Εφαρμογές :

I) Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου προς την υποτείνουσα, είναι ίση με το μισό της και αντίστροφα δηλ.

Αν AM είναι διάμεσος του τριγώνου ABΓ τότε:

$$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{B\Gamma}{2}$$



II) Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μία γωνία του είναι 30° , τότε η απέναντι πλευρά του είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας και αντίστροφα δηλ.

Αν ABΓ είναι ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$)

τότε:

$$\hat{\Gamma} = 30^\circ \Leftrightarrow AB = \frac{B\Gamma}{2}$$

$$6. OA=OB=OG=OD$$

ή

$$7. \hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$$

$$8. \hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta}$$

τότε αυτό είναι ορθογώνιο.

Ρόμβος , λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΟΜΒΟΥ:

1. Έχει όλες τις ιδιότητες του παραλ/μου
2. Όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.
3. Οι διαγώνιές του ρόμβου τέμνονται κάθετα
4. Οι διαγώνιες του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

ΡΟΜΒΟΣ:

Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Είναι παραλληλόγραμμο και έχει δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες.

Τετράγωνο , λέγεται το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ:

1. Οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες.
2. Όλες οι πλευρές του είναι ίσες.
3. Όλες οι γωνίες του είναι ορθές.
4. Οι διαγώνιές του είναι ίσες, τέμνονται κάθετα, διχοτομούνται και διχοτομούν τις γωνίες του.

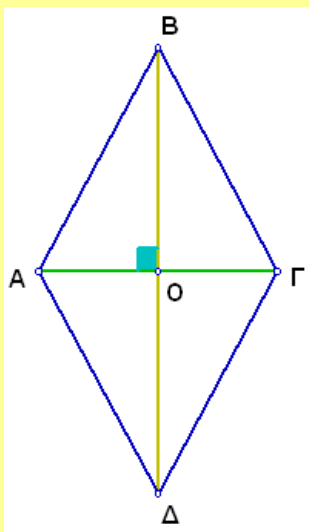
ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ:

Ένα τετράπλευρο είναι τετράγωνο αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις :

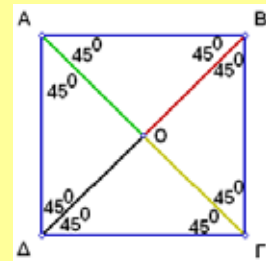
1. Είναι παραλληλόγραμμο, με μία γωνία ορθή και δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες.
2. Είναι παραλληλόγραμμο, με μία γωνία ορθή

2. Έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
3. Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιές του τέμνονται κάθετα.
4. Είναι παραλληλόγραμμο και μία διαγώνιός του διχοτομεί μία γωνία του.



και μία διαγώνιό του να διχοτομεί μία γωνία.

3. Είναι παραλληλόγραμμο, με μία γωνία ορθή και οι διαγώνιές του τέμνονται κάθετα.
4. Είναι παραλληλόγραμμο, οι διαγώνιές του είναι ίσες και δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες.
5. Είναι παραλληλόγραμμο, οι διαγώνιές του είναι ίσες τέμνονται κάθετα.
6. Είναι παραλληλόγραμμο, οι διαγώνιές του είναι ίσες και η μία διχοτομεί μία γωνία του.



Βασικές Εφαρμογές στο τρίγωνο :

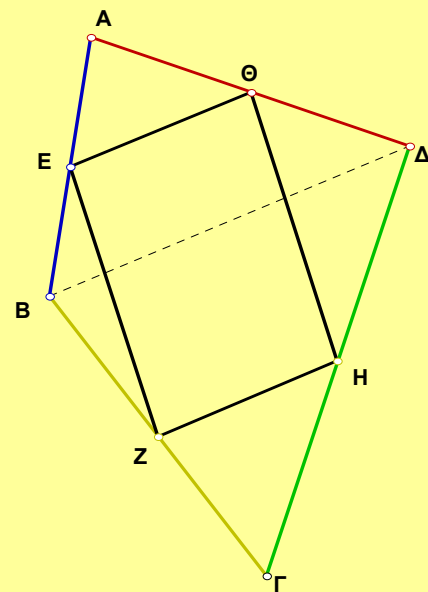
I) Οι διάμεσοι ενός τριγώνου, διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου η απόσταση από κάθε κορυφή είναι τα $\frac{2}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου δηλ.

$$\Theta A = \frac{2}{3} \cdot A\Delta \quad , \quad \Theta B = \frac{2}{3} \cdot B\epsilon \quad , \quad \Theta \Gamma = \frac{2}{3} \cdot \Gamma Z$$

II) Οι φορείς των υψών ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Εφαρμογή :

Τα μέσα των πλευρών ενός τετραπλεύρου είναι κορυφές παραλληλογράμμου.



Απόδειξη :

Στο τρίγωνο $AB\Delta$: $E\Theta // = B\Delta / 2$

Στο τρίγωνο $\Gamma B\Delta$: $ZH // = B\Delta / 2$

Άρα $E\Theta // = ZH$ και επομένως το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

Τραπεζίο , λέγεται το τετράπλευρο που έχει μόνο δύο πλευρές του παράλληλες δηλ. $AB \parallel \Gamma\Delta$

- Οι παράλληλες πλευρές του λέγονται βάσεις του τραπεζίου και η απόστασή τους ύψος του τραπεζίου. Το ευθ. τμήμα που ενώνει τα μέσα των μη παράλληλων πλευρών του λέγεται διάμεσος του τραπεζίου.
- Το τραπεζίο που οι μη παράλληλες πλευρές του είναι ίσες, λέγεται ισοσκελές τραπεζίο.

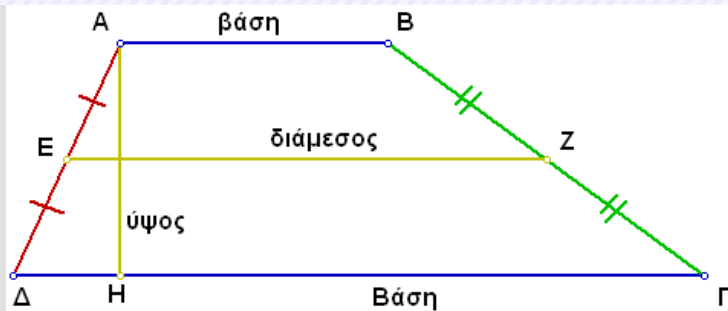
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ:

1. Η διάμεσος του τραπεζίου είναι παράλληλη προς τις βάσεις του και ίση με το ημίθροισμά τους δηλ. $EZ \parallel AB, \Gamma\Delta$

$$\text{και } EZ = \frac{AB + \Gamma\Delta}{2}$$

2. Η διάμεσος τραπεζίου διέρχεται από τα μέσα K, Λ των διαγωνίων του και το $K\Lambda$ είναι παράλληλο με τις βάσεις του και ίσο με την ημιδιαφορά τους δηλ. $K\Lambda \parallel AB, \Gamma\Delta$ και

$$K\Lambda = \frac{\Gamma\Delta - AB}{2}$$



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ:

Σε κάθε ισοσκελές τραπεζίο :

1. Οι γωνίες που πρόσκεινται σε μία βάση είναι ίσες
2. Οι διαγωνίες του είναι ίσες.
3. Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι μεσοκάθετη κάθε βάσης.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΤΡΑΠΕΖΙΟ

ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ:

Ένα τραπεζίο είναι ισοσκελές αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Οι γωνίες που πρόσκεινται σε μία βάση του είναι ίσες
2. Οι διαγωνίες του είναι ίσες

Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι μεσοκάθετη κάθε βάσης.